وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

دانشگاه فنی و حرفه ای

دانشکده فنی کشاورزی مراغه

مکانیک سیالات

تهیه و تنظیم : بهمن رحمتی نژاد

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

فصل اول ـ خواص سیالات ۱
۱–۱ مقدمه ۲
۱–۲ سیال یا شاره ۴
۱–۳ مفهوم پیوستگی سیال ۴
۱–۴ ابعاد و آحاد ۵
۱–۵ تنش برشی ۱۱
۱–۶ لزجت (ویسکوزیته یا گرانروی) ۱۱
۱–۷ قانون لزجت نیوتن ۱۲
۱–۸ ضریب لزجت دینامیکی یا لزجت مطلق ۱۳
۱–۹ ضریب لزجت سینماتیکی ۱۳
۱–۱۰ مسائل مطرح شده در مورد قانون لزجت نیوتن ۱۵
۱–۱۰–۱ حرکت یک صفحه روی سیال ۱۶
۱–۱۰–۲ حرکت یک صفحه بین دو سیال ۱۷
۱–۱۰–۳ سطح شیبدار ۱۹
۱–۱۰–۴ لزجت سنج استوانه‌ای (حرکت یک استوانه داخل استوانهٔ دیگر) ۲۱
۱–۱۱ انواع سیالات ۲۴
۱–۱۱–۱ سیال ایده‌آل ۲۴
۱–۱۱–۲ سیال واقعی (حقیقی) ۲۴
الف) سیالات نیوتنی ۲۴
ب)سیالات غیرنیوتنی ۲۵
۱–۱۲ حجم ۲۷
۱–۱۳ جرم مخصوص یا چگالی جرم یا دانسیته ۲۸

۱-۱۴ وزن مخصوص یاچگالی وزن ۲۸
۱-۱۵ چگالی نسبی (S) یا جرم حجمی نسبی ۲۹
۱-۱۶ حجم مخصوص ۳۰
۱-۱۷ فشار ۳۰
۱-۱۸ گاز کامل و معادله حالت ۳۱
۱-۱۹ قابلیت تراکم‌پذیری سیالات (مدول بالک یا ضریب کشسانی حجمی) ۳۱
۱-۲۰ فشار بخار (P_V) ۳۳
۱-۲۱ کشش سطحی ۳۳
۱-۲۲ اثرات کشش سطحی ۳۵
۱-۲۲-۱ محاسبه فشار نسبی داخلی در قطره، حباب و جت باریک مایع ۳۵
۱-۲۲-۲ مویینگی ۳۶
۱-۲۴ اصل عدم لغزش و عدم پرش دما ۳۹
مجموعه تستهای خواص سیالات ۴۰

فصل دوم ـ استاتیک سیالات ۴۹
۲-۱ مقدمه ۴۹
۲-۲ فشار ۴۹
۲-۳ فشار استاتیکی و فشار دینامیکی ۵۱
۲-۴ فشار نسبی وفشار مطلق ۵۱
۲-۵ محاسبه فشار در مایعات ۵۴
۲-۶ تغییر فشار با عمق ۵۵
۲-۷ تغییرات فشار در سیال ساکن تراکم پذیر ۵۸
۲-۸ وسایل اندازه گیری فشار ۶۰
۲-۸-۱ فشارسنج بوردن ۶۰
۲-۸-۲ فشارسنج جیوه ای(بارومتر جیوه‌ای ۶۱
۲-۸-۳ پیزومتر ۶۲
۲-۸-۴ مانومترها ۶۲
۲-۸-۵ مانومتر دیفرانسیلی (مانومتر تفاضلی) ۶۴
۲-۸-۶ مانومتر شیبدار (مایل) ۶۵
۲-۹ نیروی هیدرواستاتیکی وارد بر سطوح ۷۰
۲-۱۰ نیروی فشار وارد بر سطوح تخت یا مسطح ۷۰
۱. حالتی که صفحه افقی باشد ۷۰
۲. حالتی که صفحه شیبدار(مایل) باشد(حالت کلی) ۷۱
۳. حالتی که صفحه قائم باشد ۷۳
۲-۱۱ تعیین مقدار نیروی برآیند و خط اثرآن با استفاده ازروش منشور فشار ۸۲
۲-۱۲ نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح منحنی ۸۴

۲-۱۳ نیروی شناوری یا نیروی ارشمیدس و مرکز اثر آن ۹۱
۲-۱۳-۱ حالت شناوری ۹۱
۲-۱۳-۲ حالت غوطه‌وری ۹۳
۲-۱۳-۳ حالت ته‌نشینی ۹۳
۲-۱۴ معیار پایداری اجسام غوطه‌ور ۹۷
۲-۱۵ نقطه متاسنتریک وارتفاع متاسنتریک ۹۸
۲-۱۶معیار پایداری اجسام شناور ۹۹
۲-۱۷ تعادل نسبی ۱۰۱
تست‌های فصل دوم استاتیک سیالات ۱۰۲

Vehicles

کاربرد های مکانیک سیالات

Aircraft

Surface ships

High-speed rail

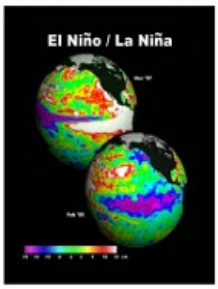
Submarines

Weather & Climate

Tornadoes

Thunderstorm

Global Climate



Hurricanes

Environment

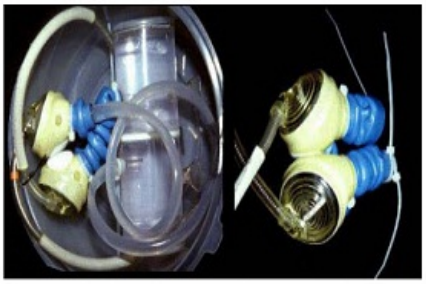
Air pollution

River hydraulics

Physiology and Medicine

Blood pump

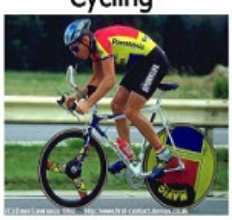
Ventricular assist device



Sports & Recreation

Water sports

Cycling



Offshore racing

Auto racing

Surfing

فصل اول

خواص سیالات

هدف‌های رفتاری

پس از پایان این فصل از دانشجو انتظار می‌رود که:

۱. مفهوم سیالات را بیان کند.

۲. مفهوم پیوستگی سیال را تشریح کند.

۳. تنش برشی را توضیح دهد.

۴. مفهوم لزجت را بیان کند.

۵. قانون لزجت نیوتنی را توضیح دهد.

۶. لزجت دینامیکی و لزجت سینماتیکی را توضیح دهد.

۷. انواع سیالات (سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی) را تشریح نماید.

۸. حجم، چگالی، حجم مخصوص و فشار سیال را توضیح دهد.

۹. گاز کامل و معادله حالت را بیان کند.

۱۰. مفهوم مدول الاستیسیته حجمی (مدول بالک یا ضریب کشسانی حجمی را بیان کند)

۱۱. مفهوم فشار بخار را توضیح دهد.

۱۲. مفهوم کشش سطحی و مویینگی را بیان نماید.

۱-۱ مقدمه

مکانیک سیالات یکی ازعلوم مهندسی است که به بررسی مسائل استاتیکی و دینـامیکی سیالات می‌پردازد. تا پیش ازقـرن بیسـتم، مطالعـهٔ سـیالات اساسـاً بـر عهـدهٔ دوگـروه مهندسین هیدرولیک وریاضی بوده است. مهندسین در زمینه‌های تجربی کار می‌کردنـد، درحالی که ریاضی دانان صرفاً به جنبه‌هـای تئـوری وتحلیلـی مـی‌پرداختنـد. محققـین برجسته‌ای چون ارشمیدس، داوینچی نیوتن، برنـولی، اولـر، نـاویر، اسـتوک، رینولـدز، پرانتل، تیلور و فون کارمن دریافتندکه مطالعـات سـیالات بایـد آمیختـه‌ای از تئـوری و آزمـایش باشـد. امـروزه در تحقیقـات نـوین، ریاضـیدانان، فیزیـک دانـان، مهندسـین وتکنسین‌های ماهر بصورت گروهی کار کـرده وبـر حسـب ضـرورت از هـر دو جنبـه عملی و تئوری بهره می‌گیرند.

شکل ۱-۱ چهره‌های آشنادر زمینه مکانیک سیالات

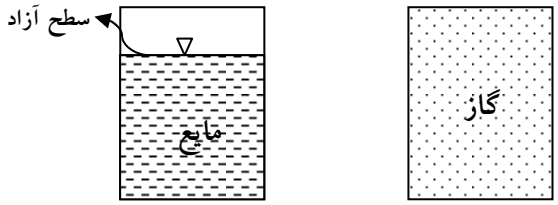
رشته‌های مختلف سیالات عبارتند از:استاتیک، مکانیک، هیدرولیک، ایرودینامیک، سینماتیک ومهندسی کشتی. این رشته‌ها در مکانیک سیالات براسـاس اصـول و قـوانین مکانیک (قوانین نیوتن، قوانین ترمودینامیک، و اصول بقاء ماده وانرژی و.. .) و خواص سیالات (قوانین نیوتن، قوانین معادله حالت، کشش سطحی، تراکم‌پـذیری، فشـار بخـار

و..) بررسی می‌شوند.

ماده به‌طور کلی به سه حالت تقسیم می‌شود: جامد، مایع و گاز. با توجه به اینکه بحث سیالات مربوط به دو حالت مایع و گاز می‌باشد، لذا به بررسی خواص آنها می‌پردازیم.

تفاوت مهم این دو درچگونگی تراکم‌پذیری ونحوه اشغال ظرف می‌باشد. مایعات معمولاً تراکم‌ناپذیر فرض می‌شوند و قسمت پائین ظرف را اشغال کرده و چنانچه ظرف پر نباشد سطح آزاد تشکیل می‌دهند و حجم معینی را اشغال می‌کنند. در حالی که گازها کاملاً تراکم‌پذیر بوده و تغییرات حجم آنجا نسبت به فشار وارده و درجه حرارت زیاد می‌باشد و تا هنگامی که فضا و حجم ظرف اجازه دهد، انبساط می‌یابد و کلیهٔ فضای ظرف را گرفته و سطح آزاد تشکیل نمی‌دهند. شکل (۱-۲)

دو فرق مهم بین مکانیک سیالات و مکانیک جامدات وجود دارد. اول اینکه خواص سیالات کاملاً با خواص جامدات متفاوت است و این خواص نیز معمولاً با حرکت سیال تغییر می‌کند. دوم اینکه در مکانیک جامدات معمولاً حرکت اجسامی مشخص با جرمی معین مورد مطالعه قرار می‌گیرد، حال آنکه در مکانیک سیالات مطالعه حرکت پیوسته سیال، به‌صورت یک جریان مورد نظر می‌باشد.



شکل ۱-۲ خواص سیالات در ظروف

مطالعه سیالات در حالت سکون را استاتیک سیالات[1]؛ مطالعه حرکت آنها را دینامیک سیالات[2] و مطالعه توام ایستایی و پویایی سیالات را مکانیک سیالات[3] می‌گویند. در مکانیک سیالات دو شاخهٔ تخصصی به نام نیوماتیک[4] (با نظام‌های هوای

1. Fluid Statics
2. Fluid Dynamic
3. Fluid Mechanic
4. Pneumatics

فشرده سروکار دارد) وهیدرولیک[1](با مایعات تحت فشارسر وکار دارد)وجود دارد. بحث سیالات بیشتر در خصوص مایعات می‌باشد. لذا بیشتر به جای مایع از لفظ سیال استفاده می‌کنیم.

۱-۲ سیال یا شاره[2]

سیال ماده‌ای است که تحت تأثیر تنش برشی هر چند ناچیز بتواند پیوسته تغییر شکل دهد. بنابراین با توجه به این تعریف، حالت فیزیکی سیال فقط می‌تواند مایع و گاز (یا بخار) باشد. بر خلاف آن جسم جامد هنگام که در معرض تنش برشی قرار می‌گیرد، تغییر شکل می‌دهد ولی این تغییر شکل پس از مدتی متوقف می‌شود (یا این که جسم کاملاً می‌شکند).

فاصله زیاد ملکول‌هاونیروی جاذبه کم بین آنها سبب سهولت تغییر شکل سیال می‌گردد. برای مثال، ما به راحتی می‌توانیم در هوا حرکت کنیم وآن را جابجا نماییم.

به‌طور کلی سیالات را می‌توان به دو گروه مایعات و گازها تقسیم کرد. تفاوت اصلی بین این دو، ناشی از اثر نیروهای چسبندگی است. مایع از مولکول‌های به هم فشرده با نیروی چسبندگی قوی تشکیل شده که مایل است حجم خود را حفظ کند، ضمن اینکه یک سطح آزاد در تماس با محیط دارد. در حالی که گاز، حجم معین و تعریف شده‌ای را درون اتمسفر ساکن اشغال نمی کند و آزادانه در فضا جاری می‌گردد وشکل تمام ظرف را به خود می‌گیرد.

۱-۳ مفهوم پیوستگی سیال

به‌طور کلی سیالات از مولکول‌های در حال حرکت تشکیل می‌شوند. اما در اغلب کاربردهای مهندسی عموماً اثرات متوسط یا کلی مولکول‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد. بنابراین سیالات مجموعه‌ای پیوسته و یکسان به حساب می‌آیند که در آن فضای خالی و یا سوراخ وجود ندارد و رفتار تک تک مولکول‌ها مورد توجه نیست، یعنی رفتار حجمی سیال موردنظر است.

---

1. Hydraulics
2. Fluid

در بررسی رفتار سیالات در شرایط معمولی فرض پیوستگی سیال، صحیح است. اگر چه ساختمان ملکولی سیالات برای تشخیص یک سیال از سیال دیگر اهمیت دارد، اما مطالعه رفتار هر یک از مولکول‌ها برای تشریح رفتار سیالات ساکن یا متحرک امکان‌پذیر نیست. در این شرایط رفتار سیالات از طریق مطالعه مقدار متوسط کمیت مورد نظر مشخص می‌شود. بنابراین هنگامی که گفته می‌شود سرعت در یک نقطه از سیال زیاد است منظور، سرعت متوسط مولکول‌ها در یک حجم کوچک اطراف آن نقطه می‌باشد. این حجم در مقایسه با ابعاد فیزیکی سیستم مورد مطالعه، کوچک ودر مقایسه با فاصله متوسط بین مولکول‌ها بزرگ است. بنابراین فرض می‌شود مشخصاتی نظیر فشار وسرعت، توابع پیوسته‌ای از زمان و مکان باشند. از اینرو سیال به‌عنوان یک ماده پیوسته[1] مورد بررسی قرار می‌گیردو پیوستگی سیال اساس مکانیک سیالات می‌باشد.

بنابراین با فرض پیوستگی، هر خاصیت از سیال در هر نقطه‌ای از فضا، مقدار معینی را دارا می‌باشد. در مسائل مربوط به گاز رقیق شده یا گازهای کم چگال (گازهای سطوح بالای اتمسفر) فرض پیوستگی محیط صادق نیست. بنابراین درمحیط پیوسته فرض می‌شود که مقادیر چگالی، حجم مخصوص، سرعت و شتاب در تمامی سیال به‌طور پیوسته تغییر نماید (یا ثابت باشد).

۱-۴ ابعاد و آحاد[2]

بُعد یا دیمانسیون، به هر کمیت قابل اندازه گیری نظیر طول، زمان وسرعت اطلاق می‌شود و واحد، وسیلهٔ بیان کمیت به‌صورت عدد است. مثلاً بعد طول، بیانگر متغیرهایی از قبیل مسافت، جابجایی، پهنا، خمیدگی و ارتفاع است و سانتی‌متر واینچ دو واحد عددی برای بیان طول‌اند. دیمانسیون مفهوم قویی است که براساس آن تحلیل ابعادی شکل می‌گیرد.

ابعادی که مستقل از بقیه ابعاد انتخاب می‌شوند ابعاد اصلی یا اولیه نامیده شده و آنهایی که برحسب ابعاد اصلی بیان می‌شوند به ابعاد فرعی یا ثانویه موسومند.

مکانیک سیالات چهاربُعداصلی(کمیت اصلی)داردکه عبارتند از: جرم (M)، طول

1. Continues
2. Dimension

(L)، زمان (T) و دما (Θ).

در کمیت‌های فرعی ابعاد برحسب کمیت‌های اصلی قابل بیان است، مثلاً نماد بُعد سطح (L^2) و سرعت (LT^{-1}) است. در اکثر مسائل مکانیک سیالات فقط به سه کمیت اصلیM، L، وT نیاز است. همچنین ممکن است از کمیت‌های L، TوF استفاده شود که بعدF نیروست.

براساس قانون دوم نیوتن، نیرو برابر با حاصلضرب جرم در شتاب است. بنابراین بُعد آن عبارتست از $F = MLT^{-2}$.

هرمعادله‌ای که تعدادی از کمیتهای فیزیکی را به هم مرتبط کند، باید از نظرابعادی، همگن باشد. بدین معنی که ابعاد سمت چپ معادله با ابعاد سمت راست معادله همنام باشند و تمام جملات معادله بایددارای بُعد یکسان باشند. مثلاً معادله سرعتV، در جسمی با شتاب یکنواخت a برابر است با $V = V_0 + at$ که V_0 سرعت اولیه و t زمان طی شده است. برحسب تناسب ابعادی، داریم $LT^{-1} = LT^{-1} + LT^{-1}$، بنابراین معادله فوق ازنظر ابعادی همگن است. سیستم واحدها در هر کشور متفاوت می‌باشد. درحال حاضر متداول‌ترین سیستم‌ها، سیستم بین‌المللی آحاد (SI) می‌باشد. هرچند که سیستم‌های انگلیسی نیز در حال حاضر کاربردهای فراوانی دارند[].

۱-۴-۱ دستگاه بین‌المللی متریک[1]

دستگاه بین‌المللی (SI)در بسیاری از کشورهای جهان پذیرفته شده است. در این دستگاه واحد طول متر (m) واحد زمان ثانیه (s)، واحد جرم کیلوگرم (kg) و واحد دما سانتیگراد ($^\circ C$) است.

سیستم واحدی SI جزو سیستم‌های مطلق به شمار می‌روند. سیستم‌های مطلق سیستم‌هایی هستند که در آن از میان جرم ونیرو یکی به‌طور مستقل تعریف شده ودیگری با استفاده از قانون دوم نیوتن به‌دست می‌آید. در سیستم‌های مطلق برای مرتبط کردن واحد نیرو به واحد جرم نیازی به هیچگونه ضریبی برای ارضای اصل همگنی نداریم. به‌عنوان مثال در سیستم SI واحد نیرو یک بعد فرعی است که نیوتن نام داردو می‌توانیم آن رااز قانون دوم نیوتن به‌دست آوریم: یک نیوتن نیرویی است که به جرم

1. International System of Units

۱ kg شتابی برابر $۱\frac{m}{s^۲}$ بدهد.

$$۱N = ۱Kg \cdot \frac{۱m}{s^۲} \qquad (۱-۱)$$

نیرویی که جاذبهٔ ثقل به یک جسم وارد می‌کند، وزن جسم نامیده می‌شود. جرم یک جسم(m) با تغییر موقعیت آن تغییر نمی کند. اما وزن (W)آن برابر است با جرم ضربدر شتاب جاذبهٔ محل(g) یعنی:

$$W = mg \qquad (۲-۱)$$

وزن جسم تابع موقعیت محلی جسم است. برای مثال در محلی که $g = ۹/۸۰۶ \ m/s^۲$ است، اگر وزن جسمی ۱۰نیوتن باشد بدین معناست که جرم آن $\frac{۱۰}{۹/۸۰۶}$ کیلوگرم می‌باشد. حال اگر همین جسم با همین جرم در محلی قرار گیرد که شتاب جاذبهٔ آن $g = ۹/۷\frac{m}{s^۲}$ باشد، وزن آن بدین صورت محاسبه می‌گردد:

$$W = \frac{۱۰N}{۹/۸۰۶ \ \frac{m}{s^۲}}\left(۹/۷\frac{m}{s^۲}\right) = ۹/۸۹۲N$$

خواهد بود. شتاب جاذبهٔ استاندارد در سیستم SI برابر $\frac{m}{s^۲}$ ۹/۸۰۶ است.

جدول ۱-۱ سیستم‌های متریک

کمیت	سیستم (CGS) (سانتیمتر ـ گرم ـ ثانیه)	سیستم SI
جرم	گرم (gr)	کیلوگرم (kg)
طول	سانتیمتر (cm)	متر(m)
زمان	ثانیه (s)	ثانیه (s)
نیرو	دین (dyne)	نیوتن (N)
دما	کلوین(K)	کلوین(K)

خواص سیال را غالباً در شرایط استاندارد یعنی برای دمای $۴^\circ C$ و فشار $۷۶۰ \ mmHg$ بیان می‌کنند.

در سیستم SI علامت اختصاری واحدهایی مانند ساعت (hr)، متر (m) و ثانیه (s) را با حروف کوچک نشان می‌دهند. برخی از واحدها به نام اشخاص نامگذاری

شده‌اند.

واحد کاروانرژی در دستگاه متریک عبارت است از ژول(j)که برابربا یک نیـوتن در یک متر است (N. m). واحد توان دردستگاه متریک، وات(W)است، کـه عبـارت از یک ژول بر یک ثانیه (j/s)است. پیشوندهایی که در دستگاه بین‌المللی متریک (SI)بـرای تعیین اجزا و اضعاف واحدها به‌کار می‌روند در جدول(۱-۲) نشان داده شده است.

جدول ۱-۲ پیشوند آحاد سیستم SI

ضریب	پیشوند	علامت اختصاری	ضریب	پیشوند	علامت اختصاری
$۱۰^{۹}$	گیگا	G	$۱۰^{-۳}$	میلی	m
$۱۰^{۶}$	مگا	M	$۱۰^{-۶}$	میکرو	μ
$۱۰^{۳}$	کیلو	k	$۱۰^{-۹}$	نانو	n
$۱۰^{-۲}$	سانتی	c	$۱۰^{-۱۲}$	پیکو	p

۱-۴-۲ دستگاه جاذبه (گرانی) انگلیسی[1]

در دستگاه جاذبه انگلیسی(BG)، واحد طول فوت (ft)، واحد زمان ثانیه (s)، واحـد نیرو پوند (lbf) و واحد دما رانکین (R) است. در این دستگاه جرم به‌عنوان یک بعد فرعی محسوب می‌شود و واحد آن اسلاگ است و طبق قانون دوم نیوتن، چنین تعریف می‌شود.

$$۱\text{اسلاگ} = \frac{۱lbf.s^{۲}}{ft} \qquad (۱-۳)$$

جدول ۱-۳ سیستم‌های متداول انگلیسی

کمیت	سیستم جاذبه انگلیسی British Gravitional (BG) system
جرم	اسلاگ (slug)
طول	فوت (ft)
زمان	ثانیه(s)
نیرو	پوند نیرو (lbf)
دما	رانکین (R)

1. British Gravitional system (BG)

به نیرویی که جاذبه زمین بر جسمی وارد می‌کند، نیروی ثقل یـا وزن مـی‌نامنـد. وزن یک جسم از حاصلضرب جرم در شتاب جاذبه g به‌دست می‌آید و چنین تعریـف می‌شود:

$$W(lbf) = m(slug).g\left(ft/s^2\right)$$

ومقدار g تقریبا $۳۲/۲\ ft/s^2$ است.

۱-۴-۳ دستگاه مهندسی انگلیسی[1]

در دستگاه مهندسی انگلیسی (EE) واحد نیرو و جرم به‌طورمستقل تعریف مـی‌شـوند. واحد نیرو، پوند نیرو (lbf)، واحد جرم پوند جـرم(lbm)، واحـد طـول فـوت (ft)، واحد زمان ثانیه (s) و واحد دما، رانکین(R) است.

در این حالت قانون دوم نیوتن به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$F = \frac{ma}{g_c} \qquad (۴-۱)$$

جدول ۱-۴ سیستم‌های متداول انگلیسی

کمیت	سیستم مهندسی انگلیسی (EE) English Engineering
جرم	پوند جرم (lbm)
طول	پوند فوت (ft)
زمان	پوند ثانیه (s)
نیرو	پوند نیرو(lbf)
دما	رانکین (R)

یک پوند و نیرو($۱lbf$)، نیرویی است که بـه جـرم یـک پونـد ($۱lbm$)، شـتابی معادل شتاب ثقل استاندارد زمین $۳۲/۲\frac{ft}{s^2}$ می‌دهـد. بنـابرین از معادلـه (۱-۴) خـواهیم داشت.

$$g_c = \frac{(۱lbm)\left(۳۲/۲\ ft/s^2\right)}{(۱lbf)}$$

1. English Engineering(EE)system

چون نیروی lbf۱ به جرم lbm۱ شتاب $\frac{ft}{s^2}$۳۲/۲را می‌دهد، بنابراین چنین نیرویی به جرم $\frac{ft}{s^2}$۳۲/۲ را می‌دهد. یک اسلاگ نیز تحت نیروی lbf، شتاب $\frac{ft}{s^2}$۱ پیدا می‌کند پس داریم:

$$۱ \text{ اسلاگ} = ۳۲/۲ lbm$$

مثال ۱-۱: جسمی به وزن lbf ۱۰۰۰، تحت تاثیر جاذبه زمین با شتاب ثقل $\frac{ft}{s^2}$۳۲/۲ قرار دارد. جرم آن چند کیلوگرم است ؟

حل داریم:

$$w = m.g$$

$$۱۰۰۰\ lbf = (m.slug)\left(۳۲/۲ \frac{ft}{s^2}\right)$$

$$m = \frac{۱۰۰۰}{۳۲/۲} = ۳۱/۰۸\ slug$$

برای تبدیل اسلاگ به کیلوگرم باید از ضریب $kg/slug$ ۱۴/۵۹۳۹ استفاده کرد. بنابراین:

$$m = (۳۱/۰۸\ Slug) \times (۱۴/۵۹ Kg/slug)$$
$$m = ۴۵۳/۴۶\ kg$$

ضرایب تبدیل

شتاب ثقل:32/174 ft/s^2=9/80665 m/s^2
مساحت:1ft2=0/0929m^2 ,1in^2=6452 mm^2
جرم حجمی:1slug/ft^3=5154kg/m^3
انرژی:1 ft-lb = 1/356 J = 1/356 N-m = 1/356 Watt
1 Btu=1055j ,1hp=746w=2545Btu/h
دبی:1ft^3/s=0/02832m^3/s=28/32 lit/s ,1mgd=1/55cfs=0/0438m^3/s=43/8lit/s
نیرو:1lb=4/448N ,1lbf/in^2=6895Pa
فرکانس:(سیکل بر ثانیه):1cycle=1Hz
ضریب ازجت دینامیکی:1slug/ft. s=1 lb. s/ft^2 ,1stokes=0/0001m^2/s,1poise=0/1kg/m. s
ضریب لزجت سینماتیکی:1ft^2=0/0929m^2/s=929stokeses
طول:1in=25/4mm ,1ft=0/03048 ,1mile=1/609km

جرم:1slug=14/5kg ,1lbm=0/4536kg
توان: 1 hp = 550 ft-lb/s = 746 W=2545Btu/h
فشار: 1 Pa = 1 N/m^2 =0/0209 lb/ft^2=1/45×10^{-4} psi , 25/4 mmHg=3386N/m^2
اینچ آب 1: 249/1N/m^2 1lb/ft2=47/88N/m^2=47/88Pa=0. 4788mb
اتمسفر1: 14/7psi=29/92in. Hg=760mmHg=101/325kN/m^2
ثابت عمومی گازها:1ft. lb/slug°R=0/1672N. m/kg°k
وزن مخصوص:1lb/ft^3=157/1N/m^3 ,
جرم مخصوص:1 $slug/ft^3$ = 515/4 kg/m^3
دما:1°K=1/8°F=1/8°R
سرعت:1 mi/hr = 1/467 ft/s = 1/609 km/hr = 0/4470 m/s
اگالن:0/1337ft^3=0/03785m^3=3/785 lit=231in^3
حجم:1ft^3=0/02832m^3 ,1m^3=1000lit, 1 in^3 = 16,390 mm^3 =1/639×10^{-5} m^3

۱-۵ تنش برشی

تنش برشی عبارتست از تقسیم نیروی برشی بر سطح اعمال شده می‌باشد. این نیروی برشی، مولفه مماسی نیرو بر سطح می‌باشد. تنش برشی در یک نقطه، حد نیروی برشی وارد بر سطح است هنگامیکه این سطح به قدر کافی کوچک گردد و به یک نقطه تبدیل شود.

درسیالات در حال حرکت، تنش برشی که ناشی از نیروی برشی است، بوجود می‌آید. این تنش برشی باعث ایجاد تغییر سرعت در سیال می‌شود. به عبارت دیگر اگر قسمتی از سیال روی قسمت دیگر به علت اختلاف سرعت بلغزد باعث تغییر شکل و بهم خوردن شکل اولیه سیال و در نتیجه ایجاد تنش برشی میگردد و بر عکس اگر تمام لایه‌های سیال سرعت یکنواخت و مشابه داشته باشند هیچگونه تنش برشی ایجاد نشده و لایه‌های سیال نسبت به هم در حالت سکون قرار دارند.

۱-۶ لزجت [1] (ویسکوزیته یا گرانروی)

لزجت یک خاصیت سیال است که مقاومت در برابر حرکت سیال را نشان می‌دهدو سبب چسبندگی قشرهای مختلف سیال ضمن حرکت می‌شود. لزجت در سیالات

1. Viscosity

همانند اصطکاک در اجسام صلب می‌باشد، با این تفاوت که اثر لزجت، فقط هنگام حرکت لایه‌های سیال بر روی هم در سیال پدیدارمی شود.

لزجت عامل اصلی انتقال مومنتم درلایه‌های سیال است وهنگامی ظاهر می‌شود که بین لایه‌های سیال حرکت نسبی وجود داشته باشد. در حالت کلی لزجت سیالات ناشی از دو نیروی جاذبه ملکولی[1] (در مایعات بسیار بیشتر از گازها)ودیگری نیروهای تبادل مومنتم ملکولی[2] (در گازها)می باشد.

عامل لزجت در مایعات و گازها متفاوت است. در مایعات عامل اصلی لزجت نیروی جاذبه مولکولی بین ذرات است که مانع حرکت آزاد آنها می‌شود. به این علت هرگاه مایعی را حرارت دهیم فاصله مولکول‌های آنها زیادتر می‌شود، بنابراین جاذبه مولکولی کاهش یافته ودر نتیجه لزجت آن کاهش می‌یابد. در حالی که در گازها با افزایش دما سرعت ملکول‌های آن افزایش یافته و برخوردها زیاد می‌شود و این تسریع برخورد، باعث افزایش لزجت می‌گردد. در حالت کلی در یک سیال، لزجت از پیوستگی بین ملکول‌ها ودر یک گاز از حرکت تصادفی ملکول‌ها حاصل می‌شود.

۱-۷ قانون لزجت نیوتن[3]

قانون لزجت نیوتن بیان می‌کند که بین تنش برشی وتغییرات سرعت نسبت به جدار لوله یا کف کانال(وگرادیان سرعت یا نرخ تغییرشکل زاویه ای)رابطه خطی وجود دارد ورابطه زیر برقرار است:

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \qquad (۵-۱)$$

در معادله فوق τ، تنش برشی (مقدار نیروی موثر بر واحد سطح) و $\frac{dV}{dy}$، گرادیان سرعت و μ، ضریب لزجت دینامیکی(مطلق)سیال را نشان می‌دهد.

تنش برشی (τ) حتی به مقدار کم نیز باعث حرکت سیال خواهد شد زیرا اعمال این تنش باعث ایجاد گرادیان $\frac{dV}{dy}$ودرنتیجه حرکت نسبی لایه‌های سیال خواهد شد.

---

1. Cohensive
2. Intermolecular forces
3. Newton "s Law Viscosity

۱-۸ ضریب لزجت دینامیکی[1] یا لزجت مطلق

با توجه به قانون لزجت نیوتن نسبت تنش برشی به گرادیان سرعت را ضریب لزجت دینامیکی می‌گویند. منظور از لزجت در حالت کلی، لزجت دینامیکی(مطلق) است مگر آنکه صراحتاً به لزجت سینماتیکی اشاره شود. لزجت دینامیکی می‌تواند به شکل زیر نوشته شود:

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{dV}{dy}} = \frac{FL^{-2}}{\frac{LT^{-1}}{L}} = FL^{-2}T \qquad (۶-۱)$$

همانطور که ملاحظه می‌شود در واحد ضریب مذکور، عامل نیرو F وجود دارد و به این علت به آن ضریب لزجت دینامیکی گفته می‌شود. رابط ابعادی لزجت در سیستم $MLT\theta$ به‌صورت $ML^{-1}T^{-1}$ یا $FL^{-2}T$ می‌باشد.

واحد لزجت در سیستم SI برابر ($\frac{N.s}{m^2}$ و $\frac{kg}{m.s}$) و در سیستم انگلیسی ($\frac{lb.s}{ft^2}$ و $\frac{slug}{ft.s}$) است. لازم به ذکر است که در دستگاه CGS واحد لزجت دینامیکی پواز(poise)می باشد که معادل ۰/۱ $\frac{N.s}{m^2}$ است.

از آنجایی که واحدهای ذکر شده در سیستم SI بزرگ می‌باشند از واحدهای کوچک‌تر نظیرpoiseیاCentipoiseاستفاده می‌شود.

روابط تبدیل واحد لزجت در سیستمهای آحاد به‌صورت زیراست:

$$1Poise = \frac{gr}{cm.s} = 0/1\frac{kg}{m.s} \quad \text{یا} \quad Pa.s$$

$$cp = centipoise = 10^{-3} \quad Pa.s$$

$$1\frac{slug}{ft.s} = 47/9\frac{kg}{m.s}$$

$$1\frac{kg}{m.s} = 10\ poise$$

۱-۹ ضریب لزجت سینماتیکی[2]

1. Dynamic Viscosity
2. Kinematic Viscosity

نسبت ضریب لزجت دینامیکی سیال به جرم مخصوص را ضریب لزجت سینماتیکی می‌نامند وباحرف ν(نو)نمایش می‌دهند بنابراین:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad (۷-۱)$$

واحد لزجت سینماتیکی(ν) در سیستم SI، متر مربع برثانیه $\left(\frac{m^2}{s}\right)$، در سیستم انگلیسی واحد آن فوت مربع بر ثانیه ($\frac{ft^2}{s}$) و بعد آن L^2T^{-1} می‌باشد. است. همچنین واحد این ضریب در سیستم CGS، $\frac{cm^2}{s}$(استوکس[1]) می‌باشدکه برابر $10^{-4}\frac{m^2}{s}$ یا $1\frac{cm^2}{s}$ است.

تبدیل واحدها:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{ft}^2}{\mathrm{s}} = 929 \quad \frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}} = 0/0929 \quad \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}} = 929 \ \mathrm{St} \\ 1\mathrm{St} = 10^{-4} \ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}} = 1\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{s}} \end{cases}$$

نکته: تفاوت عمده ضریب لزجت دینامیکی با ضریب لزجت سینماتیکی در این است که چون در ضریب لزجت سینماتیکی عامل جرم مخصوص دخالت دارد واز طرفی فشار درجرم مخصوص سیالات موثر است بنابراین بر خلاف ضریب لزجت دینامیکی، ضریب لزجت سینماتیکی تابع فشار است.

مثال۱-۲:ضریب لزجت دینامیکی آب در دمای ۲۰ درجه سانتیگراد معادل ۰/۰۱۰۰۸ پواز است. اولاً ضریب لزجت دینامیکی آن را بر حسب $\frac{lb.s}{ft^2}$ حساب کنید. ثانیاً اگر جرم مخصوص نسبی آب در دمای ۲۰ درجه سانتیگراد ۰/۹۹۸ باشد، ضریب لزجت سینماتیکی آن را بر حسب استوکس و $\frac{ft^2}{s}$ حساب کنید ؟

حل: می‌دانیم پواز بر حسب $\frac{dyne.s}{cm^2}$ است و چون داریم:

$$۱lb = ۴۴۴۸۰۰ \ dyne \qquad , \qquad ۱ \ ft = ۳۰/۴۸cm$$

1. Stokes

بنابراین خواهیم داشت:

$$۱\frac{lb.s}{ft^۲}=\frac{۴۴۴۸۰۰\ \ dyne.s}{۳۰/۴۸cm}=۴۷۸/۷\,poise$$

$$\mu=\frac{۰/۰۱۰۰۸}{۴۷۸/۷}=۰/۰۱\ St\,\frac{lb.s}{ft^۲}$$

$$\upsilon=\frac{\mu}{\rho}=\frac{۰/۰۱۰۰۸}{۰/۹۹۸}=۰/۰۱\,St$$

و در سیستم انگلیسی خواهیم داشت:

$$\rho=\frac{\gamma}{g}=\frac{۰/۹۹۸\times۶۲/۴}{۳۲/۲}=۱/۹۳۴\,\frac{slug}{ft^۳}$$

$$\upsilon=\frac{\mu}{\rho}=\frac{۲/۱۱\times۱۰^{-۵}}{۱/۹۳۴}=۱/۰۹۱\times۱۰^{-۵}\,\frac{ft^2}{s}$$

مثال ۱-۳: اگر ضریب لزجت دینامیکی سیال ۱۵/۱۴ پواز و جرم مخصوص آن ۰/۹۶۴ باشد، ضریب لزجت سینماتیکی آن را برحسب $\frac{ft^۲}{s}$ حساب کنید ؟

حل: داریم:

$$۱\frac{lb.s}{ft^۲}=۴۴۸/۴\,poise$$

$$\mu=۱۵/۴\ \text{poise}=\frac{۱۴/۱۴}{۴۴۸/۴}=۰/۰۳۱۶\,\frac{lb.s}{f^۲t}$$

$$\rho=\frac{\gamma}{g}=\frac{۰/۹۶۴\times۶۲/۴}{۳۲/۲}=۱/۶۸۸\frac{slug}{ft^۳}$$

$$\upsilon=\frac{\mu}{\rho}=\frac{۰/۰۳۱۶}{۱/۸۶۸}=\frac{ft^۲}{s}$$

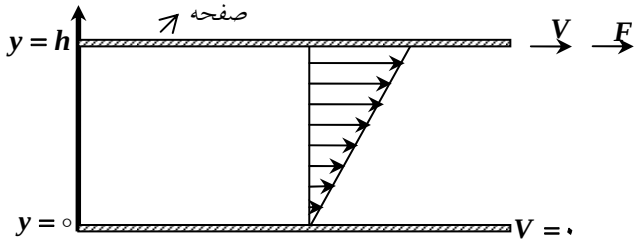
۱-۱۰ مسائل مطرح شده در مورد قانون لزجت نیوتن

با توجه به مسائل مختلفی که در مکانیک سیالات مطرح است تعدادی از کاربردهای قانون لزجت نیوتن به‌صورت کلی در زیر مطرح می‌شود که مطمئناً برای حل مفید خواهد بود. بهتر است دانشجویان عزیز روش حل ارائه شده را یاد بگیرند و لزومی به

حفظ کردن فرمول‌ها نیست.

۱-۱۰-۱ حرکت یک صفحه روی سیال

دو صفحه را مطابق شکل (۱-۳) در نظر می‌گیریم که بین آن دو سیالی با لزجت μ قرار گرفته است. صفحه پائینی ثابت بوده و صفحه بالایی با سرعت V کشیده می‌شود. در روی صفحه پائینی سرعت ذرات سیال صفر است که این مورد برای کلیهٔ سیالات لزج صادق بوده و به شرط عدم لغزش(اصل پذیرش جدار) معروف است.



شکل ۱-۳

با فرض توزیع سرعت خطی در سیال خواهیم داشت:

$$F = \tau A$$

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} = \mu \frac{\Delta V}{\Delta y} = \mu \frac{V - ۰}{h - ۰} = \mu \frac{V}{h}$$

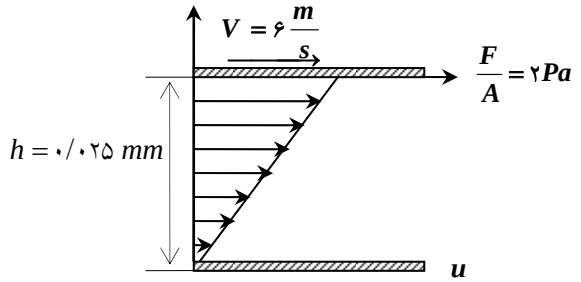
$$\Rightarrow F = \mu A \frac{V}{h} \qquad (۸-۱)$$

اگر فاصله بین دو صفحه کم یا سرعت حرکت صفحه پایین باشد می‌توان توزیع سرعت بین دو صفحه را خطی فرض کرد که در این صورت می‌توان به جای $\frac{dV}{dy}$ از $\frac{\Delta V}{\Delta y}$ استفاده کرد همچنین توجه داشته باشید که سطح پائین هم ممکن است حرکت داشته باشد که در این حالت به جای سرعت V سرعت نسبی بین دو صفحه را قرار می‌دهیم.

مثال ۱-۴: صفحه‌ای به فاصلهٔ ۰/۰۲۵ *mm* از یک صفحه ثابت قرار دارد و ما بین دو صفحه با یک سیال نیوتنی پر شده است. اگر نیروی لازم در واحد سطح برای

حرکت صفحه متحرک با سرعت $۶\frac{m}{s}$، برابر $۲Pa$ باشد، در آنصورت ویسکوزیته سیال چند $\frac{kg}{ms}$ خواهد بود؟

حل: طبق اصل عدم لغزش (پذیرش جدار)، سرعت سیال در مجاورت صفحه متحرک برابر $۶ m/s$ و در مجاورت صفحه ثابت برابر صفر است. فاصله بین دو صفحه نیز خیلی کم است، به نحویکه می‌توان تغییرات سرعت سیال بین دو صفحه را خطی در نظر گرفت. بنابراین پروفیل توزیع سرعت در سیال بین دو صفحه، بصورت مقابل خواهد بود:



شکل ۱-۴

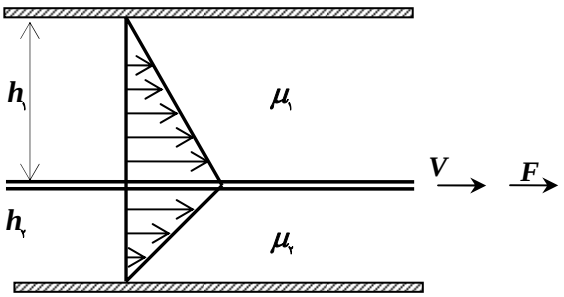
از طرفی می‌دانیم بعلت ثابت بودن سرعت صفحه متحرک و طبق قانون نیوتن، نیروی لازم در واحد سطح برای حرکت صفحه با سرعت مورد نظر، برابر است با نیروی اصطکاک وارد بر واحد سطح این صفحه که خود برابر تنش برشی سیال در لایهٔ مجاور صفحه متحرک است. لذا می‌توان نوشت:

$$\tau = \mu\left(\frac{V}{h}\right) \rightarrow \frac{F}{A} = \mu\left(\frac{V}{h}\right) \rightarrow \mu = \frac{\left(\frac{F}{A}\right)}{\left(\frac{V}{h}\right)} = \frac{۲}{\left(\frac{۶}{۰/۰۲۵\times۱۰^{-۳}}\right)} = ۸/۳۳\times۱۰^{-۶} \rightarrow Pa.s\left(=\frac{kg}{m.s}\right)$$

۱-۱۰-۲ حرکت یک صفحه بین دو سیال

مطابق شکل زیر صفحه‌ای به مساحت A را در نظر می‌گیریم که بین دو سیال با لزجت‌های $\mu_۱$ و $\mu_۲$ و ارتفاع‌های $h_۱$ و $h_۲$ قرار گرفته است. می‌خواهیم نیروی لازم برای

کشیدن صفحه را تعیین کنیم؟



شکل ۱-۵

نیروی لازم برای کشیدن این صفحه مجموع دو نیرویی است که از سیال بالایی و سیال پایینی به آن وارد می‌شود:

$$F = F_1 + F_2 = \tau_1 A + \tau_2 A$$

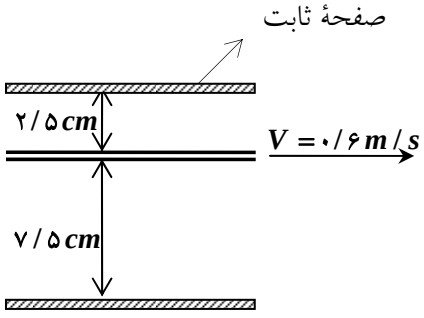
$$\tau_1 = \mu_1 \frac{V}{h_1} \quad , \quad \tau_2 = \mu_2 \frac{V}{h_2}$$

$$\Rightarrow F = AV\left(\frac{\mu_1}{h_1} + \frac{\mu_2}{h_2}\right) \qquad (۹-۱)$$

هرگاه $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ (یا به جای دو سیال یک سیال داشته باشیم):

$$F = AV\mu\left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}\right) \qquad (۱۲-۱)$$

مثال ۱-۵: صفحه مسطحی با سطح مقطع $۰/۳\,m^2$ بین دو صفحه ثابت موازی به فاصله $۱۰\,cm$ که حاوی روغن است حرکت می‌کند. سرعت این صفحه مسطح



شکل ۶-۱

$۰/۶\frac{m}{s}$ و لزجت روغن $۰/۳۷\frac{N.s}{m^۲}$ است. مطلوبست نیروی مقاومت (برشی) هنگـامی که صفحه متحرک $۲/۵cm$ از یکی از دو صفحه ثابت فاصله داشته باشد؟

حل: فرض می‌کنیم $t_۱, t_۲$ فاصلهٔ صفحه متحـرک از صـفحه‌هـای ثابـت بـوده و توزیع سرعت خطی باشد. بنابراین:

$$\tau_۱ = \mu\frac{dV}{dy} = \mu\frac{V}{t_۲} \qquad \tau_۲ = \mu\frac{du}{dy} = \mu\frac{V}{t_۲}$$

هر گاه نیروی مقاومت F باشد، این نیرو برابر مجموع نیروهای برشی در دو طرف صفحه خواهد بود.

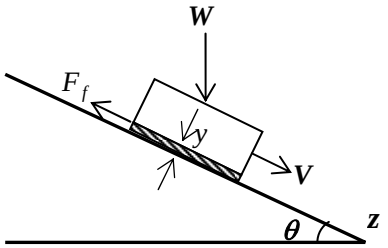
$$F = \tau A = (\tau_۱ + \tau_۲)A = (\frac{\mu V}{t_۱} + \frac{\mu V}{t_۲})A = \mu VA\,(\frac{۱}{t_۱} + \frac{۱}{t_۲})$$

می‌دانیم: $t_۱ = ۰/۰۷۵m \quad , \quad t_۲ = ۰/۰۲۵m$

$$F = ۰/۳۷ \times ۰/۳ \times ۰/۶\left[\frac{۱}{۰/۰۲۵} + \frac{۱}{۰/۰۷۵}\right] = ۳/۵۵N$$

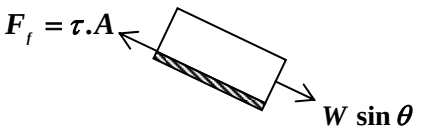
۱-۱۰-۳ سطح شیبدار

جسمی به وزن W را در نظر می‌گیریم که از روی سطح شیبداری که با افق زاویـه θ می‌سازد به سمت پایین می‌لغزد. بین این جسم و سطح شیبدار سـیالی بـا لزجـت μ و ضخامت y قرار دارد.



شکل ۱-۷

با رسم دیاگرام آزاد صفحه خواهیم داشت:



رابطه بین y و سایر متغیرها را به‌دست می‌آوریم:

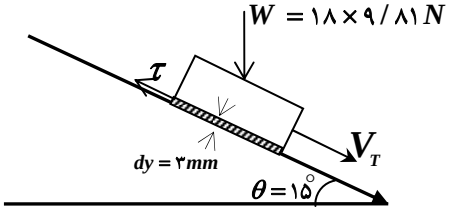
فرض می‌کنیم جسم به سرعت حد رسیده است یعنی سرعت حرکت به سمت پایین ثابت است. در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر آن در جهت حرکت صفر است.

$$\sum F_z = ۰ \Rightarrow F_f - W\sin\theta = ۰ \Rightarrow F_f = W\sin\theta$$

$$F_f = \tau A = \mu\frac{du}{dy}A = \mu\frac{V}{y}A$$

$$\mu\frac{V}{y}A = W\sin\theta \Rightarrow y = \frac{\mu VA}{W\sin\theta} \qquad (۱۰-۱)$$

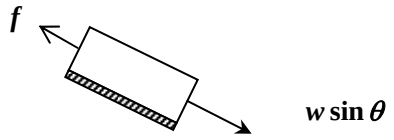
مثال ۱-۶: یک جسم ۱۸کیلوگرمی روی یک سطح شیبداری $\theta = ۱۵^\circ$ که بر روی آن یک لایهٔ نازک تخت با لزجت دینامیکی $۸/۱۴\times۱۰^{-۲}\ \frac{N.s}{m^۲}$ قرار دارد بطرف پایین می‌لغزد. هرگاه سطح تماس جسم $۰/۳m^۲$ باشد، سرعت نهایی را حساب کنید؟



مثال: ۱-۸

حل: سرعتی را که در آن جسم به‌صورت یکنواخت حرکت می‌کند، سرعت

نهایی (V_s) گویند. با رسم دیاگرام آزاد صفحه خواهیم داشت:



$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \Rightarrow \tau = ۸/۱۴\times۱۰^{-۲} \times \left(\frac{V_T}{۰/۰۰۳} \right) = ۲۷/۱ \ \ V_T$$

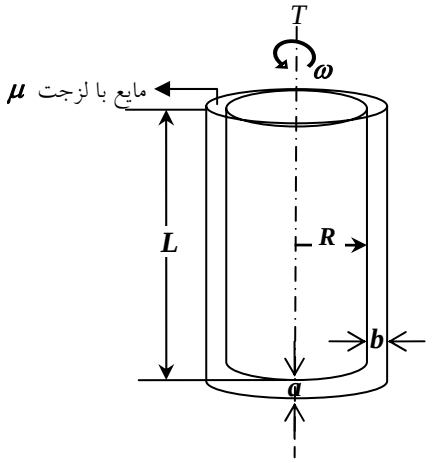
$$\sum F = ۰ \Rightarrow W \sin\theta - f = ۰ \Rightarrow w \sin\theta - \tau A = ۰$$

$$(۱۸\times۹/۸۱)\sin۱۵^\circ - ۲۷/۱V_T \times ۰/۳ = ۰ \qquad \Rightarrow V_T = ۵/۶۲ \, m/s \qquad W \sin\theta$$

مولفه $W \sin\theta$: وزن در امتداد سطح شیبدار

۱-۱۰-۴ لزجت سنج استوانه‌ای (حرکت یک استوانه داخل استوانهٔ دیگر)

لزجت مایعات را می‌توان با استفاده از وسیله‌ای به شکل (۱-۱۱) اندازه گرفت. این لزجت سنج از دو استوانهٔ هم محور تو در تو تشکیل شده است که بین دو استوانه را با سیال مورد نظر پر می‌کنند. استوانهٔ داخلی با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌کند و استوانهٔ خارجی ثابت است با اندازه‌گیری میزان گشتاور وارد به استوانه داخلی می‌توان لزجت مایع را به‌دست آورد.



شکل ۱-۹

رابطه بین گشتاور وارده و سایر متغیرها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:
الف)گشتاور وارده از طرف پیرامون استوانه‌ها:

$$T_۱ = FR = \tau AR = \mu \frac{V}{y}(۲\pi RL)R = \mu \frac{R\omega}{b}(۲\pi RL)R$$

$$\Rightarrow T_۱ = \frac{۲\pi R^۳ L\mu\omega}{b} \qquad (۱۱-۱)$$

ب)گشتاور وارده از طرف کف استوانه‌ها:

$$dF = \tau\, dA = \mu \frac{dV}{dy}(۲\pi r dr) = \mu \frac{V}{a}(۲\pi r dr) = \frac{۲\pi r^۳ \omega\mu dr}{a}$$

$$dT = r dF \quad \Rightarrow \quad T_۲ = \int_۰^R \frac{۲\pi r^۳ \omega\mu}{a} dr = \frac{\pi R^۴ \omega\mu}{۲a} \qquad (۱۲-۱)$$

گشتاور کل وارده برابر با مجموع دو گشتاور فوق است: $T = T_۱ + T_۲$

توجه داشته باشید که به علت کم بودن فاصله بین دو استوانه، توزیع سرعت را خطی فرض کردیم.

مثال ۱-۷: یک دستگاه ویسکومتر از دو استوانه هم مرکز به طول $۳۰\ cm$ و قطرهای $۲۰\ cm$و $۲۰/۲\ cm$ تشکیل شده است. برای چرخاندن استوانه داخلی با سرعت ۴۰۰ دور در دقیقه باید به آن گشتاور $۰/۱۳\ N.m$ وارد نمود. ویسکوزیته سیال موجود بین دو استوانه چقدر است ؟

۱) $۰/۰۰۱۶۵\ Pa.s$

۲) $۰/۰۰۸۵\ Pa.s$

۳) $۰/۰۱۶۵\ Pa.s$

۴) $۰/۰۸۵۲\ Pa.s$

حل: دور در دقیقه (rpm) واحد فرکانس است و برای تبدیل آن به $\frac{rad}{s}$ که واحد سرعت زاویه‌ای است در $\frac{۲\pi}{۶۰}$ ضرب می‌کنیم.

$$T = \frac{2\pi R^4 L\mu\omega}{b} \Rightarrow \mu = \frac{Tb}{2\pi R^4 L\omega}$$

$$b = 10/1 - 10 = 0/1\ cm \qquad , \qquad \omega = \frac{2\pi}{60} \times 400 = 41/9\ rad/\sec$$

$$\mu = \frac{0/13 \times 0/1 \times 10^{-2}}{2\pi \times 0/1^4 \times 0/3 \times 41/9} = 0/00165 \quad Pa.s$$

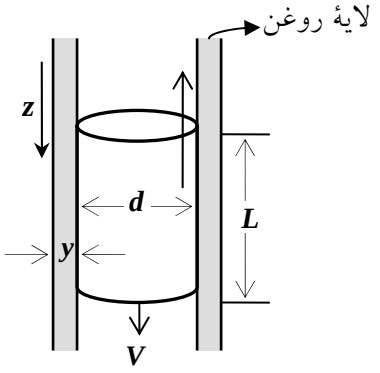
گزینه (۱) صحیح است.

در ادامه می‌خواهیم سرعت حرکت یک استوانه را در استوانهٔ دیگر به‌دست آوریم.

برای این کار استوانه‌ای به قطر d و طول L را در نظر می‌گیریم که در داخل استوانه دیگری قرار گرفته و در اثر وزن خود با سرعت ثابت V در حال حرکت به سمت پایین است. بین دو استوانه سیالی با لزجت μ و ضخامت y پر شده است.

رابطه بین متغیرها را به‌دست می‌آوریم:

چون سرعت حرکت استوانه ثابت است برآیند نیروهای وارد بر آن در جهت حرکت صفر است: $\sum F_z = 0 \Rightarrow F_f - W = 0 \Rightarrow F_f = W$



شکل ۱-۱۰

اگر وزن استوانه داده نشده باشد می‌توانیم آنرا با استفاده از رابطه:

$W = mg = \rho \forall g$ به‌دست آوریم که ρ چگالی استوانه داخلی است.

$$W = mg = \rho \forall g = \rho\left(\frac{\pi d^2}{4} L\right) g$$

$$F_f = \tau A = \mu \frac{du}{dy} A = \mu \frac{V}{y}(\pi dL)$$

$$\rho\left(\frac{\pi d^2}{4} L\right) g = \mu \frac{V}{y}(\pi dL) \Rightarrow V = \frac{\rho dgy}{4\mu} \qquad (۱۳-۱)$$

۱-۱۱ انواع سیالات

سیالات را می‌توان به دو گروه ایده‌آل و واقعی تقسیم کرد.

۱-۱۱-۱ سیال ایده‌آل

سیال ایده‌آل سیالی است که لزجت آن صفر و غیرقابل تراکم باشد. لزجت صفر یعنی سیال ضمن حرکت هیچگونه چسبندگی نداشته ودرآن هیچگونه تنش برشی موثر وجود ندارد. محور افقی شکل (۱-۱۱)که در آن $\mu = ۰$است، نشانگر سیال ایده‌آل می‌باشد. محور قائم نیز با $\mu = \infty$ نشان‌دهنده جسم جامد است.

این نوع سیال عملا وجود نداشته وصرفاً یک سیال فرضی ایده‌آل است که امکان ساده سازی وتحلیل بسیاری از مسائل مکانیک سیالات را فراهم می‌نمایند.

۱-۱۱-۲ سیال واقعی (حقیقی)

سیال واقعی سیالی است که دارای لزجت و تراکم‌پذیری باشد ودر تحلیل آن باید لزجت واثرات مربوط به آن در نظر گرفته شود. این نوع سیال بنام سیال لزج نیز شناخته می‌شود.

سیالات واقعی به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند:

الف) سیالات نیوتنی

ب) سیالات غیر نیوتنی

الف) سیالات نیوتنی

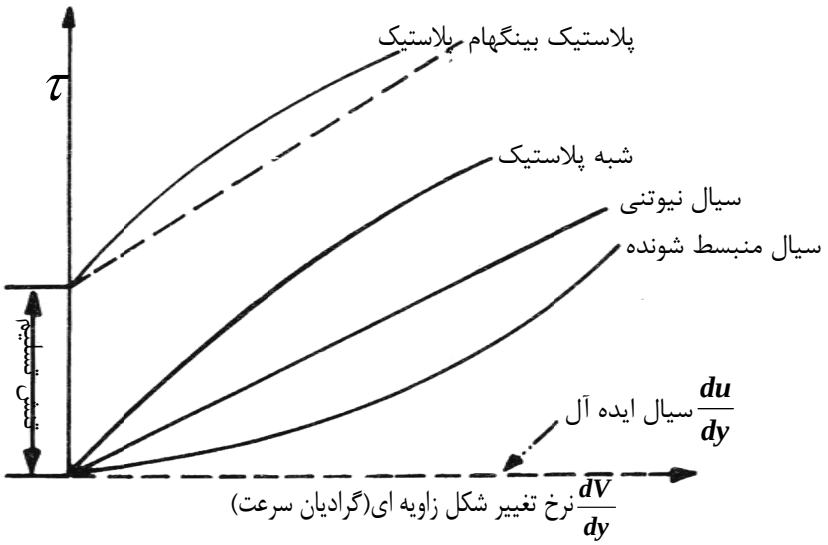
سیالات نیوتنی سیالاتی هستند که قانون لزجت نیوتن در آنها صدق می‌کند ولزجت آنها ثابت است. به عبارت دیگردر سیالات نیوتنی بین تغییرات تنش برشی (τ) و گرادیان

سرعت ($\frac{dV}{dy}$) رابطهٔ خطی وجوددارد و ضریب زاویه این خط، ضریب لزجت (μ) است.

($\tau = \mu \frac{dV}{dy}$ و μ ثابت است). مانند مایعات رقیق و گازها.

ب)سیالات غیرنیوتنی

سیالاتی را که از قانون لزجت نیوتنی پیروی نمی کنند سیالات غیر نیوتنی می‌نامند که در آنها بین تنش برشی و گرادیان سرعت یک رابطهٔ غیر خطی است. سیالات غیر نیوتنی به دو دسته تقسیم می‌شوند:سیالات غیر نیوتنی مستقل از زمان وسیالات غیر نیوتنی وابسته به زمان.



شکل۱-۱۱ تغییرات تنش برشی نسبت به نرخ تغییر شکل

ب۱) سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان

در سیالات غیرنیوتنی لزجت ظاهری در هر لحظهٔ معین به زمان بستگی ندارد. از این

نوع سیالات می‌توان سیالات پلاستیک، شبه پلاستیک و منبسط شونده را نام برد.

۱. پلاستیک[1]

پلاستیک‌ها دارای تنش تسلیم معین τ_0 می‌باشند تا به جریان درآیند وطبق رابطهٔ $\tau = \tau_\circ + \mu\left(\frac{dV}{dy}\right)^n$ که در آن $n, \mu, \tau_\circ$ مقادیر ثابت هستند. اگر بین τ و $\frac{dV}{dy}$ رابطهٔ خطی ثابتی وجود داشته باشد، سیال پلاستیک ایده‌آل است. همچنین اگر $n = ۱$ باشد جسم را پلاستیک بینگهام[2] گویند.

τ_0 تنش برشی بحرانی سیال است ومادامی که تنش اعمالی از آن تجاوز نکند، سیال به حرکت در نخواهد آمد؛ مانند (خمیر دندان، پارافین و لجن فاضلاب‌ها)

۲. شبه پلاستیک[3]

سیالی است که با افزایش تنش برشی، مقاومت (لزجت دینامیکی μ) آن کاهش می‌یابد.

این دسته از سیالات قادر به تحمل هیچگونه تنش برشی نیستند و لزجت آنها با افزایش گرادیان سرعت، کاهش می‌یابد؛ مانند خمیر کاغذ، گل، شیر سیمان و محلول‌های کلوئیدی...

۳. سیال اتساعی یا منبسط شونده[4]

سیالاتی منبسط شونده سیالاتی هستند که با افزایش تنش برشی، مقاومت (لزجت دینامیکی μ) آن بیشتر می‌شود و در این قبیل سیالات لزجت با افزایش گرادیان سرعت، افزایش می‌یابد. مانند تودهٔ ماسه بسیار ریز یا سوسپانسیون ماسه و نشاسته

ب۲)سیالات غیرنیوتنی وابسته به زمان

از این سیالات می‌توان به دو نوع سیال تیکسوتروپیک و ویسکوالاستیک اشاره کرد.

---

1. Plactic
2. Bingham
3. Pseudo plastic
4. Dilatant

۱. سیالات تیکسوتروپیک یا ژلاتین[1]

سیالی است که با گذشت زمان رقیق شده ولزجت آن با افـزایش تـنش برشـی کـاهش می‌یابد. مانند: ژله‌ها، رنگ‌ها و جوهر چاپ.

۲. سیال ویسکوالاستیک[2]

سیالی است که در تنش برشی ثابت، با گذشت زمان غلـیظ مـی‌شـود هماننـد سـیالات غیرنیوتنی عمل می‌کنند و هنگامی که تنش برشی ناگهان تغییر می‌کند مانند پلاستیک‌هـا عمل می‌کنند.

به‌طور کلی حالت‌های ذکر شده را می‌توان با معادله کلی زیر بیان نمود:

$$\tau = \tau_{\circ} + \mu\left(\frac{du}{dy}\right)^{n} \qquad (۱۴-۱)$$

$n = ۱ \rightarrow \tau_{\circ} = ۰$ سیال نیوتنی

$n = ۱ \rightarrow \tau_{\circ} \neq ۰$ سیال بینگهام

$n > ۱ \rightarrow \tau_{\circ} = ۰$ سیال منبسط شونده

$n < ۱ \rightarrow \tau_{\circ} = ۰$ پلاستیک

۱-۱۲ حجم[3]

حجم یک جسم عبارت است از فضایی که آن جسـم اشـغال مـی‌کنـد. از آنجـایی کـه مولکول‌های سازنده جامدها و مایعات به همدیگر چسبیده‌اند[4] (یعنی همدوس هسـتند) حجم اشغال شـده، بـه ظـرف حـاوی آنهـا بسـتگی نـدارد ولـی در مـورد گازهـا کـه مولکول‌هایشان همدس نیستند چنین چیزی درست نیست و حجـم آنهـا برابـر فضـای داخلی ظرف حاویشان می‌باشد. مثلاً اگر یک لیتر از یـک جامـد یـا مـایعی را در یـک ظرف ده لیتری قرار دهیم همان حجم یک لیتر را خواهد داشت اگر چـه حتـی ممکـن است در مورد مایع، شکل آن تغییر کند ولی وقتی یک لیتـر گـاز رادر همـان ظـرف ده لیتری قرار دهیم حجم آن ده لیتر خواهد داشت. واحد حجم، متـر مکعـب اسـت ولـی چون در اغلب موارد این واحد بسیار بزرگ است معمولاً بجـای آن از واحـد لیتـر (L)

1. Thxotropic
2. Viscoelastic
3. Volume
4. Cohesive

استفاده می‌کنند.

۱-۱۳ جرم مخصوص یا چگالی جرم یا دانسیته[1]

نسبت جرم به حجم یک سیال را جرم مخصوص یا چگالی آن سیال گویند و آن را با ρ نشان می‌دهند واز رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho = \frac{M}{\forall} \qquad (۱-۱۵)$$

بعد فیزیکی جرم مخصوص ML^{-3} و یا FL^{4} می‌باشد.

مقدار جرم مخصوص آب در فشار استاندارد ودمای ۴ درجه سانتی‌گراد در سیستم SI $\rho = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^3}$ و در سیستم انگلیسی $\rho = ۱/۹۴ \frac{slug}{ft^3}$ می‌باشد.

جرم مخصوص نشان‌دهنده نزدیکی مولکول‌های یک ماده به یکدیگر می‌باشد یا بعبارتی شاخص تراکم آن محسوب می‌شود. در نتیجه چگالی گازها ازمایعات وجامدات کمتر است وجرم مخصوص مایعات وگازها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

۱-۱۴ وزن مخصوص[2] یاچگالی وزن

وزن واحد حجم سیال را وزن مخصوص گویندوآن را ρ نشان می‌دهند واز رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\gamma = \frac{W}{V} = \rho g \qquad (۱-۱۶)$$

بعد فیزیکی وزن مخصوص FL^{-3} و یا $ML^{-2}T^{-2}$ می‌باشد.

رابطه بین جرم مخصوص ووزن مخصوص بصورت $\gamma = \rho g$ می باشد که درآن g شتاب ثقل است. مقدار وزن مخصوص با تغییر محل، تغییر می‌کند و بستگی به شتاب ثقل دارد. در شرایط شتاب گرانش استاندارد $(g = ۳۲/۱۷۳ \frac{ft}{s^2} = ۹/۸۰۷ \frac{m}{s^2})$ می‌باشد.

مقدار وزن مخصوص آب درفشار ۷۶۰ میلی متر جیوه ودمای ۴ درجه سانتیگراد در سیستم SI برابر $۹/۸۱ \frac{kN}{m^3}$ و یا $۹۸۱۰ \frac{N}{m^3}$ و در سیستم انگلیسی $۶۲/۴ \frac{lb}{ft^3}$ است.

---

1. density
2. Specific weight

۱-۱۵ چگالی نسبی[1] (S) یا جرم حجمی نسبی

نسبت جرم مخصوص یک جسم به جرم مخصوص یک سیال مرجع (مثل آب) را چگالی نسبی به عبارت دیگرنسبت وزن مخصوص یک جسم به وزن مخصوص آب را گویند. چگالی نسبی را با S یا SG نشان می‌دهیم.

$$S = \frac{\rho_{\text{جسم}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{\gamma_{\text{جسم}}}{\gamma_{\text{آب}}} \qquad (۱-۱۷)$$

چگالی نسبی نشان می‌دهد یک جسم چقدر سبک تر یا سنگین تر از آب یا هوا است.

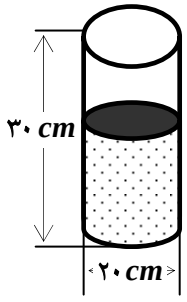
برای مایعات چگالی رانسبت به چگالی آب بیان می‌کنند وبرای گازها، چگالی نسبت به چگالی هوا بیان می‌شود.

$$S_{\text{مایع}} = \frac{\rho_{\text{جسم}}}{\rho_{\text{آب}}} \qquad (۱-۱۸)$$

$$S_{\text{گاز}} = \frac{\rho_{\text{گاز}}}{\rho_{\text{گاز}}} \qquad (۱-۱۹)$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید چگالی نسبی نسبت دو کمیت هم واحد است، بنابراین خود بدون واحد خواهد بود.

مثال ۱-۸: اگر $۲/۲kg$ روغن در یک ظرف استوانه‌ای مطابق شکل زیر ریخته شود تا نصف ارتفاع ظرف پرمی شود. مقدار جرم مخصوص روغن برحسب $\frac{ton}{m^۳}$ چقدر است؟ همچنین مقدار وزن مخصوص و چگالی روغن را نیز به‌دست آورید؟



1. Relative Density

شکل ۱-۱۲

ابتدا مقدار حجم استوانه را که محتوی روغن است به‌دست می‌آوریم:

$$V=\left(\frac{\pi d^{۲}}{۴}\right)\times h=\frac{\pi\times(۰/۲)^{۲}}{۴}\times ۰/۱۵=۴/۷۱۲\times ۱۰^{-۳}\,m^{۳}$$

سپس طبق روابط خواهیم داشت:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{۲/۲}{۴/۷۱۲\times ۱۰^{-۳}}=۴۶۶/۸۹\frac{kg}{m^{۳}}=۰/۴۶۶\frac{ton}{m^{۳}}$$

$$S=\frac{\rho}{\rho_w}=\frac{۴۶۶/۸۹}{۱۰۰۰}=۰/۴۶۶$$

$$S=\frac{\gamma}{\gamma_W}\rightarrow\gamma=۰/۴۶۶\times ۹/۸۰۶=۴/۵۷\frac{kN}{m^{۳}}$$

۱-۱۶ حجم مخصوص[1]

حجم مخصوص یک سیال عبارت است از حجم اشغال شده توسط واحد جرم سیال یا به عبارت دیگر عکس جرم مخصوص می‌باشد.

$$V_S=\frac{۱}{\rho} \qquad (۲۱-۱)$$

واحد حجم مخصوص در سیستم SI متر مکعب بر کیلوگرم $(\frac{m^{۳}}{kg})$ یا به عبارتی عکس جرم مخصوص است.

معمولاً در مورد گازها بجای جرم مخصوص از حجم مخصوص استفاده می‌کنند.

۱-۱۷ فشار[2]

یکی از مهمترین خواص سیالات، فشار است. فشار عبارت است از نیروی وارد بر واحد سطح و واحد آن در سیستم SI، $\frac{N}{m^{۲}}$ یا پاسکال(Pa)است.

$$P=\frac{F}{A} \qquad (۲۲-۱)$$

---

1. Specific volume
2. pressure

یعنی اگر نیروی یک نیوتن بر سطحی برابر یک متر مربع وارد شود یک پاسکال فشار اعمال می‌شود بنابراین در می‌یابیم که فشار شاخص شدت نیرو است و چون پاسکال واحد کوچکی است معمولاً بجای آن از کیلو پاسکال $(Kpa = ۱۰^{۳} Pa)$و یا مگا پاسکال $Mpa = ۱۰^{۶} Pa$ استفاده می‌شود.

فشار را می‌توان به‌صورت ارتفاع ستون سیال (h) نیز بیان کرد یعنی:

$$p = \gamma h \qquad (۲۳-۱)$$

P: فشار(Pa) ؛ γ: وزن مخصوص $\left(\frac{N}{m^{۳}}\right)$ و h: ارتفاع (m).

۱-۱۸ گاز کامل[1] و معادله حالت

گاز کامل یا گاز ایده‌آل گازی است که درآن نیروهای جاذبهٔ مولکولی قابل صرف نظر باشد. هرچه نیروی جاذبه ی ملکولی افزایش یابد، گاز به بخار نزدیک واز گاز کامل دور می‌شود. فرق بین گاز کامل و سیال ایده‌آل این است که سیال ایده آل، سیال تراکم ناپذیر و بدون اصطکاک می‌باشد در حالی که گاز کامل هم دارای لزجت و هم قادر به ایجاد تنش‌های برشی است و تراکم‌پذیر نیز هست.

بین خواص گاز کامل روابط زیر برقرار است که معادله گاز کامل نامیده می‌شود:

$$PV_S = RT \quad , \quad P = \rho RT \quad , \quad P\forall = mRT \qquad (۲۴)$$

در معادله فوق Pفشار مطلق برحسب (pa)، V_sحجم مخصوص بر حسب $\left(\frac{m}{Kg}\right)$، R ثابت عمومی گازها برحسب $\left(\frac{m.N}{Kg.k}\right)$، T دمای مطلق برحسب $(^{\circ}k)$و (m) جرم می‌باشد.

۱-۱۹ قابلیت تراکم‌پذیری سیالات (مدول بالک یا ضریب کشسانی حجمی)[2]

ضریب تراکم‌پذیری، قابلیت تراکم پذیری مایعات را در اثر فشار بیان می‌کند. تمام سیالات در اثر اعمال فشار تغییر حجم می‌دهند ومتراکم می‌شوند. با این عمل انرژی در داخل سیال ذخیره شده و به محض برطرف شدن فشار به حالت اولیه بر می‌گردد.

---

1. Perfect Gas
2. Bulk moduls elasticity

برای تشریح این پدیده سیالی با حجم V را در فشار P در نظر می‌گیریم که در اثر تغییر فشار dP حجمش به میزان dV تغییر می‌کند. در این صورت، ضریب تراکم‌پذیری مایع به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = \frac{-\frac{dV}{V}}{dP} \qquad (۲۵-۱)$$

بعد فیزیکی این مشخصه عکس فشار یعنی $F^{-1}L^{2}$ است.

علت وجود علامت منفی در این فرمول آن است که تغییرات فشار و حجم در خلاف جهت یکدیگرند. عکس ضریب یادشده با حرف K نشان داده می‌شود و به نام ضریب الاستیسیته یا ضریب تراکم ناپذیری مایع یا مدول حجمی خوانده می‌شود.

$$K = \frac{dP}{\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)} = \frac{-dP}{\left(\frac{dV}{V}\right)} \qquad (۲۶-۱)$$

که درآن dV تغییر حجم سیال، V حجم اولیه سیال، dP تغییر فشار و K ضریب الاستیسیته یا ضریب تراکم‌ناپذیری مایع می‌باشد. واحد K همان واحد فشار است و بعد ضریب الاستیسیته یا ضریب تراکم‌ناپذیری FL^{-2} می‌باشد و مقدار بزرگ آن نشان می‌دهد که سیال غیرقابل تراکم می‌باشد.

مایعات را در بیشتر موارد می‌توان تراکم‌ناپذیر در نظر گرفت اما درمواردی که فشار به‌طور ناگهانی و یا بشدت تغییر می‌نماید (مانند ضربه قوچ) یا در مواردی که دما تغییر می‌کند تراکم‌پذیری آنها اهمیت می‌یابد.

ضریب الاستیسیته یا ضریب تراکم ناپذیری بستگی به رابطهٔ فشار و جرم مخصوص دارد و چون جرم مخصوص بستگی به تغییرات درجه حرارت در زمان تراکم دارد، بنابراین K بستگی به درجه حرارت خواهد داشت.

مثال ۱-۹: یک مایع متراکم در یک سیلندر، در فشار $۱\frac{MN}{m^{2}}$ دارای حجم $۱۰۰۰cm^{3}$ و در فشار $۲\frac{MN}{m^{2}}$ دارای حجم $۹۹۵\ cm^{3}$ می‌باشد. مقدارمدول حجمی یا ضریب تراکم ناپذیری این مایع چقدر است؟

$$k = \frac{-\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}} = -\frac{-۲-۱}{\frac{(۹۹۵-۱۰۰۰)}{۱۰۰۰}} = ۲۰۰\ MPa$$

۱-۲۰ فشار بخار[1] (P_V)

هنگامی که مایعی در مجاورت هوا قرار می‌گیرد، تعدادی از مولکول‌های آن از محیط مایع خارج شده و بشکل بخار در فضای اطراف سطح آزاد مایع، پراکنده می‌شوند. اگر مایع در محیط بسته و محدودی واقع باشد به تدریج فشار بخار مایع اضافه می‌شود و به حدی می‌رسد که فشار جزیی بخار مایع از تبخیر بیشتر مایع جلوگیری خواهد کرد. در چنین حالتی گفته می‌شود که فضا از بخار مایع اشباع شده و فشار جزیی بخار مایع در این حالت به نام فشار بخار اشباع خوانده می‌شود.

به‌طور کلی اگر فشار مایعی برابر با فشار بخار آن شود مایع به جوش خواهد آمد و با بخار خود به حالت تعادل می‌رسد. اگر فشار مایعی به مقدار بیشتر از فشار بخار آن برسد، مایع به راحتی تبخیر می‌شود و اگر فشار مایعی به مقدار کمتر از فشار بخار برسد، حباب‌های بخار در داخل آن تشکیل می‌شود و پدیده خلأزایی مشاهده خواهد شد.

۱-۲۱ کشش سطحی[2]

در درون مایعات هرملکول توسط ملکول‌های دیگر واز طریق جاذبهٔ ملکولی جذب می‌شود و ملکول‌های موجود درسطح مایع، تحت اثرنیروی جاذبهٔ بیشتر از پایین نسبت به بالا که هواست قرار می‌گیرند ودر نتیجه این ملکول‌ها به طرف پایین کشیده می‌شوند که به این پدیده کشش سطحی گفته می‌شود. به عبارت دیگرکشش سطحی مقدار نیرویی است که در واحد طول در سطح مایع اثر کرده وملکولها را به درون مایع می‌کشدوبا σ(سیگما)نشان داده می‌شود.

$$\sigma = \frac{F}{L} \qquad (۲۷-۱)$$

کشش سطحی را انرژی سطحی ملکول‌های مایع نیز می‌نامند که در این حالت، کشش سطحی برابر باانرژی سطحی یا کار انجام شده به ازای واحد سطح است. واحد کشش سطحی در سیستم SI نیوتن بر متر $\left(\frac{N}{m}\right)$ یا $\left(\frac{lbf}{ft}\right)$ و دیمانسیون یا بعد کشش سطحی FL^{-1} می‌باشد.

---

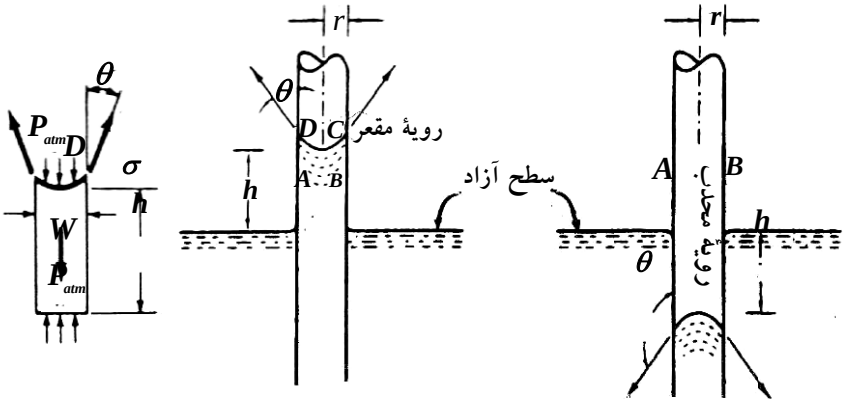
1. Vapor Pressure
2. Surface Tension

کشش سطحی مایعات برای توضیح برخی پدیده‌ها که در سطح مشترک یک گازو یک مایع مثل (آب وهوا) و یا یک گازویک مایع و یک جامد نظیر (آب، هوا و شیشه) قرار دارد، بکار برده می‌شود وناشی از نیروی جاذبهٔ بین ملکول‌های یکسان (پیوستگی[1]) و جاذبهٔ بین ملکول‌های غیریکسان (چسبندگی[2]) می‌باشد.

مقدار نیروی لازم برای بیرون کشیدن یک میلهٔ نازک به طول L از سطح آب برابر است با $F = ۲\sigma L$ و برای یک حلقه نازک فلزی به شعاع r برابر است با $f = ۴\pi r\sigma$. در این دو رابطه σ نشان‌دهندهٔ کشش سطحی آب است.

آب بعد از جیوه بالاترین نیروی کشش سطحی را نسبت به مایعات دیگر دارا است. همچنین مقدار کشش سطحی محلولها بیشتر از آب خالص است و همین عامل باعث صعود شیرهٔ گیاهی در آوندها به بالای یک درخت تنومند می‌شود.

در مرز مایع و گاز چون نیروهای پیوستگی بزرگ‌تر از چسبندگی است کشش سطحی ایجاد می‌شود. اگر جاذبهٔ مولکولی بین مولکول‌های مایع و ظرف بیش از جاذبهٔ مولکول‌های درون مایع باشد، ذرات مایع به ظرف چسبیده و مایع، جدار ظرف را خیس می‌کند مانند (شیشه و آب) در شکل (الف) برعکس هنگامی که جاذبهٔ مولکول‌های درون مایع بیشتر از جاذبهٔ مولکول‌های بین مایع و ظرف باشد، ذرات مایع به جدار ظرف نمی‌چسبد و مایع جدار خود را خیس نمی‌کند مانند (شیشه و جیوه) (شکل ج).



الف)آب وشیشه ب)جیوه وشیشه

شکل ۱-۱۳

1. Cohesion
2. Adhesion

۱-۲۲ اثرات کشش سطحی

۱-۲۲-۱ محاسبه فشار نسبی داخلی در قطره، حباب و جت باریک مایع

کشش سطحی باعث می‌شود که فشار داخلی قطرات، حباب‌ها و جت‌ها ی باریک مایع از فشار محیط بیشتر باشد به عبارت دیگر، کشش سطحی باعث می‌شود تادر داخل قطره، حباب وجت‌های مایع، فشار نسبی ایجاد شود.

بنابراین اختلاف فشار داخل وخارج(فشار نسبی داخلی) یک قطره، حباب وجت باریک استوانه‌ای برابر است با:

$$\text{قطره}: \Delta P = \frac{۲\sigma}{R} \qquad (۲۸-۱)$$

$$\text{حباب}: \Delta p = \frac{۴\sigma}{R} \qquad (۲۹-۱)$$

$$\text{استوانه}: \Delta p = \frac{\sigma}{R} \qquad (۳۰-۱)$$

در دو معادله اول R شعاع کره و در معادله سوم R شعاع استوانه است.

مثال ۱-۱۰: جت جیوه‌ای با مقطع دایره به قطر $۰/۱mm$ از یک سوراخ خارج می‌شود اختلاف فشار داخل و خارج جت چقدر است ؟ ضریب کششی سطحی جیوه در این حالت $۰/۵۱\frac{N}{m}$ است؟

$$p = \frac{۲\sigma}{d} = \frac{۲\times ۰/۵۱}{۰/۱\times ۱۰^{-۳}} = ۱۰۲۰۰\ pa = ۱۰/۲Kpa$$

مثال ۱-۱۱: فشار نسبی داخلی یک قطرهٔ کوچک به شعاع R، چند برابر فشار نسبی داخلی یک حباب به شعاع $۲R$، با کشش سطحی یکسان است؟

$$\text{قطره}\quad p = \frac{۴\sigma}{d} = \frac{۴\sigma}{۲R} = \frac{۲\sigma}{R}$$

$$\text{حباب}\quad p = \frac{۸\sigma}{d} = \frac{۸\sigma}{۲R} = \frac{۴\sigma}{R}$$

$$\rightarrow \frac{\text{قطره}\ P}{\text{حباب}\ P} = \frac{۱}{۲}$$

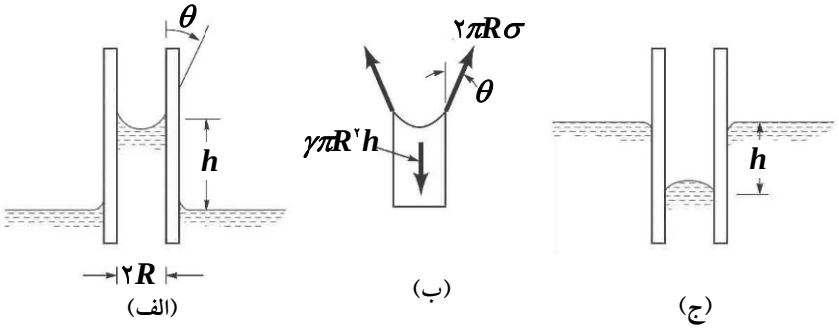
با توجه به فرمول‌های فوق هر چقدر میزان R کوچک‌تر باشد، مقدار ΔP بیشتر خواهد شد. ودر مورد حباب در حالتی که ΔP از فشار بخار مایع بیشتر شود حباب خواهد ترکید.

۱-۲۲-۲ مویینگی[1]

هر گاه یک لولهٔ نازک (مویین) در سطح آزاد مایع فرو برده شود بدلیل کشش سطحی و مقدار نسبی نیروهای چسبندگی وپیوستگی، مایع در این لوله بالا یا پائین می‌رود که این پدیده را مویینگی می‌نامند.

خاصیت موئینگی بستگی به میزان چسبندگی بین مایع و جامد و جاذبهٔ بین ذرات مایع (پیوستگی) دارد.

اگر نیروی چسبندگی بین مولکولهای مایع و لوله بیشتر از پیوستگی بین مولکول‌های مایع باشد، مایع در لولهٔ مویین بالا رفته و سطح مقعر تشکیل می‌شود؛ مانند صعود آب در لوله مویین شیشه‌ای (شکل ۱-۲۰الف) و اگر نیروی پیوستگی بیشتر از چسبندگی باشد مایع در لوله مویین پائین رفته و تشکیل سطح محدب می‌دهد، مانند نزول جیوه در لوله مویین(شکل۱-۲۰ج)



شکل۱-۱۴

طریقه به‌دست آوردن ارتفاع مویینگی در لوله‌های مویین

تعادل مایع در لوله نتیجه تأثیر دو نیروی مخالف یکدیگر است (شکل۱-۲۰ب). یکی مولفهٔقائم(نیروی کشش سطحی)در امتداد جدار لوله بطرف بالا و دیگری نیروی وزن مایع به طرف پایین می‌باشد. پس می‌توان نوشت:

$\sum F_y = ۰ \rightarrow$ نیروی وزن مایع = نیروی کشش

1. Capillarity

$$۲\pi R\sigma\cos\theta = \pi R^{۲}\times h\gamma$$

$$h=\frac{۲\sigma\cos\theta}{\gamma R} \quad \text{یا} \quad \frac{۴\sigma\cos\theta}{\gamma d} \qquad (۳۱-۱)$$

h: ارتفاع موییننگی(ارتفاعی که مایع بالا می‌رود یا پایین می‌رود (m)

R :شعاع لوله و d قطر لوله (m)

γ :وزن مخصوص مایع ($\frac{N}{m^{۳}}$)

θ : زاویهٔ بین مماس بر سطح آب و جدار لوله یا زاویه تر شوندگی

σ :کشش سطحی ($\frac{N}{m}$)

نکات:

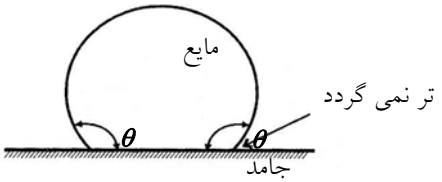
✍با کاهش شعاع در لوله موییین میزان صعود موییننگی افزایش می‌یابد.

✍نیروی کشش سطحی و در نتیجه ارتفاع آب در لوله موئین، بستگی به جنس مایع و زاویه تماس آن با لوله و شعاع لوله دارد.

✍هرگاه زاویهٔ تماس (θ)کوچکتر از ۹۰°باشد مایع سطح جامد را تر می‌کند، برای مثال می‌توان از تماس آب با صابون نام برد.

✍هرگاه زاویهٔ تماس (θ)بزرگتر از ۹۰° باشد مایع سطح جامد را تر نمی‌کند، برای مثال می‌توان از تماس آب با موم نام برد.

✍توجه داشته باشید که زاویهٔ تماس آب با یک سطح خیلی تمیز وصاف را می‌توان صفر در نظر گرفت. بنابراین میزان صعود موئینگی (h) به تمیزی لوله بستگی دارد.



شکل ۱-۱۵

میزان صعود بین دو صفحه موازی که با فاصله d از هم قرار گرفته اند عبارت

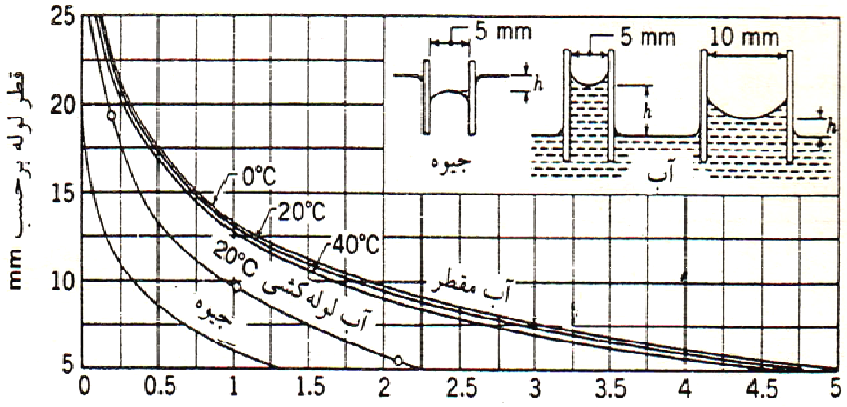
است از:

$$h=\frac{۲\sigma Cos\,\theta}{\gamma d} \qquad (۳۲-۱)$$

میزان صعود موییننگی بین دو لولهٔ هم محور به شعاعهای r_1 و r_2 عبارت است از:

$$h=\frac{۲\sigma}{\gamma(r_۲-r_۱)} \qquad (۳۳-۱)$$

میزان صعود موئینگی بین دو صفحه با فاصله d از هم نصف صعود موئینگی در لوله‌ای به قطرdاست.

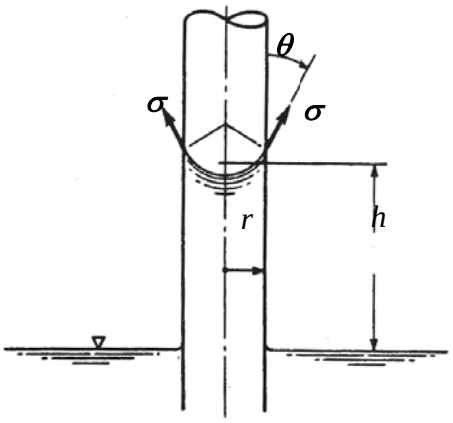


شکل ۱-۲۲ صعود و نزول موییننگی برحسب mm

مثال ۱-۱۲: اندازه بالا آمدن آب در لوله موئین را در سطح مشترک(آب – هـوا – شیشه) برای زاویهٔ $\theta=۰^\circ$ بدست آورید؟ شعاع لوله موئین ۱ میلی متر و کشش سـطحی $\sigma=۰/۰۷۲۸\frac{N}{m}$ می باشد.

حل:

$$h=\frac{۲\sigma\cos\theta}{\rho g r}=\frac{۲\times۰/۰۷۲۸\cos۰^\circ}{۱۰۰۰\times۹/۸۱\times۰/۰۰۱}=۰/۰۱۴۸m$$



شکل ۱-۱۶

۱-۲۳ کاویتاسیون [1]

هنگامی که درنقاطی ازمایع فشار به قدری کاهش یابد که مساوی فشار بخار یا کمتر از آن گردد، کاویتاسیون (خلازایی) به‌وجود می‌آید و باعث می‌شود که مایع سریعاً تبخیر گردیده (جوش آمده)وحبابهای کوچک تشکیل شود. این حبابها به همراه مایع حرکت کرده وبه طرف نقاطی از جریان که فشار بیشتری نسبت به فشار بخار دارند، حرکت کرده و این حالت در آنجا باعث ترکیدن ناگهانی حبابها می‌شود. گازهای حل شونده در مایعات نیز باعث به وجود آمدن کاویتاسیون خواهند شد و حلالیت گازها در مایع با کاهش فشار کم شده و در نتیجه گاز یا هوای حل شده در داخل مایع می‌تواند در نقاط کم فشار آزاد شده و باعث صدمه شود. اگرکاویتاسیون نزدیک سطوح رخ دهد، نیروی فشاری ایجاد شده از برخورد این فشار با سطح جسم سخت باعث خسارت به سطح خواهد شد. مانند کاویتاسیون در پمپها، توربین‌ها و پروانه‌ها.

۱-۲۴ اصل عدم لغزش و عدم پرش دما

هر گاه مایعی بر روی یک سطح جامد جاری باشد، تأثیر مقابل مولکول‌ها باعث می‌شود که مایع در تماس با سطح جامد مانند جدار لوله یا کف کانال خواهان تعادل

1. Cavitation

اندازهٔ حرکت و انرژی با سطح جامد باشد. اساساً تمام مایعات با سطح تماس خـود در حال تعادل اند، بنابراین یک مایع در تماس با کف کانال یا جدار لوله سـرعت و درجـه حرارت آنها را به خود می‌گیرد، یعنی:(۱-۳۴)

(الف) $V_{\text{سیال}} = V_{\text{سطح جامد(کف کانال)}}$ (ب) $T_{\text{سیال}} = T_{\text{سطح جامد(کف کانال)}}$

این دو معادله را به ترتیب از چپ به راست شرط عدم لغزش و شرط عدم پرش دمایی (دماهای مساوی) می‌گویند. این شرایط، در تحلیـل جریـان سـیال روی سـطوح صلب، به‌عنوان شرایط مرزی به کار می‌روند. با کنار گذاشتن نسبی شرط عدم لغزش در تحلیل جریان غیر لزج، پیچیدگی ریاضی مسأله کاهش می‌یابد. بـرای مثـال سـرعت در کف کانال (بتنی) یا جدار لوله صفر است، زیر کف کانال یا جدار لولـه بـدون حرکـت هستند.

نکات:

اصل عدم لغزش در مورد سیال ایده‌آل معتبر نیست زیـرا سـرعت سـیال در تمـاس بـا جسم جامد نظیر جدار لوله یا کف کانال صفر نیست.

اصل عدم لغزش در مورد گازهـا معتبـر نیسـت زیـرا میـانگین فاصـلهٔ برخـورد مولکول‌ها با هم زیاد است. در این حالت یک سرعت معین لغزش برای گاز نسـبت بـه جسم جامد (جدار لوله) وجود خواهد داشت.

در یک محیط متخلخل که در آن سیال می‌تواند نفوذ کند، شرط عدم لغزش برای مولفه قائم سرعت معتبر نیست. بنابراین در یک محیط متخلخل نظیر بستر رودخانه‌هـا($V_{\text{مماسی}} = 0$ و $V_{\text{قائم}} \neq 0$) است.

مجموعه تستهای خواص سیالات

۱. مطالعه سیالات در حالت سکون را..... گویند.

۱) مکانیک سیالات ۲) دینامیک سیالات

۳) پنوماتیک ۴) هیدرولیک

۲. یک سیال ایده‌آل دارای .....

۱) کشش سطحی صفر و تراکم ناپذیر است.

۲) تنش برشی صفر است و مانند یک گاز کامل رفتار می‌کند.
۳) چگالی و ویسکوزیته (لزجت) ثابت است.
۴) ویسکوزیته صفر و تراکم پذیر است.

۳. در کدام یک حالتهای ذیل فرض محیط پیوسته منطقی و مناسب است؟
۱) جریان آزاد مولکولی
۲) خلاء کامل
۳) جریان گاز با چگالی خیلی کم
۴) هیچکدام

۴. قانون لزجت نیوتنی در سیال متناسب می‌باشد با:
۱) جرم، شتاب و نیرو
۲) اندازه حرکت و نیرو
۳) تنش برش و میزان تغییر شکل زاویه‌ای
۴) فشار، سرعت و لزجت

۵. لزجت .....
۱) مایعات با افزایش درجه حرارت افزایش می‌یابد.
۲) یک سیال ایده‌آل متناسب و با درجه حرارت است.
۳) گازها با افزایش درجه حرارت افزایش می‌یابد.
۴) سیالات با کاهش درجه حرارت افزایش می‌یابد.

۶. در یک سیال نیوتنی .....
۱) لزجت دینامیکی مستقیماً متناسب با میزان تغیی شکل سیال است.
۲) لزجت سینماتیکی به‌طور معکوس متناسب با تنش برشی است.
۳) تنش برشی به‌طور مستقیم با میزان تغییر شکل سیال است.
۴) لزجت دینامیکی صفر است.

۷. در صورتی که ارتباط بین تنش برشی τ وکرنش برشی $\frac{du}{dy}$ به‌صورت $\tau = k\left(\frac{du}{dy}\right)^n$ تعریف شود، سیالی با مرتبه نمایی $n > 1$ شناخته می‌شود به‌عنوان:
۱) سیال منبسط شونده
۲) سیال شبه پلاستیک
۳) سیال نیوتنی
۴) پلاستیک بینگهام ((Bingham plastic

۸. عبارت نادرست را تعیین کنید: مثالی از نمونه سیالات غیر نیوتنی عبارتست از:

۱) دو غاب رسی خیلی غلیظ ۲) گلیسرین

۳) خمیر کاغذی ۴) جوهر چاه

۹. یک گاز کامل:

۱) تراکم‌ناپذیر

۲) دارای لزجت صفر است

۳) تراکم‌پذیر ولی دارای لزجت صفر است

۴) هیچکدام

۱۰. برای سیالی مدول الاستیسیته حجمی (مدول بالک)، k:

۱) هم با درجه حرارت وهم با فشار، هر چند به آرامی، تغییر می‌کند.

۲) ثابت می‌باشد.

۳) با درجه حرارت تغییر می‌کند ولی مستقل از فشار است.

۴) فقط با فشار تغییر می‌کند ومستقل از درجه حرارت است.

۱۱. در یک نمونه آب افزایش فشار $۲۱ \frac{MN}{m^۲}$ باعث ۱% کاهش حجم شد. مدول الاستیسیته حجمی (مدول بالک) این نمونه بر حسب $\frac{MN}{m^۲}$، برابر است با:

۱) ۲/۱ ۲) ۲۱۰

۳) ۲۱۰۰ ۴) ۰/۲۱

۱۲. در شرایط عادی آب در حدود

۱) ۱۰ برابر تراکم پذیرتر از فولاد است.

۲) ۱۰۰ برابر تراکم پذیرتر از فولاد است.

۳) ۱۰۰۰ برابر تراکم پذیرتر از فولاد است.

۴) ۱۰۰ برابر ترکم پذیری کمتری نسبت به فولاد دارد.

۱۳. جیوه به‌عنوان سیالی خوب جهت فشار سنجی در نظر گرفته می‌شود خصوصاً به واسطهٔ

۱) فشار بخار به‌طور جزئی وکوچک آن

۲) گرمای ویژه زیاد آن

۳) وزن مخصوص زیاد آن
۴) رویهٔ محدب آن

۱۴. کشش سطحی آب:
۱)با افزودن نمک کاهش می‌یابد
۲)با افزایش دما کاهش می‌یابد.
۳)تاثیری بر ارتفاع کاپیلاری ندارد
۴)با افزایش دما افزایش می‌یابد

۱) ۱۳۶ ۲) ۱۳۳/۱۰
۳) ۱۳/۶۰ ۴) ۹/۷۹

۱۵. در لوله‌ای غوطه‌ور در آب به قطر۴mm صعود مویینگی ۷/۵ mm است در صورتی .....که لوله یدیگری به قطر mm ۳ در همان آب وارد شود، صعود موئینگی درآن خواهد بود.

۱) ۱۳/۳۳ ۲) ۱۱/۵۵
۳) ۱۰mm ۴) ۵/۷mm

۱۶. عطر پاشی قطرات کوچک آب را با اندازهٔ $۵۰mm$ تولید می‌کند. در صورتی که ضریب کشش سطحی آب در هوا $۰/۰۷ N/m$ باشد اضافه فشار در داخل این قطرات کوچک برحسب Kpa، برابر است با:

۱) ۲/۸ ۲) ۵/۶
۳) ۱۱/۲ ۴) ۲۲/۴

۱۷. در صورتی که ضریب کشش سطحی آب در هوا $۰/۰۷ N/m$ باشد قطر لوله‌ای که برای نگه داشتن ارتفاع موئینگی بین $۰/۹۵ cm$ تا $۱ cm$ باید استفاده شود برابر است با:

۱) ۱/۵۵mm ۲) ۲/۱۵mm
۳) ۳mm ۴) ۶mm

۱۸. یک لولهٔ قائم به قطر۵ cm دارای جیوه تا ارتفاع۲۰ cm است. ارتفاع معادل ستون آب که همان مقدار فشار را اعمال می‌کند، ..... خواهد بود.

۱) ۱۰۰cm ۲) ۲۷۲cm

۳) ۴۰cm ۴) ۱۳۶cm

۱۹. یک بلوک مستطیلی با جداره‌های W به سمت پایین یک سطح شیبدار با زاویه ۳۰° نسبت به افق سرمی خورد. سطح شیبدار با یک سیال لزج با ضریب ویسکوزیته μ وضخامت t روغنکاری می‌شود. در صورتی که سرعت لغزش بلوک V باشد، بنابراین سطح تماس بلوک با سطح شیبدار روغنکاری شده خواهد بود:

۱) $\frac{wt}{۲\mu V}$ ۲) $\frac{wt}{\mu V}$

۳) $\frac{۲wt}{\mu V}$ ۴) $\frac{۴wt}{\mu V}$

۲۰. افزایش فشار تا $۲۰۰\ \frac{N}{cm^{۲}}$ جرم مخصوص آب را ۰/۱ % افزایش می‌دهد. مدول الاستیسیته حجمی (مدول بالک) آب مساوی است با:

۱) $۲۰۰\ \frac{GN}{cm^{۲}}$ ۲) $۲۰\ \frac{GN}{cm^{۲}}$

۳) $۲\ \frac{GN}{cm^{۲}}$ ۴) $۰/۲\frac{GN}{cm^{۲}}$

۲۱. سیالاتی با لزجت دینامیکی $\mu = ۰/۰۰۹۵۸ N.\frac{s}{m^{۲}}$ در لوله‌ای به قطر ۱۰cm جریان دارد. توزیع سرعت آن به‌صورت سهمی و طبق معادله $V = ۰/۰۱۳۲\left[\left(۱-\frac{r}{R}\right)^{۲}\right]$ است که در آن V بر حسب $\frac{m}{s}$ و r فاصله شعاعی از مرکز لوله و R شعاع لوله است. تنش برشی وارده بر جدار لوله چند $\frac{N}{m^{۲}}$ است؟

۱) ۰/۰۰۰۵۲۶ ۲) ۰/۰۱۳۱

۳) ۰/۰۵۲۶ ۴) ۰/۱۳۱

۲۲. یک صفحه شیشه‌ای متحرک به فاصله ۱mm از صفحه ثابت دیگری قرار دارد. بین دو صفحه از سیالی با جرم مخصوص $۱۰۰۰\ \frac{kg}{m^{۳}}$ پر شده است. اگر نیروی لازم در واحد سطح برای حرکت صفحه متحرک با سرعت ثابت $۰/۱۰\ \frac{m}{s}$ معادل ۴pa باشد ضریب لزجت سینماتیکی سیال V برابر چند $\frac{m^{۲}}{s}$ است؟

۱) $۱۰^{-۵}$ ۲) $۰/۰۴ \times ۱۰^{-۳}$

۳) $۰/۰۲ \times ۱۰^{-۳}$ ۴) ۰/۴

۲۳. توزیع سرعت یک مایع لزج $\mu = ۰/۹ \frac{N.s}{m^۲}$ برروی یک سطح صلب بوسیله رابطه $U = ۰/۶۸y - y^۲$ داده شده است. U سرعت مایع برحسب m/s در فاصله y متر از سطح صلب می‌باشد. تنش برشی در نقطه $y = ۰/۱۷\,m$ از سطح برابر است با:

۱) $۰/\,۶۱۲\ \frac{N}{m^۲}$ ۲) $۰/\,۳۴۰\ \frac{N}{m^۲}$

۳) $۰/\,۳۰۶\ \frac{N}{m^۲}$ ۴) $۰/\,۱۵۳\ \frac{N}{m^۲}$

۲۴. کاویتاسیون (پدیده خلأ زایی) در لوله حتماً وقتی بوجود می‌آید که:

۱) جریان کاملاً آشفته باشد ۲) فشار منفی باشد

۳) دما منفی باشد ۴) هیچکدام

۲۵. قانون لزجت نیوتن بیان می‌دارد که:

۱)تنش برشی نسبت معکوس با لزجت سیال دارد

۲)تنش برشی نسبت مستقیم با گرادیان سرعت دارد

۳)تنش برشی نسبت معکوس با کرنش برشی دارد

۴)تنش برشی نسبت مستقیم با سرعت دارد

۱) ۱و۲و۳ ۲) ۱و۳و۶

۳) ۲و۳و۵ ۴) ۲و۳و۶

۲۶. دلیل کاهش لزجت با دما در مایعات عبارت است از

۱)Cohesion ۲)Adhesion

۳) اندازه حرکت مولکولی ۴) هیچکدام

۲۷. سیال ایده‌آل چه سیالی است ؟

۱) با اصطکاک کم و غیر قابل تراکم.

۲) از قانون لزجت نیوتنی تبعیت می‌کند.

۳) از معادله پیوستگی تبعیت می‌کند.

۴) هر سیالی که می‌تواند در لوله بی اصطکاک جریان یابد.

۲۸. یک سیال فشرده در یک سیلندر دارای حجم ۱لیتر($۱۰۰۰\ cm^۳$)در فشار $۱ \frac{M.N}{m^۲}$ وحجم $۹۹۵\ cm^۳$ در فشار $۲ \frac{M.N}{m^۲}$ می باشد. مدول الاستیسیته بالک برای این سیال

چقدر است؟

۲۹. واحد SI لزجت چیست؟

۱) $10\ poise$ ۲) $9/81\ poise$

۳) $\frac{1}{9/81}\ poise$ ۴) معادل با $poise$ است

۳۰. مدول الاستیسیته حجمی .....

۱) به لزجت بستگی دارد ۲) به فشار بستگی ندارد

۳) به درجه حرارت بستگی ندارد ۴) با فشار افزایش می‌یابد

۳۱. هر چه درجه حرارت سیالی بالاتر رود کشش سطحی آن ..... می‌شود.

۱) زیاد ۲) کم

۳) ثابت‌تر ۴) کم وزیاد

۳۲. لزجت سینماتیکی مایعی برابر $5/88\times10^{-6}\ m^2/s$ و دانسیته آن $850\ kg/m^3$ است لزجت دینامیکی این مایع برابر است با:

۱) $144/56\times10^{-6}\ kg/m.s$ ۲) $0/005\ \ kg.m/s$

۳) $0/005\ \ kg/m.s$ ۴) $144/56\times10^{6}\ kg.m/s$

۳۳. یک صفحه فلزی به مساحت یک متر مربع و وزن $7/2Kgf$ روی سطح شیبداری با زاویهٔ 45° نسبت به افق، قرار گرفته است. چنانچه سرعت حرکت صفحه $1\ m/s$ و ضخامت لایهٔ روغن بین صفحه و سطح شیبدار $1mm$ باشد، لزجت دینامیک چقدر است؟

۳۴. واحد کشش سطحی در دستگاه SI برابر است با:

۱) $cm.N$ ۲) $M.N$

۳) $\frac{N}{cm}$ ۴) $\frac{N}{M}$

۳۵. وزن مخصوص آب در دمای 20° سانتی گراد ۹۷۹۰ نیوتن بر متر مکعب و لزجت دینامیک آن ۰/۰۱۰۰۸ پواز می‌باشد. لزجت دینامیکی آن چقدر است؟

۱) $0/0001\ m^2/s$ ۲) $0/00101\ m^2/s$

۳) $1/01\times10^{-6}$ ۴) $1/5\times10^{-5}$

۳۶. منظور از لزجت چیست؟

۱) نیروهای بین آب و ذرات

۲) نیروهای بین مایع واینرسی آب

۳) نیروهای چسبندگی بین ملکول‌های مایع

۴) نیروهای حرکتی آب

۳۷. مقدار عددی ضریب لزجت(μ)آب افزایش درجه حرارت از صفر تا ۱۰۰ درجه:

۱) اضافه می‌شود.

۲) تغییر نمی کند.

۳) تا حدود ۵۰ اضافه و سپس کاهش می‌یابد.

۴) کم می‌شود.

۳۸. سیالات حقیقی سیالاتی هستند که ویسکوزیته آنها ..... می‌باشد.

۱) ثابت ۲) متغیر

۳) غیرنیوتنی ۴) صفر ویا یک

۳۹. فشار بخار یک سیال.....

۱) با درجه حرارت رابطه خطی دارد.

۲) با افزایش درجه حرارت کاهش می‌یابد.

۳) با افزایش درجه حرارت افزایش می‌یابد.

۴) بستگی به درجه حرارت ندارد.

۴۰. یکی از مهمترین خواص مایعات آن است که:

۱) فشار ودرجه حرارت تأثیر ناچیزی در حجم آن دارد.

۲) فشار و درجه حرارت تأثیر به سزایی در حجم آن دارد.

۳) فشار حجم آن را کم می‌کند.

۴) درجه حرارت آن را کم می‌کند.

۴۱. سیال چیست؟

۱) جسم مادی است که شکل معینی دارد و نمی تواند تحت اثر نیرو، تغییر شکل بدهد.

۲) جسم مادی است که شکل معینی ندارد و نمی تواند تحت تأثیر کوچکترین نیرو،

تغییر شکل بزرگی بدهد.

۳) جسم مادی است که به سهولت نمی تواند جریان یابد.

۴) جسم مادی است که به سهولت می‌تواند جریان یابد ولی تحت اثر نیرو تغییر شکل نمی دهد.

۴۲. در رابطه با تأثیر افزایش درجه حرارت در تغییر لزجت گاز کدام گزینه صحیح است؟

۱) افزایش می‌یابد ۲) ابتدا زیاد وسپس کاهش می‌یابد

۳) کاهش می‌یابد ۴) تغییر نمی‌کند

۴۳. کدام عبارت در مورد ویسکوزیته مطلق صحیح است؟

۱) با افزایش دما ویسکوزیته مایعات افزایش می‌یابد

۲) با افزایش دما ویسکوزیته گازها افزایش می‌یابد

۳) با کاهش دما ویسکوزیته مایعات کاهش می‌یابد

۴) با کاهش دما ویسکوزیته گازها افزایش می‌یابد

فصل دوم

استاتیک سیالات

۲-۱ مقدمه

استاتیک سیالات شاخه‌ای از مکانیک سیالات است که سیال را در حالت سکون بررسی می‌کند و تغییرات فشار ونیروهای وارد بر اجسام غوطه ور مورد بحث قرار می‌گیرد. در این فصل سیالی را بررسی می‌کنیم که یا ساکن یا به‌صورتی در حرکت است که حرکت نسبی بین ذرات (لایه‌ای از سیال) با ذرات لایهٔ مجاورش وجود ندارد. و در هر دو حالت، تنش برشی در سیال وجود ندارد و تنها نیروی سطحی که بر ذرات اثر می‌گذارد نیروی فشاری(عمودی) است.

همان‌طور که خواهیم دید، نیروهای فشاری (عمودی) که توسط سیالات منتقل می‌شوند در بسیاری از موارد مهم اند. با استفاده از اصول هیدرواستاتیک، می‌توانیم نیروهای وارد بر اشیاء غوطه ور را محاسبه کنیم، که در طراحی ساختمان کشتی‌ها، سدها، دریچه‌های هیدرولیکی و غیره مهم‌اند.

۲-۲ فشار

فشار در هرنقطه از یک سیال ساکن عبارت است از نیرویی که توسط سیال بر واحد سطح در آن نقطه وارد می‌شود.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\text{(نیروی وارده)}}{\text{(سطح)}} \qquad (۱-۲)$$

واحد فشار در سیستم SI نیوتن بر متر مربع (N/m^2)میباشدکه برابر یک پاسکال Pa است و واحد فشار در سیستم انگلیسی پوند بر فوت مربع $\frac{lb}{ft^2}$ (psf) ویا پوند بر اینچ مربع(psi) می‌باشد.

$$\left(\frac{lb}{in^2} = psi\ ,\quad \frac{kg}{cm^2} = bar\quad ,\frac{N}{m^2} = Pa\right)$$

فشار سیالات دارای دو خاصیت عمده زیر است:

الف) فشار هیدرو استاتیک در هر نقطه از سیال، بر هر سطحی که در آن نقطه در نظر گرفته شود، عمود است. علت این امر آن است که هنگامی که سیال به حالت تعادل است، تنش‌های کششی یا برشی را نمی تواند تحمل کند، بنابراین تنها برآیند عمودی نیروها موثر خواهد بود. به عبارت دیگر، فشار هیدرواستاتیک فقط به حالت عمودی بر سطح اثر می‌کند.

ب) فشار هیدرواستاتیک درهر نقطه، در تمام جهات دارای مقدار مساوی است. به عبارت دیگر، میزان فشار به امتداد سطحی که در آن نقطه در نظر گرفته شده است، بستگی ندارد.

ماهیت فشار در مایعات وگازها متفاوت است. در مایعات فاصله ملکول‌ها نسبتا کم است، به این دلیل ملکول‌ها قادرند نیروهایی که بر هر یک ازآنها وارد می‌شود به ملکول‌های دیگر منتقل کنند. بنابراین ملکول‌هایی که در عمق معین از یک مایع قرار دارند نیروی وزن ملکول‌های بالاتر را به قسمت پایین انتقال می‌دهند. در نتیجه فشار در هر نقطه از یک مایع ساکن از وزن ذرات مایعی که در ارتفاع بالاتر از آن قرار دارند ناشی می‌شود. در گازها چون فاصله ملکول‌ها نسبتا زیاد است، وزن یک ملکول گاز نمی تواند به ملکول دیگر منتقل شود. بنابراین عامل فشار در گازها وزن آنها نیست بلکه از ضربات ملکول‌هایی که به یک سطح برخورد می‌کنند ناشی می‌شود. هر چه تعداد این ضربات بیشتر باشد فشار بیشترخواهد بود. برای مثال هرچه از سطح دریا بالاتر می‌رویم فشار هوا کاهش می‌یابد. علت این امر، کاهش جاذبهٔ زمین وکاهش تعداد ملکول‌ها در واحد حجم است که در پی آن آن تعداد ضربات وارد بر واحد سطح یعنی فشار کاهش می‌یابد.

نکات کلیدی:

اگر دو نقطه در ارتفاعهای یکسانی قرار داشته باشند، لزوماً دارای فشارهای یکسانی خواهند بود حتی اگر نقاط در یک صفحه افقی در ارتباط مستقیم نباشند.

☜قانون پاسکال: فشار در هر نقطه از یک سیال ساکن در کلیه جهات یکسان بوده و مستقل از جهت یعنی:

$$P_x = P_y = P_z = P \qquad (۲-۲)$$

☜هر گاه سیال ساکن نبوده و لایه‌های آن نسبت به هم حرکت داشته باشند فشار در یک نقطه را میانگین فشار در جهات مختلف در نظر می‌گیر یم.

$$p = \frac{۱}{۳}\left(p_x + p_y + p_z\right) \qquad (۳-۲)$$

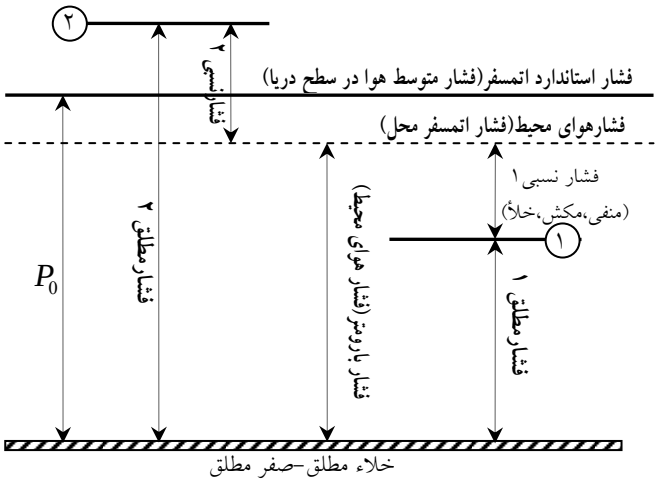
☜سطح آزاد عبارت است از سطح مشترک یک مایع و یک گاز و یا سطح مشترک دو مایع غیر محلول در یکدیگر.

۲-۳ فشار استاتیکی و فشار دینامیکی

هنگامی که از فشار سیال سخنی به میان می‌آید، مقصود نیرویی است که سیال ساکن در هر نقطه بر واحد سطح اعمال می‌کند و به آن فشار استاتیکی گفته می‌شود یا به‌طور ساده، فشار می‌گویند. اگر سیال در حال حرکت باشد، توده سیال در حال حرکت نیز نیرویی بر واحد سطح اعمال می‌کند که فشار دینامیکی نام دارد. بدیهی است فشار دینامیکی از سرعت سیال ناشی می‌شود و بنابراین مقدار آن به سرعت نسبی سیال و صفحه بستگی دارد.

۲-۴ فشار نسبی وفشار مطلق

فشار را می‌توان نسبت به هر مبنای دلخواه بیان کرد. اما معمولا یا نسبت به صفر مطلق یانسبت به اتمسفر محلی بیان می‌شود. فشار نسبت به خلا مطلق را فشار مطلق گویند. فشار نسبت به فشار اتمسفر محلی را فشار نسبی گویند.



شکل۲-۱ مبنا و واحدهای اندازه‌گیری فشار

در مکانیک سیالات فشار مطلق بندرت بکار می‌رود. در این کتاب منظور ما از فشار، همیشه همان فشار نسبی خواهد بود (مگر اینکه یاد آور شویم). ودر تمام فرمولها منظورمان از علامت P همان فشار نسبی می‌باشد و اگر چنانچه لازم آید که فشار مطلق را در محاسبات بکار بریم کافی است که فشار جو را $۱۰۱/۳\,KPa$ به فشار نسبی اضافه کنیم. در حالت کلی مقایسهای فشار به شکلهای زیر تقسیم می‌شود.

فشار صفر مطلق(خلاء مطلق یا کامل): پائین‌ترین فشار ممکن که در آن صفر مطلق به‌عنوان مبنا است. در این فشار خلاء کامل وجود دارد.

فشار اتمسفر محلی: همان فشار اطراف ما می‌باشد وبا شرایط محیط (آب وهوا وارتفاع) تغییر می‌کند وممکن است بیشتر ویا کمتر از فشار استاندارد باشد(مبنای فشار نسبی).

فشار اتمسفر استاندارد: فشار متوسط در سطح دریا می‌باشد وبرابر:

$$P_{\circ} = ۱\ atm = ۱۰۱/۳۲۵ kPa = ۱/۰۱۳۲ bar = ۱۴/۷ psi = ۱۰/۳۴ mH_{\circ}o = ۷۶۰ mmHg$$

فشار نسبی (فشار درجه، گیج یا بارومتر): هنگامی که فشار یک سیال نسبت به فشار اتمسفر محلی اندازه گیری شودآنرا فشار نسبی گویند.

فشار مطلق: هنگامی که فشار بر حسب اختلاف آن باخلأ کامل یا مطلق بیان شود آن را فشار مطلق گویند. بنابراین با توجه به شکل (۲-۱) بین فشار مطلق وفشار نسبی رابطه زیر برقرار می‌باشد:

(۲-۴) فشار نسبی ۲ + فشار بارومتر(فشار هوای محیط) = **فشار مطلق ۲**

فشار نسبی ۱(منفی،مکش،خلأ) – فشار بارومتر(فشار هوای محیط) = **فشار مطلق ۱**

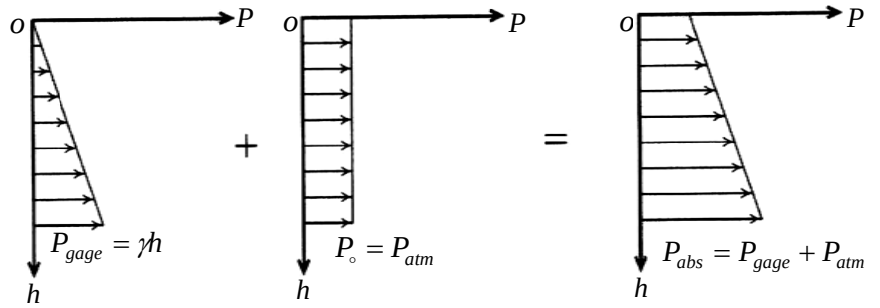
یا (۲-۵)
$$P_{abs} = P_{bar} + P_{gage}$$

فشار منفی (مکش یا خلأ): در صورتی که فشار در زیر فشار اتمسفر محلی باشد آن را فشار منفی (مکش یا خلأ) می‌گویند.

نکته:

☜فشار بیشتر از فشار اتمسفر را فشار نسبی و فشار کمتر از فشار اتمسفر را فشار خلاء گویند. در حل مسائل فشار نسبی را با عدد مثبت برای مثال ۶۰۰+ پاسکال و فشار خلاء را با عدد منفی ۶۰۰- پاسکال نشان می‌دهند.

نمودارهای شکل (۲-۲) مقایسه‌ای را جهت درک بهترفشار نسبی و فشار مطلق ارائه می‌دهند.



شکل۲-۲

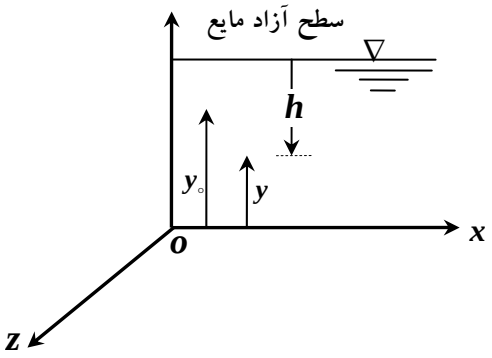
مثال۲-۱: اگر فشار اتمسفر در ناحیه‌ای ۱/۵ کیلوگرم بر سانتیمتر مربع باشد، میزان فشار در نقطه‌ای واقع در عمق ۳ متری زیر سطح آب را حساب کنید؟

$$P = P_{\circ} + \gamma h = ۱/۵ + \frac{۱ \times ۳ \times ۱۰۰}{۱۰۰۰} = ۱/۸ kg/cm^{۲}$$

۲-۵ محاسبه فشار در مایعات

اگر مایع ساکنی را با سطح آزاد مشخص در نظر بگیریم، در آن‌صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = -\gamma \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{cases}$$



شکل ۲-۳

این روابط نشان می‌دهند که فشار تابعی از x و z نیست وتنهادرراستای y تغییرمی کند، بنابراین می‌توان در معادلهٔ $\frac{\partial P}{\partial y} = -\gamma$ از مشتق معمولی استفاده کرد و معادله اساسی هیدرواستاتیک که تغییرات فشار نسبت به عمق سیال می‌باشد را نوشت:

$$\frac{dP}{dy} = -\gamma \qquad (۶-۲)$$

این معادله برای هرسیال ساکن(مایع وگاز) در میدان جاذبه معتبر است صادق است وبرای محاسبه توزیع فشار باید از این معادله بین دو حد مناسب انتگرال گیری کنیم. اگر فشار در سطح آزاد مایع را با P_0 نشان دهیم و بدانیم که مقدار آن برابر فشار اتمسفر (P_{atm}) است، در آنصورت با انتگرال گیری از معادله مذکور از y_0 با فشار P_0 تا y با فشار P خواهیم داشت:

$$dP = -\gamma\, dy \rightarrow \int_{P_0}^{P} dP = -\int_{y_0}^{y} \gamma\, dy$$

حال اگر مایع مورد نظر همگن وغیر قابل تراکم باشد، یعنی وزن مخصوص آن مقدار ثابتی داشته باشد، در آنصورت با لحاظ کردن $h = y_0 - y$، بعنوان فاصله از سطح آزاد مایع، می‌توان نوشت:

$$P - P_{\circ} = \gamma(y - y_{\circ}) = \gamma h$$

$P - P_{\circ}$ را که فشار نسبی یافشار گیج نامیده می‌شود، با P_{gage} نمایش می‌دهند ونشان دهندهٔ فشار مایع بدون در نظر گرفتن فشار ناشی از اتمسفر در محل است. بعبارت دیگر می‌توان گفت فشار نسبی، فشاری است که نسبت به فشار محیط سنجیده می‌شود. با توجه به روابط ذکر شده مقدار فشار نسبی بربر است با:

$$P_{gage} = \gamma h \qquad (۷-۲)$$

ولی چنانچه هدف تعیین فشار کل یعنی مجموع فشار مایع و فشار اتمسفر باشد، در آنصورت از فشار مطلق که با P_{abs} نشان داده می‌شود، استفاده می‌کنیم. فشار مطلق، فشاری است که نسبت به خلأ مطلق(فشار صفر مطلق) سنجیده می‌شود وبه‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$P - P_{\circ} = \gamma h \;\rightarrow\; P = P_{\circ} + \gamma h \quad \rightarrow \quad P_{abs} = p_{atm} + P_{gage} \qquad (۸-۲)$$

که در آن γ وزن مخصوص سیال بر حسب $\left(\frac{N}{m^3}\right)$ ؛ P فشار درهر نقطه از سیال، بر حسب $\left(Pa = \frac{N}{m^2}\right)$ و h عمق است وبرابر $(y - y_{\circ})$ می باشد وبر حسب (m) است. اغلب در مایعات بهتر است که مبدا دستگاه مختصات را در سطح آزاد مایع(سطح مرجعی) که معمولاً فشار یک اتمسفر است در نظر بگیریم.

۲-۶ تغییر فشار با عمق

فشار را می‌توان برحسب ارتفاع ستون مایع نیز بیان کرد که معادل نیروی وارد به واحد سطح، در کف ستون است.

فشار هر نقطهٔ یک مایع به‌طور مستقیم متناسب با عمق آن افزایش می‌یابد(عمق نسبت به سطح آزاد مایع) این موضوع را می‌توان با در نظر گرفتن سطح کوچکی از مایع که در عمق h نسبت به سطح آزاد مایع قرار گرفته روشن نمود. (شکل ۲-۴)

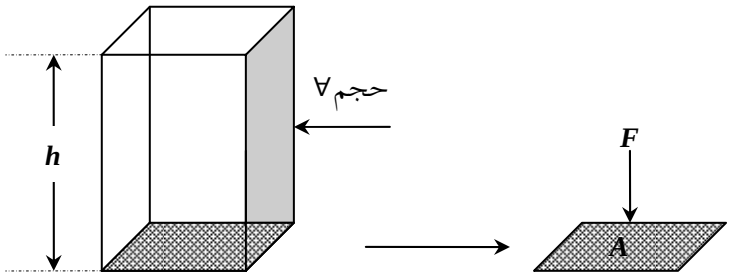
وزن مایع بالای سطح

$$F = W = \qquad = \gamma V = \rho g.A.h$$

$$P = \frac{F}{A} = \rho g h$$

$$P = \rho g h = \gamma h \qquad (۹-۲)$$

در این رابطه فشار P (نیوتن بر متر مربع یا پاسکال)؛ F نیروی وارد بر سطح(نیوتن) ؛ρ جرم مخصوص(کیلوگرم بر متر مکعب)، g شتاب ثقل(متر بر مجذور ثانیه) وh ارتفاع آب (متر) است.



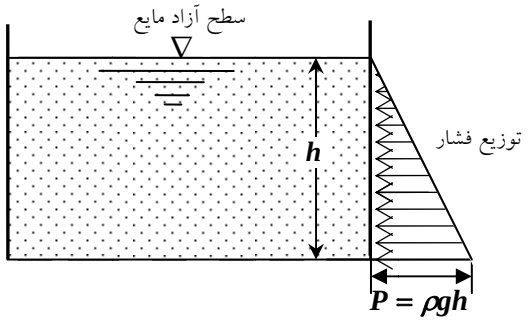
شکل۲-۴

نکات:

☜در یک سیال ساکن، فشار در راستای افق ثابت و در راستای قائم به‌صورت خطی تغییر می‌کند.

☜فشار ناشی از سیال در هر نقطه داخل آن بستگی به شکل ظرف ندارد. به‌عنوان مثال اگر دو استوانه با قطرهای مختلف دارای سیال با ارتفاع یکسان باشند، فشار در کف آنها مساوی است.

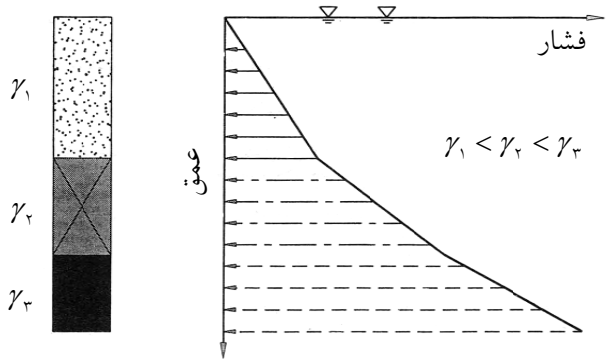
☜فرمول (۲-۹) نشان می‌دهد که فشار درون مایع از وزن آن ناشی می‌شود و از آنجا که فشار با عمق تناسب مستقیم دارد توزیع آن مثلث گونه خواهد بود. منحنی تغییرات فشار هیدرواستاتیک برای یک سیال با سطح آزادبه شکل زیر می‌باشد:



شکل۲-۵

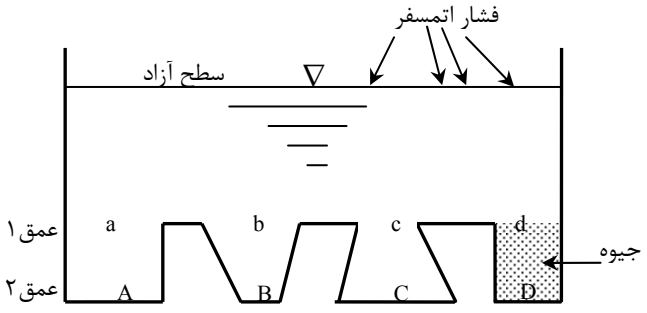
☜اگر چنانچه سطح آزاد مایع در فشار متعارفی واقع باشد این فرمول فشار نسبی در عمق h را نشان می‌دهد و اگر چنانچه سطح آزاد مایع در فشار دیگری غیر از فشار متعارفی باشد می‌بایست مقدار آن را منظور داشت(یعنی از مقدار داده شده توسط فرمول (۲-۹ کم نمود و یا به آن افزود).

☜اگر مایعات با وزن مخصوص‌های مختلف روی هم قرار گیرند، منحنی تغییرات فشار هیدرواستاتیک به‌صورت یک خط مستقیم نبوده و در فصل مشترک مایعات مختلف دارای شکستگی خواهد بود. و هر چه وزن مخصوص مایع زیادتر باشد زاویهٔ تماس خط نسبت به محور قائم بیشتر خواهد شد.



شکل۲-۶

از معادلهٔ اساسی فشار هیدرواستاتیک می‌توان نتیجه گرفت:در سیال ساکن یکنواخت با توزیع همگون، فشار فقط با فاصلهٔ عمودی تغییر می‌کند وبا شکل ظرف خود ارتباطی ندارد. در یک صفحه افقی داخل سیال، فشار در تمام نقاط یکنواخت است وبا افزایش عمق بیشتر می‌شود. مثلا در شکل(۲-۷) سطح آزاد در فشار اتمسفر یک صفحه افقی است و نقاط a، b، c وd در عمق‌های مساوی و در صفحه‌ای افقی قرار دارند که به‌وسیلهٔ سیال آب به هم مرتبط اند، بنابراین فشار تمام این نقاط یکسان است. همچنین در نقاط A، BوC که همگی در کف قرار گرفته اند و نسبت به نقاط قبلی به یک اندازه افزایش دارند نیز صادق است، اما نقطهٔ D اگر چه در همان عمقی قرار دارد که نقاط A، BوC واقعند، اما به دلیل واقع شدن در زیر سیال دیگر (جیوه) فشار متفاوتی دارد.



شکل۲-۷

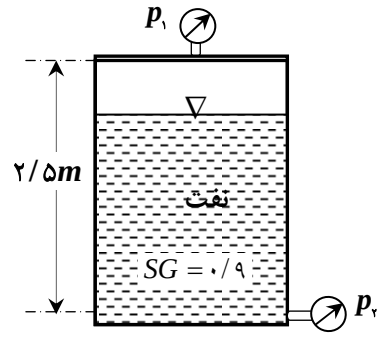
۲-۷ تغییرات فشار در سیال ساکن تراکم پذیر

تغییر فشار با ارتفاع برای سیالات تراکم پذیر از فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$P = P_{\circ} e^{-\left[\frac{\gamma_{\circ}(y-y_{\circ})}{P_{\circ}}\right]} = P_{\circ} e^{-\left[\frac{g(y-y_{\circ})}{RT}\right]} \qquad (۲-۱۰)$$

که در آن g شتاب جاذبه، R ثابت گاز، T دمای مطلق ثابت آن، $P_{\circ}$ فشار در ارتفاع $y_{\circ}$ و P فشار در ارتفاع y می‌باشند.

مثال ۲-۲: مخزن سوختی را که در شکل(۲-۸) نمایش داده شده در نظر می‌گیریم. فشار عقربه در قاعده مخزن را در حالتی که فشار بالای مخزن مقادیر صفر، یا Kpa ۲۵ و یا Kpa ۱۰- را نشان می‌دهد، تعیین نمائید.



شکل ۲-۸

حل:

$$P = \rho g h$$

$$P = ۰/۹ \times ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ \times ۲/۵ \ (pa) = ۲۲/۱ \ kPa$$

الف) اگر $P_1 = ۰$ باشد $P_2 = P_1 + ۲۲/۱ \ kPa = ۲۲ \ KPa$

ب) اگر $P_1 = ۲۵ \ kPa$ $P_2 = P_1 + ۲۲/۱ \ kPa = ۲۵ + ۲۲/۱ = ۴۷/۱ \ kPa$

ج) اگر $P_1 = -۱۰ \ kPa$ $p_2 = P_1 + ۲۲/۱ kPa = -۱۰ + ۲۲/۱ = ۱۲/۱ \ kPa$

مثـال۲-۳: شـدت فشـار را در عمـق ۶m آب برحسـب pa محاسـبه کنیـد در صورتی‌که قرائت بارومتر، ۷۶cmHg باشد، فشار مطلق در عمق ۶ m را محاسبه کنید؟

شدت فشار = $P_g = \gamma h = \rho g h = ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ \times ۶ = ۵۸۸۳۶ Pa$ یا $۵۸/۸۳ kPa$

فشار اتمسفر = $\rho_g g h_g = (۱۳/۵۷ \times ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱) \times ۰/۷۶ = ۱۰۱۱۳۱/۲۴ \ Pa$

فشار اتمسفر + فشار نسبی = فشار مطلق

$$۵۸۸۳۶ + ۱۰۱۱۳۱ / ۲۴ = ۱۵۹۹۶۷ / ۲۴ Pa$$

مثال۲-۴: عمق آب و جیوه را برای فشار ۵۰ kpa مقایسه کنید؟

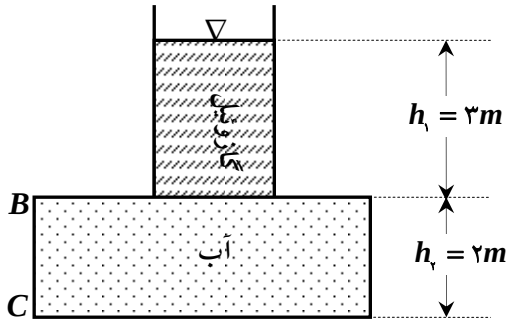
حل:

$$p = \gamma h$$

برای آب $$h = \frac{۵۰ \times ۱۰۰۰ \ N/m^۲}{۹۸۰۶ \ N/m^۳} = ۵/۱۰ \ m$$

$$h=\frac{P}{\gamma}=\frac{P}{\gamma_w.SG_{Hg}}=\frac{۵۰۰۰۰N/m^۲}{۹۸۰۶\,N/m^۳\times ۱۳/۵۷}=۰/۳۷۵m \quad \text{برای جیوه}$$

مثال۲-۵: مطابق شکل در قسمت بالای یک مخزن آب یک ستون ۳ متری گازوئیل ($SG=۰/۷۳$) قرار دارد. مطلوبست فشار در کف مخزن در صورتی که فشار اتمسفر $۱/۱kPa$ باشد.



$$P_C=P_o+\gamma_G h_۱+\gamma_w h_2$$
$$P_C=۱/۱\times ۱۰۰۰\ (N/m^۲)+۰/۷۳\times ۹۸۰۶\times ۳(N/m^۲)+۹۸۰۶\times ۲(N/m^۲)$$
$$P_C=۴۲۱۸۷/۱۴(N/m^۲)$$

۲-۸ وسایل اندازه گیری فشار

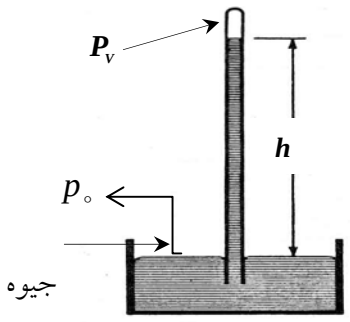
مانومترها، پیزومترهاو.. . وسایلی هستند که برای اندازه گیری فشارهای نسبی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در زیر به چند مورد از این وسایل اشاره می‌شود:

۲-۸-۱ فشارسنج بوردن

فشارسنج بوردن فشار نسبی را اندازه گیری می‌کند. این فشارسنج، فشار را نسبت به فشار محیط اطراف (فشار محلی) اندازه گیری می‌کند.

۲-۸-۲ فشارسنج جیوه ای(بارومتر جیوه‌ای

فشارسنج (بارومتر) جیوه‌ای شامل یک لوله شیشه‌ای محتوی جیوه است یک سر آن بسته و سر دیگر آن در ظرفی پر از جیوه قرار دارد که برای سنجش فشار اتمسفرمحلی به‌کار می‌رود (که بوسیله توریچلی در سال ۱۶۴۳ اختراع شد)



شکل۲-۱۰

$$P_\circ = P_V + \rho_{Hg} gh \qquad (۱۱-۲)$$

که درآن $P_\circ$ فشار اتمسفر، P_V فشار بخار جیوه، ρ_{Hg} جرم مخصوص جیوه و g شتاب ثقل می‌باشد.

چون فشار بخار جیوه در دمای محیط $(۲۰^\circ c)$، $۰/۱۶\ Pa$ است، معمولاً در مقایسه با فشار اتمسفر که تقریباً $۱۰^۵ pa$است، صرف نظر می‌شود. پس داریم:

$$P_\circ = ۰ + \rho_{Hg} gh \qquad (۱۲-۲)$$

بنابراین:

$$h = \frac{P_\circ}{\rho_{Hg} g} \qquad (۱۳-۲)$$

در شرایط استاندارد کنار دریا با:

$$\rho_{Hg} = ۱۳۳\, kN/m^۳ \quad , P_\circ = ۱۰۱/۳۵ kPa$$

در نتیجه ارتفاع ستون جیوه برابر است با

$$h = \frac{۱۰۱/۳ kPa}{۱۳۳\, kN/m^۳} = ۰/۷۶۱\ mHg = ۷۶۱\ mmHg$$

به همین دلیل از جیوه که سنگین ترین مایع شناخته شده است، استفاده می‌کنند.

مثال ۲-۶: یک فشارسنج بوردن خلاء نسبی15kPaرا نشان می‌دهد. اگر بارومتر جیوه‌ای نیز عدد 450mm را نشان دهد، فشار مطلق چند میلی جیوه خواهد بود؟

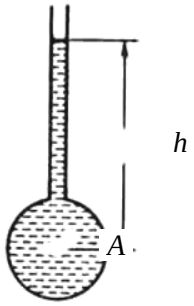
$$P_{gage} = -۱۵kPa \rightarrow h_{gage} = \frac{P_{\circ}}{\rho_{Hg}\, g} = \frac{-۱۵ \times ۱۰^{۳}}{۱۳/۶ \times ۹/۸۰۶} = -۱۱۲/۵mmHg$$

$$h_{atm} = ۷۵۰\ mmHg$$

$$h_{abs} = h_{atm} + h_{gage} = ۷۵۰ - ۱۱۲/۵ = ۶۳۷/۵\ mmH$$

۲-۸-۳ پیزومتر

پیزومتر لوله‌ای است شیشه‌ای که به‌طور عمودی به لوله اصلی ویا مخزنی که فشار آن می‌بایست اندازه گیری شوداتصال یافته وسر دیگرش بصورت باز، بالاتر از لوله قرار گرفته است. پیزومتر برای اندازه گیری فشارهای مثبت وکم مایعات بکار می‌رود.



شکل ۲-۱۱

فشار نسبی مایع در هر نقطه از مخزن را می‌توان به کمک ارتفاع بالا آمدگی مایع در لوله پیزومتر به‌صورت زیر محاسبه نمود:

$$P_A = \gamma h \qquad (۱۴-۲)$$

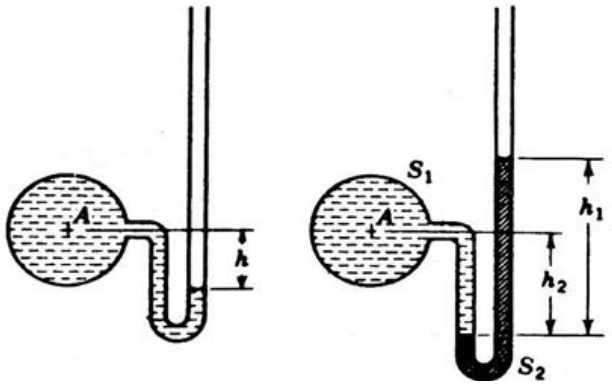
این وسیله نمی تواند فشار منفی را اندازه گیری کند، چون هوا از طریق لوله وارد مخزن می‌شود. همچنین برای فشارهای زیاد نمی توان از آن استفاده کرد چون در این صورت احتیاج به لوله بسیار بلندی خواهد بود تا سیال بتواند در داخل آن بالا رود.

۲-۸-۴ مانومترها

مانومترها وسایلی هستند که به بهره گیری از ستون مایع اختلاف فشار را اندازه‌گیری

می‌کنند. این وسیله بسته به کاربرد آن می‌تواند درقالب یکی از شکل‌های(۲-۱۲) مورد استفاده قرار گیرد.

مانومتر شکل۲-۱۲(الف) جهت اندازه گیری فشارهای مثبت ومنفی کم درمایعات بکار میرود. درحالی‌که مانومتر شکل۲-۱۲(ب) علاوه بر اندازه گیری فشارهای مثبت ومنفی، به علت بکارگیری مایع مانومتری متفاوت با سیال درون مخزن که دارای چگالی بیشتری نسبت به آن می‌باشد، قادر به اندازه گیری فشارهای زیادتر نیز می‌باشد. در این حالت سیال درون مخزن گاز نیز می‌تواند باشد.



(الف)مانومتربرای فشار منفی (ب) مانومتربرای فشار زیاد

شکل ۲-۱۲

روش محاسبهٔ فشار در مانومترها

به‌طور کلی در مانومترهای دارای سیالات با چگالی مختلف روش تعیین فشار چنین است:

گام۱:با شروع ازیک نقطهٔ مانومتر(معمولاسمت چپ)فشارنقطهٔ اولیه رامنظورمی نماییم. اگراین نقطه دارای فشار معلوم بود، با واحد مشخص وچنانچه فشار آن مجهول باشد با علامت مناسبی بیان می‌گردد.

گام۲: در مسیر مانومتر حرکت کرده تا به سطح مشترک با سیال بعدی برسیم. در این حالت تغییر فشار ایجاد شده در طول حرکت را با فشار ثبت شده اولیه جمع جبری می‌کنیم، به این ترتیب اگر سطوح مشترک بعدی پایین تر بود تغییر فشار را با علامت

مثبت واگر بالاتر بود با علامت منفی اضافه می‌نماییم. و این عمل را تا سر دیگر مانومترادامه می‌دهیم و حاصل را برابر با فشار در آخرین نقطه قرار می‌دهیم.

نکته: دریک مسیر پیوسته برای یک سیال، دونقطهٔ هم ارتفاع دارای فشار یکسان می‌باشند. بنابراین برای دو نقطهٔ هم تراز از یک سیال پیوسته که در دو طرف مانومتر قرار دارند، فشارها همدیگررا خنثی کرده واز محاسبات حذف می‌شوند، یعنی می‌توانیم از یک نقطه به نقطهٔ دیگر پرش عرضی داشته باشیم.

با توجه به گامهای ذکر شده می‌توان فشار در نقطهٔA را در هر دو حالت (الف)و(ب) از شکل (۲-۱۲)، به‌صورت زیر محاسبه نمود:

$$P_A + \gamma h = P_{atm} = ۰ \rightarrow P_A = -\gamma h \qquad \text{(الف)}$$

$$P_A + \gamma_۱ h_۱ - \gamma_۲ h_۲ = P_{atm} = ۰ \rightarrow P_A = \gamma_۲ h_۲ - \gamma_۱ h_۱ \qquad \text{(ب)}$$

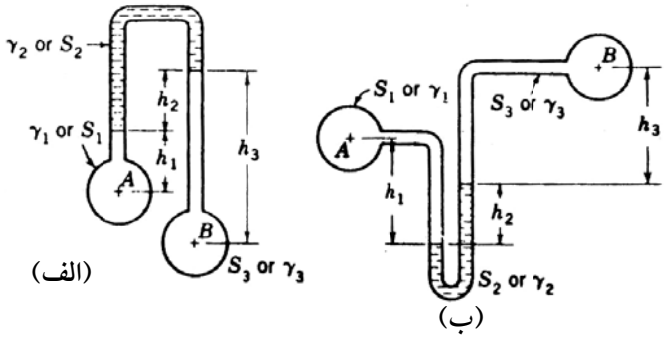
۲-۸-۵ مانومتر دیفرانسیلی (مانومتر تفاضلی)

برای اندازه گیری فشار بین دو مخزن یا دو نقطه از یک لوله، از مانومتر دیفرانسیلی شکل(۲-۱۳) استفاده می‌کنیم و زمانی به کار می‌رود که نتوانیم فشار واقعی در هر نقطه از سیستم را محاسبه کنیم.

با استفاده از روش مانومتری محاسبه فشار، می‌توان اختلاف فشار بین دو نقطه Aو B را در دو حالت الف و ب از شکل (۲-۱۳) به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$P_A - \gamma_۱ h_۱ - \gamma_۲ h_۲ + \gamma_۳ h_۳ = P_B \rightarrow P_A - P_B = \gamma_۱ h_۱ + \gamma_۲ h_۲ - \gamma_۳ h_۳ \qquad \text{(الف)}$$

$$P_A + \gamma_۱ h_۱ - \gamma_۲ h_۲ - \gamma_۳ h_۳ = P_B \rightarrow P_A - P_B = \gamma_۳ h_۳ + \gamma_۲ h_۲ - \gamma_۱ h_۱ \qquad \text{(ب)}$$

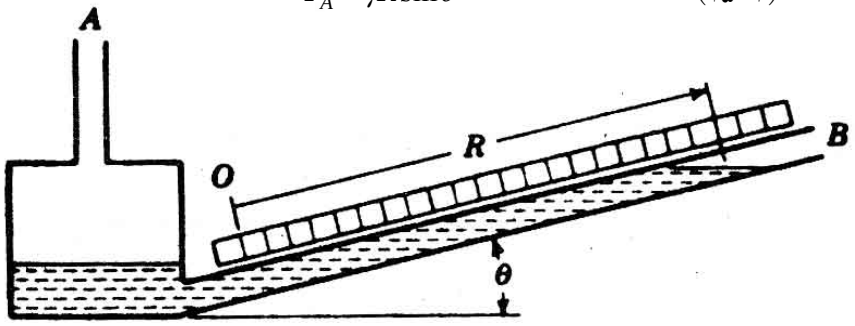


شکل ۲-۱۳ انواع مانومتر دیفرانسیلی

۲-۸-۶ مانومتر شیبدار (مایل)

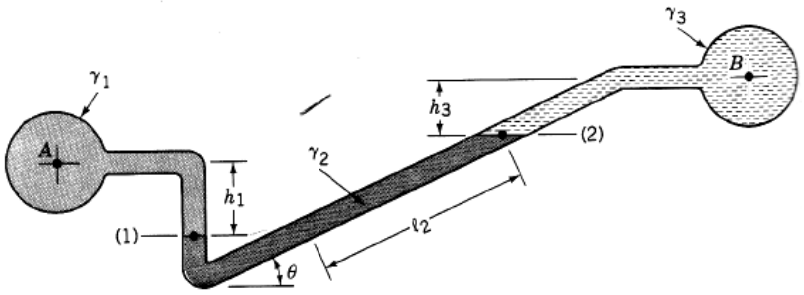
از این وسیله جهت اندازه گیری فشارهای کم و بیشتر برای گازها به کار می‌رود. چون لوله شیب دار نسبت به لوله قائم طول بیشتری دارد، بنابراین در هنگام قرائت دقت بیشتری وجود خواهد داشت.

$$P_A = \gamma R \sin\theta \qquad (۱۵-۲)$$



شکل ۲-۱۴ مانومتر شیب‌دار

مثال۲-۷: مطلوب است محاسبه اختلاف فشار مخزن A و B در مانومتر شیبدار اگر $h_1 = ۲۰۰\ mm$ ، $h_2 = ۳۰۰ mm$ و $h_3 = ۱۰۰\ mm$ و $\theta = ۳۰^\circ$

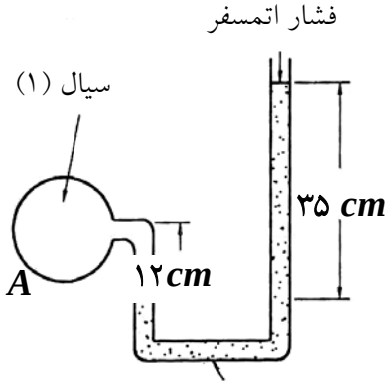


شکل ۲-۱۵

حل: اختلاف فشار بین A و B برابر است با:

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 L_2 \sin\theta - \gamma_3 h_3 = P_B$$
$$P_A - P_B = \gamma_2 L_2 \sin\theta + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1$$
$$P_A - P_B = ۱/۱\times۱۰۰۰\times۹/۸۱\times(۰/۳)(\sin ۳۰^\circ) + ۱۰۰۰ \times۹/۸۱\times۰/۱ - ۱۳/۶\times$$
$$۱۰۰۰ \times۹/۸۱\times۰/۲ = Pa$$

مثال۲-۸: سیال شماره (۱) دارای وزن مخصوص $۸/۶۲\frac{kN}{m^3}$ وسیال شمارهٔ (۲) دارای وزن مخصوص $۱۵/۵۷\frac{kN}{m^3}$ است. فشار مطلق در نقطهٔ A را به‌دست آورید. فشار اتمسفر را ۱۰۱/۵ کیلو پاسکال در نظر بگیرید.



شکل ۲-۱۶

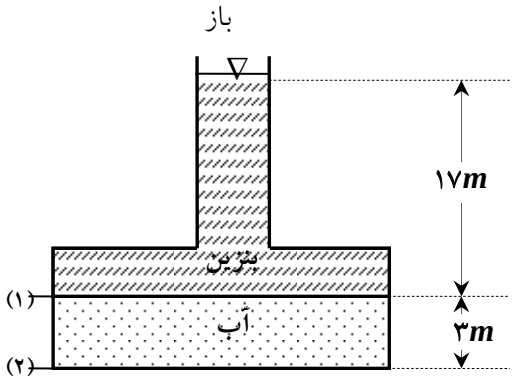
$$P_A + ۰/۱۲\times۸/۶۲ - ۰/۳۵\times۱۵/۵۷ = ۱۰۱/۱۵$$
$$P_A = ۱۰۵/۹\ kpa$$

دقت کنید چون در این مسئله به جای فشار نسبی از فشار مطلق استفاده می‌کنیم، طرف راست معادله (۱)به جای صفر مساوی ۱۰۱/۵ کیلو پاسکال در نظر بگیرید.

مثال ۲-۹: در مخزن زیراگر برای بنزین $SG = ۰/۶۸$ باشد، مطلوب است

الف) فشار در سطح مشترک آب و بنزین؟

ب) فشار در ته مخزن ؟



شکل ۲-۱۷

حل:

الف) نظر به اینکه سیال ساکن است، توزیع فشار هیدرواستاتیک است ومی توان فشار را از معادله زیر به‌دست آورد:

$$P_۱ = \gamma_B h + P_۰$$
$$P_۱ = SG_B \gamma_{H_۲O} h + P_۰$$
$$= ۰/۶۸ \left(۱۰۰۰ \times ۹/۸۱\right) \times ۱۷ + ۰ = ۱۱۳۴۰۴ \ Pa$$

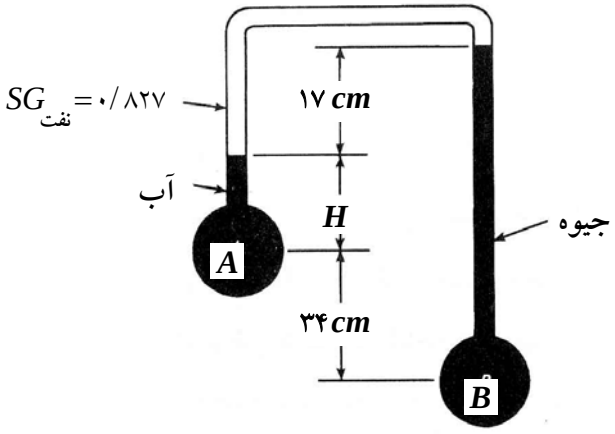
اگر فشار بر حسب فشار اتمسفر (فشار نسبی) اندازه گیری شود، پس $P_۰ = ۰$ بنابراین داریم:

$$P_۱ = ۱۱۳۴۰۴ \ Pa \cong ۱۱۳kPa$$

ب)برای پیدا کردن فشار در ته مخزن، می‌توانیم از معادلهٔ زیر استفاده کنیم.

$$p_۲ = \gamma_{H_۲O} h_{H_۲O} + p_۱ = (۹۸۱۰)(۳) + ۱۱۳۴۰۴ = ۱۴۲۸۳۴ \ Pa$$

مثال۲-۱۰: در شکل زیربا فرض $P_B - P_A = ۹۷/۴kpa$، ارتفاع H برحسب سانتی متر چقدر باید باشد ؟



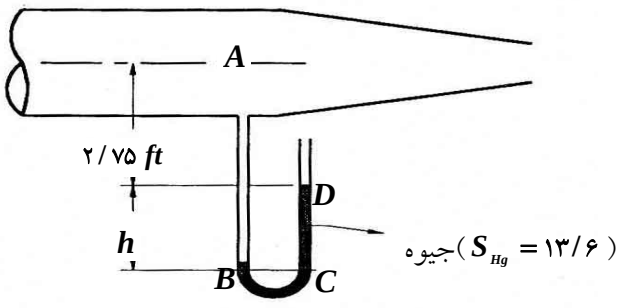
شکل ۲-۱۸

حل: از نقطه A شروع می‌کنیم در جهت بالا علامت فشار (γh)منفی و در جهت پایین علامت فشار را مثبت در نظر می‌گیریم تا به نقطه B برسیم، یعنی:

$$P_A - ۹/۸\left(\frac{kN}{m^۳}\right)\times\left(\frac{H}{۱۰۰}m\right) - \left[۰/۸۲۷\times ۹/۸۱\left(\frac{kN}{m^۳}\right)\right]\times\frac{۱۷}{۱۰۰}m + ۱۳/۶\times ۹/۸\frac{kN}{m^۳}\left[\frac{۳۴+۱۷}{۱۰۰}m\right]$$

$$۱/۲۳۴H + ۶۶/۵۳ = P_B - P_A = ۹۷/۴ \Rightarrow H = ۲۵cm$$

مثال۲-۱۱: نفت با وزن مخصوص نسبی $(SG = ۰/۷۵)$ در یک نازل جریان دارد. هرگاه فشار در نقطهٔ(A) $۲۰Psi$ باشد، مقدار ارتفاع h را به‌دست آورید؟



شکل ۲-۱۹

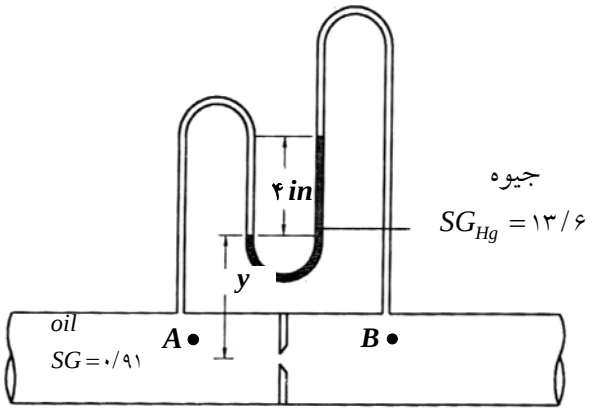
حل: نقطهٔ A را بعنوان نقطهٔ شروع در نظر می‌گیریم و بطرف پایین در مانومتر حرکت می‌کنیم تا به نقطه C برسیم.

پس می‌توان نوشت:

$$\gamma_{Hg} = SG_{Hg}.\gamma_{آب} \qquad و \ \gamma_{آب} = ۶۲/۴$$
$$\gamma_{نفت} = SG_{نفت} \times \gamma_{آب}$$
$$P_A + (۲/۷۵ + h)\gamma_{نفت} - h \times \gamma_{جیوه} = ۰$$

$$۲۰ \times ۱۴۴ + (۲/۷۵ + h) \times ۰/۷۵ \times ۶۲/۴ - h \times ۱۳/۶ \times ۶۲/۴ = ۰$$
$$h = ۳/۷۵\, ft$$

مثال۲-۱۲: یک مانومتر تفاضلی مطابق شکل به لوله متصل است. اختلاف فشار بین نقاط Bو A را به‌دست آورید($SG = ۰/۹۱$)



شکل۲-۲۰

حل: برای حل این مسئله از نقطه A شروع کرده و در امتداد مانومتر حرکت می‌کنیم تا نقطه B برسیم. فراموش نکنید در حرکت به سمت بالا علامت (-) و به سمت پایین علامت (+) است. همچنین هر دو ساقه مانومتر که دارای ارتفاع و سیال یکسان هستند در محاسبات حذف می‌شوند.

$$P_A - \gamma_{oil} y - \gamma_{oil} \times \frac{۴}{۱۲} + \gamma_{Hg} \times (\frac{۴}{۱۲} + y) = P_B$$

$$P_A - ۰/۹۱ \times ۶۲/۴ \times y - ۱۳/۶ \times ۶۲/۴ \times \frac{۴}{۱۲} + ۰/۹۱ \times ۶۲/۴ \times (\frac{۴}{۱۲} + y) = P_B$$

$$P_A - P_B = ۲۶۴/۱۶ \frac{lb}{ft^۲}$$

تقسیم بر۱۲ برای تبدیل اینچ به فوت است. دقت کنید دلیل اختلاف فشار بین دونقطه AوB با وجود آنکه در امتداد یک سطح افقی قرار دارند، وجود مانع بین آنهاست.

۲-۹ نیروی هیدرواستاتیکی وارد بر سطوح

نیروی وارد بر سطوح را در دو بخش بررسی می‌کنیم:

الف)نیروی فشار وارد بر سطوح تخت یا مسطح

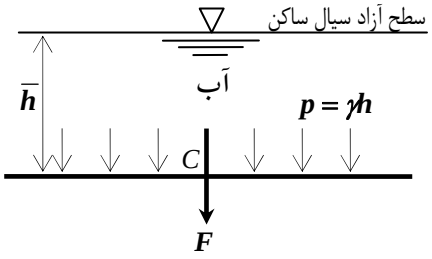
ب)نیروی فشار وارد بر سطوح منحنی

۲-۱۰ نیروی فشار وارد بر سطوح تخت یا مسطح

در ابتدا نیروی فشار وارد بر سطوح تخت را در سه حالت۱- سطوح افقی۲- سطوح شیبدار و۳-سطوح قائم بررسی می‌کنیم.

۱. حالتی که صفحه افقی باشد

فشاردر نقاط مختلف یک صفحه افقی، یکسان می‌باشد وبرای به‌دست آوردن براینـد نیروکافی است این فشار ثابت را در مساحت صفحه ضرب کنیم. بدیهی است که در این حالت نیروی F در نقطهٔ C مرکز ثقل سطح مورد نظر اثر خواهد کرد.



شکل۲-۲۱ نیروی وارد از طرف سیال بر سطح افقی

بنابراین در سطوح افقی، نیروی اعمال شده F از طرف یک سیال بر سطح مسطح، برابر با حاصلضرب وزن مخصوص سیال (γ) در فاصله مرکز ثقل صفحه تا سطح آزاد سیال $(\bar{h})$و مساحت سطح (A) می‌باشد. به عبارت دیگر:

$$F = PA = \gamma \bar{h} A \qquad (۱۶-۲)$$

در این رابطه γوزن مخصوص ثابت سیال، A مساحت صفحه و $\bar{h}$عمق آن از سطح آزادسیال می‌باشد. اصولادر تعیین نیروهای هیدرواستاتیک وارد بر سطوح، دو متغیر حائز اهمیت است؛ یکی مقدر نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح ودیگری نقطه اثر آن نیرو که آن را مرکز فشار[1] می‌نامند. نقطه اثر نیروی وارد بر یک صفحه افقی(مرکز فشار)، بر مرکز هندسی آن منطبق است.

۲. حالتی که صفحه شیبدار(مایل) باشد(حالت کلی)

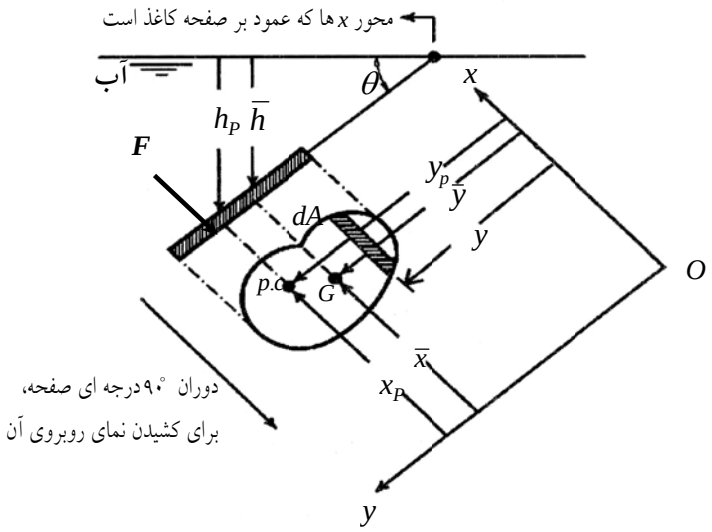
مطابق شکل (۲-۲۲) صفحه‌ای را در نظر بگیرید که با زاویه θ بصورت شیبدار در درون سیالی با وزن مخصوص γقرار گرفته است. با انتخاب محورهای مختصات مطابق شکل می‌توان نشان دادکه نیروی هیدرواستاتیک وارد براین صفحه مسطح مایل که در مرکز فشار $p.c$ آن وارد می‌شود، برابر است با مساحت صفحه ضربدر فشار در مرکز سطح صفحه.

$$F = P_G A = \gamma\ \bar{h}\ A = \gamma\, \bar{y} \sin\theta\, A \qquad (۱۷-۲)$$

در رابطهٔ فوق Aمساحت سطح؛ $\bar{h}$ فاصلهٔ مرکز سطح صفحه تا سطح آزاد مایع

1. Pressure center

است و P_G فشار در مرکز سطح صفحه می‌باشد.



شکل۲-۲۲ نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطح مسطح مایل غوطه وردرسیال

برآیند نیروی F از نقطه‌ای به مختصات(x_P, y_P) عبور می‌کند. این نقطه را مرکز فشار $p.c$ می گویند. مرکز فشار یک صفحه شیبدار (مانند شکل۲-۲۲) بر خلاف یک صفحه افقی در مرکز ثقل آن نمی باشد. بنابراین مرکز فشار درسطوح مایل همواره در زیر مرکز ثقل قرار دارد. موقعیت مرکز فشار را می‌توان از روابط زیر به‌دست آورد:

$$x_P = \bar{x} + \frac{\bar{I}_{xy}}{A\bar{y}} \qquad y_P = \bar{y} + \frac{I_G}{A\bar{y}} \qquad (۱۸-۲)$$

در روابط فوق I_G ممان دوم یاممان اینرسی سطح حول محور افقی است که از مرکز سطح می‌گذرد و همواره مثبت می‌باشد، $\bar{I}_{xy}$ حاصضرب اینرسی حول محورهای افقی و قائم گذرنده از مرکز سطح است و می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد، A مساحت صفحه است و $\bar{x}$ و $\bar{y}$ نیز مختصات مرکز سطح‌اند.

☜**نکته (۱):** اگر صفحه نسبت به یکی از محورهای گذرنده از مرکز سطح یعنی محور $x = \bar{x}$ یا محور $y = \bar{y}$ متقارن باشد، در آن صورت $\bar{I}_{xy}$ برابر صفر خواهد شد. در این حالت مرکز فشار روی محور $x = \bar{x}$ قرار می‌گیرد و $x_P = \bar{x}$ خواهد بود.

در حالت کلی نیز چون $\bar{I}_{xy}$ هم می‌تواند مثبت باشد و هم منفی، لذا مرکز فشار می‌تواند در هر یک از طرفین محور $x = \bar{x}$ قرار گیرد، به عبارت دیگر x_P می‌تواند بزرگتر یا کوچک‌تر از $\bar{x}$ باشد.

☜**نکته (۲):** I_G همواره مثبت است. بنابراین $y_P - \bar{y}$ همواره مثبت خواهد بود و لذا مرکز فشار همواره زیر مرکز سطح خواهد گرفت.

☜**نکته(۳):** با توجه به شکل (۲-۲۲) دقت کنید هنگامی که می‌خواهید مرکز فشار یک سطح شیبدار را محاسبه کنید، هرگز از رابطهٔ $h_P = \bar{h} + \frac{I_G}{\bar{h}\,A}$ استفاده نکنید بلکه از رابطهٔ $y_P = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y}A}$ استفاده کنید زیرا در این حالت I_G برای مساحت شکل واقع بر سطح شیبدار محاسبه می‌شود. بنابراین برای یک سطح شیبدار مستطیلی $I_G = \frac{by^3}{12}$ می‌باشد. درنتیجه سایر پارامترها نظیر $\bar{y}$ می بایست در راستای سطح شیبدار به‌کار برده شوند.

نکته(۴) در مواردی که سطح مورد نظر، یک محور تقارن قائم داشته باشد، مرکز فشار بر روی محور تقارن دارد و بدین ترتیب، به آسانی می‌توان آن را به کمک موقعیت عمقی، مشخص کرد.

نکته(۵)در مواردی که صفحه نامنظم باشد، می‌توان آن را به تعدادی اشکال هندسی تجزیه کرد و سپس با تعیین مرکز فشار این اشکال ساده، موقعیت مرکز فشار کلی را به‌دست آورد.

۳. حالتی که صفحه قائم باشد

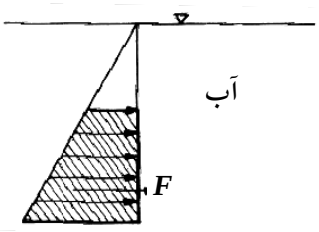
سطوح قائم حالتی خاصی از سطوح شیبدار بوده که در آن $\theta = ۹۰^\circ$ خواهد بود. لذا تمام روابط به‌دست آمده در صفحه شیبدار برای صفحه قائم نیز به‌کار می‌رود.

بنابراین:

$$\bar{h} = \bar{y}\,\sin ۹۰^\circ \Rightarrow \quad \bar{h} = \bar{y}, \quad F = \gamma\,\bar{y}\,A \qquad (۱۹-۲)$$

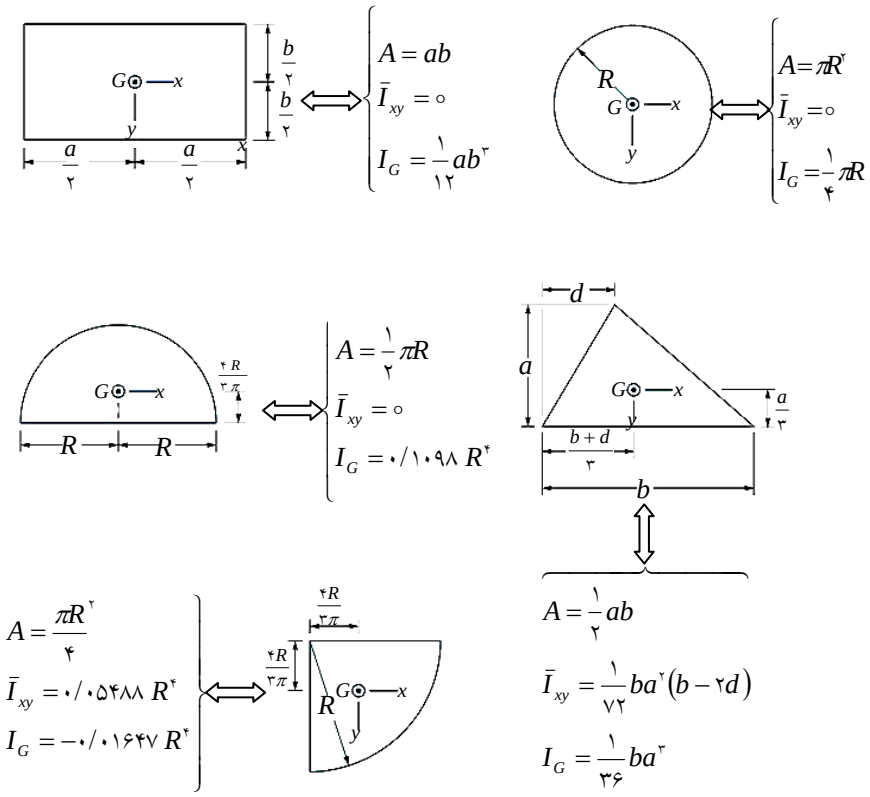
در حالت کلی: اگر تمام سطح صفحه‌ای در داخل سیال ساکنی فرو برده شود، مقدار نیروی برآیند با چرخش صفحه حول محوری که از مرکز ثقل آن می‌گذرد، تغییر

نخواهد کرد.



شکل: ۲-۲۳ نیروی وارد از طرف سیال بر سطح قائم

نکته: از آنجایی‌که در محاسبه نیروی هیدرواستاتیک و تعیین مرکز فشار، دانستن $\bar{I}_{xy}$، A، I_G و مختصات مرکز سطح ضروری بنظر می‌رسد، لذا خواص هندسی بعضی از اشکال هندسی مورد بررسی قرار می‌دهیم:



شکل۲-۲۴ ویژگی‌های هندسی بعضی از اشکال

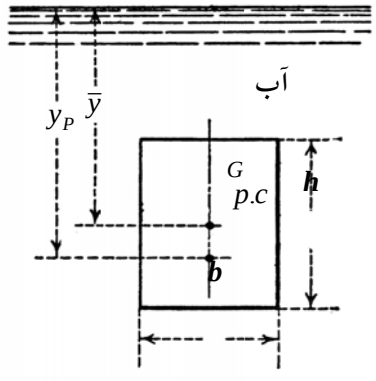
مثال۲-۱۳: موقعیت مرکزفشار صفحه مستطیلی شکلی را که درون مایع قرار گرفته است تعیین کنید. ضلع b مستطیل موازی صفحه کاغذ است. (شکل ۳-۲۵).

حل: به‌طوری که دیدیم، موقعیت عمقی مرکز فشار از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{A\bar{y}}$$

با توجه به آنکه ممان(گشتاور) اینرسی مستطیل نسبت به محوری که از مرکز ثقل آن می‌گذرد برابر $\frac{bh^3}{12}$ است لذا خواهیم داشت:

$$y_p - \bar{y} = \frac{I_G}{A\bar{y}}$$



شکل ۲-۲۵

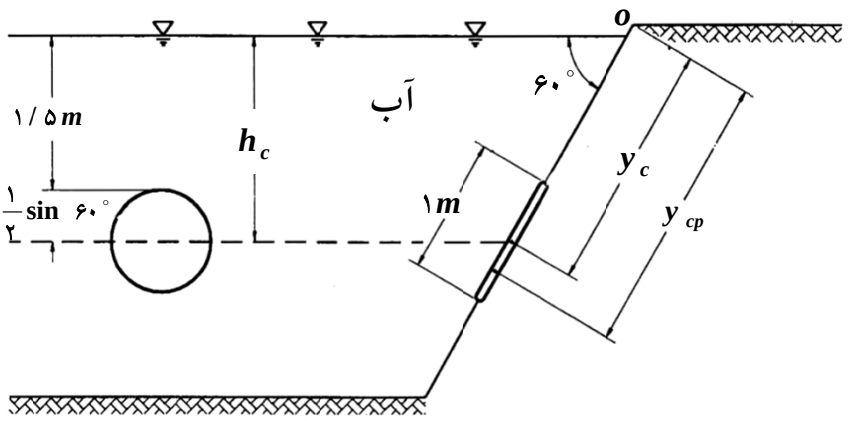
در حالت خاصی که مستطیل قائم و ضلع بالایی آن بر سطح آب منطبق باشد، رابطه به شکل ساده زیر درخواهد آمد:

$$y_p - \bar{y} = \frac{h^2}{12 \times \frac{h}{2}} = \frac{h}{6}$$

یعنی مرکز فشار به اندازه $\frac{1}{6}$ ارتفاع مستطیل، زیر مرکز ثقل آن قرار دارد.

مثال۲-۲۲: یک دریچهٔ دایره‌ای به قطر 1m که در یک طرف آن آب قرار دارد در نظر بگیرید. الف) نیروی برآیند وارد بر دریچه را حساب کنید؟

ب) موقعیت مرکز فشار روی دریچه را به‌دست آورید؟



شکل ۲-۳۳

حل: الف)

$$\bar{h} = ۱/۵(m) + \frac{۱}{۲}\sin ۶۰^\circ (m) = ۱/۹۳۳m$$

$$A = \frac{\pi(۱)^۲}{۴} = ۰/۷۸۵\,m^۲$$

$$F = \gamma \bar{h} A = ۹۸۰۰(N/m^۳) \times ۱/۹۳۳(m) \times ۰/۷۸۵۴\,(m^۲) = ۱۴۸۶۰N$$

ب)

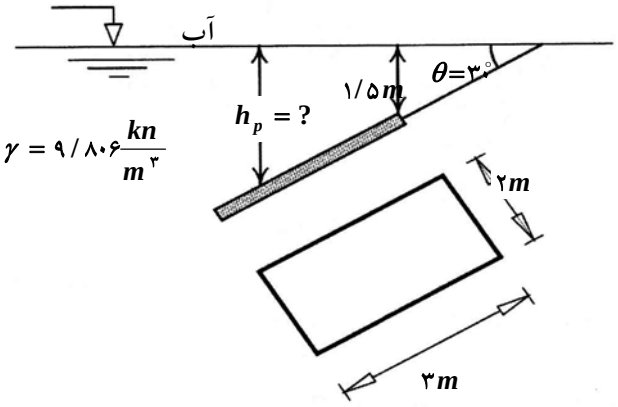
فاصله مرکز ثقل دایره در امتداد سطح شیب دار تا نقطه O برابر است با:

$$\bar{y} = \frac{h}{\sin ۶۰^\circ} + \frac{D}{۲} = \frac{۱/۵}{\sin ۶۰^\circ} + \frac{۱}{۲} = ۲/۲۳۲$$

بنابراین :

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y} A} = ۲/۲۳۲ + \frac{\frac{\pi(۱)^۴}{۶۴}}{۲/۲۳۲ \times ۰/۸۵۴} = ۲/۲۶۰m$$

مثال۲-۱۵: با توجه به شکل، مطلوب است محاسبه نیروی وارد بر یک طرف سطح و نیز تعیین فاصله مرکز فشار صفحه مستطیلی تا سطح آزاد مایع (h_P)؟



شکل۲-۲۷

$$\bar{h}=۱/۵+۱/۵\times\sin۳۰^\circ=۲/۲۵\ m$$
$$F=\gamma\bar{h}\ A=۹/۸۰۶\ \times ۲/۲۵\times ۶=۱۳۲/۴kN$$

نکته: اگر به جای $\bar{y}$ مقدار $\bar{h}$ را در اختیار داشته باشیم آنگاه می‌توانیم فاصله مرکز فشارتا سطح آزاد مایع (h_P) را به‌صورت زیر محاسبه نماییم:

$$y_P=\bar{y}+\frac{I_G}{A\bar{y}}\xrightarrow{\text{طرفین را در }\sin\theta\text{ ضرب می کنیم}} y_p\sin\theta=\bar{y}\sin\theta+\frac{I_G\sin^۲\theta}{A\bar{y}\sin\theta}$$

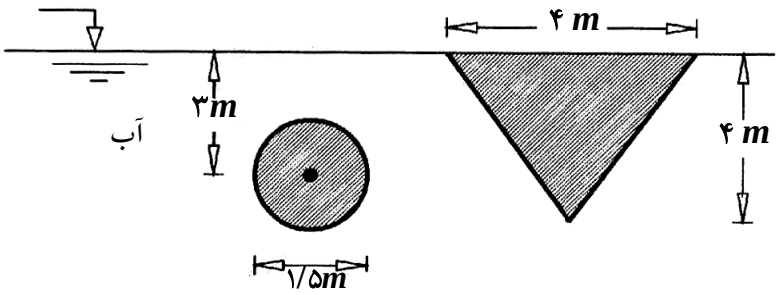
$$\rightarrow h_p=\bar{h}+\frac{I_G\sin^۲\theta}{A\bar{h}} \qquad (۲۰-۲)$$

لذا می‌توان نوشت:

$$h_P=۲/۲۵+\frac{\left(\frac{۱}{۱۲}\times ۲\times ۳^۳\right)\times\sin^۲ ۳۰}{۶\times ۲/۲۵}=۲/۳۳m$$

مثال ۲-۱۶: برای سطوح قائم نشان داده شده در شکل، نیروی وارد بر یک طرف سطح و نیز فاصله مرکز فشار تا سطح آزاد مایع را محاسبه نمایید.

$$\left(\gamma=۹/۸۰۶\ \frac{kN}{m^۳}\right)$$



شکل ۲-۲۸

الف) سطح دایره‌ای شکل:

$$F = \gamma \bar{h} A = ۹/۸۰۶ \times ۳ \times \left(\frac{\pi \times ۱/۵^۲}{۴} \right) = ۵۲kN$$

$$h_P = \bar{h} + \frac{I_G \sin^۲ \theta}{A\bar{h}} = ۳ + \frac{\frac{\pi \times ۱/۵^۴}{۶۴}}{\frac{\pi \times ۱/۵^۲}{۴} \times ۳} = ۳/۰۵\,m$$

ب) سطح مثلثی:

$$\bar{h} = ۴ \times \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳}$$

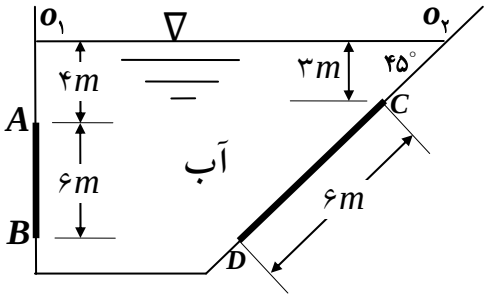
$$F = \gamma \bar{h} A = ۹/۸۰۶ \times \frac{۴}{۳} \times ۸ = ۱۰۴/۶kN$$

$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G \sin^۲ \theta}{A\bar{h}} = \frac{۴}{۳} + \frac{\left(\frac{۱}{۳۶} \times ۴ \times ۴^۳ \right) \times ۱}{۸ \times \frac{۴}{۳}} = ۲m$$

نکته: هر چه صفحه بیشتر در درون سیال پایین رود، به علت افزایش $\bar{h}$، فاصله بین h_p و $\bar{h}$ یعنی $h_p - \bar{h}$ کمتر خواهد شد به‌طوریکه در اعماق بیشتر $h_p \cong \bar{h}$ خواهد شد. لذا می‌توان گفت:

$$Lim_{h_\to\infty}\ h_p = \bar{h} \qquad (۲۱-۲)$$

مثال ۲-۱۷: برآیند نیروهای فشاری را که از طرف آب بر دو صفحه مستطیل شکل AB به ابعاد ۶×۳ مترکه به حالت قائم و دیگری صفحه مثلث شکلCD به قاعده 4m و ارتفاع 6m که به‌طورمایل درآب قرار گرفته است را محاسبه کنید؟ (شکل ۲-۲۹).



شکل ۲-۲۹

الف) برای صفحهٔ مستطیلی شکل:

حل: چون جرم مخصوص آب $\gamma = ۱۰۰۰\ kg/m^۳$ است لذا داریم:

$$F = \gamma \bar{h} A = (۱۰۰۰) \times ۹/۸۱ \times (۴+۳) \times (۶ \times ۳) = ۱۲۳۶۰۶۰N$$

موقعیت مرکز فشار به شرح زیراست:

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y}A} = ۷ + \frac{\frac{۳ \times ۶^۳}{۱۲}}{۷ \times (۳ \times ۶)} = ۷/۴۳\,m$$

ب)برای صفحهٔ مثلثی شکل:

$$\bar{h} = ۳ + \frac{۲}{۳} \times sin\,۴۵^\circ \times ۶ = ۵/۸۲$$

$$F = \gamma \bar{h} A = (۱۰۰۰) \times ۹/۸۱ \times \left(۳ + \frac{۲}{۳} \times sin\,۴۵^\circ \times ۶\right) \times \left(\frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۶\right) = ۶۸۶۱۲۲/۴۴N$$

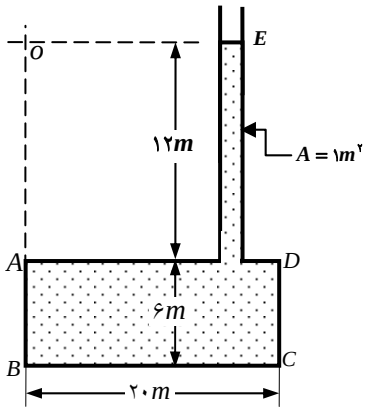
همچنین موقعیت مرکز فشار به شرح زیر است:

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y}A} = \left(\frac{۵/۸۳}{\sin ۴۵^\circ}\right) + \frac{\frac{۴\times۶^۳}{۳۶}}{\left(\frac{۵/۸۳}{\sin ۴۵^\circ}\right)\times\left(\frac{۱}{۲}\times۴\times۶\right)} + \left(\frac{۵/۸۳}{\sin ۴۵^\circ}\right) = ۸/۴۸m$$

مثال ۲-۱۸: سطح آب در لوله‌ای که متصل به مخزن ABCD است، در نقطه E قرار دارد (شکل ۲-۳۰).

الف: میزان و موقعیت برآیند نیروهای فشاری موثر بر سطح AB را که عرض آن برابر ۸ متر است، محاسبه کنید؟

ب: برآیند نیروهای موثر بر کف مخزن را محاسبه کنید؟



شکل ۲-۳۰

حل: الف)عمق مرکز ثقل سطح AB نسبت به سطح آزاد آب در نقطه E برابر ۱۵ متر است. بنابراین:

$$F = \gamma \bar{h} A = ۱۰۰۰\times۹/۸۱(۱۲+۳)(۶\times۸) = ۷۰۶۳۲۰۰N$$

$$y_P = \frac{\frac{۸\times۶^۳}{۱۲}}{۱۵(۶\times۸)} + ۱۵ = ۱۵/۲۰\ m \qquad \text{نسبت به نقطه } o$$

ب) نیروی فشاری موثر بر سطح BC یکنواخت و مقدار آن به شرح زیر است:

$$F = PA = \gamma \bar{h}\, A = ۱۰۰۰\times۹/۸۱\times۱۸\times(۲۰\times۸) = ۲۸۲۵۲۸۰۰N$$

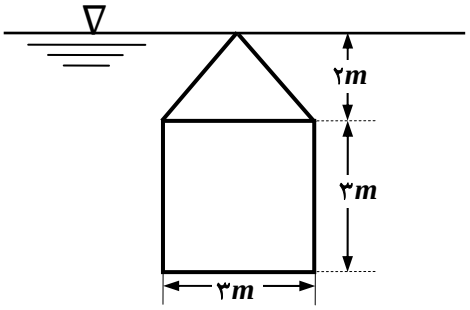
مثال۲-۱۹: برآیند نیروهای فشاری موثر بر شکل(۲-۳۱) را محاسبه و موقعیت مرکز فشار آن را تعیین کنید؟

حل: نیروی وارد بر سطح مثلث به شرح زیر است:

$$F_۱ = \gamma \bar{h}_۱ \times A_۱ = ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ \times \left(\frac{۲}{۳} \times ۲\right) \times \left(\frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۲\right) = ۳۹۲۴۰N$$

مرکز فشار مربوط به مثلث از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$y_{p_۱} = \bar{y}_۱ + \frac{I_{G_۱}}{A\bar{y}_۱} = \left(۲ \times \frac{۲}{۳}\right) + \frac{\frac{۱}{۳۶} \times ۳ \times ۲^۳}{\frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۲ \times \left(\frac{۲}{۳} \times ۲\right)} = ۱/۵m$$



شکل ۲-۳۱

نیروی وارد بر مربع و موقعیت مرکز فشار آن نیز به ترتیب به شرح زیر است:

$$F_۲ = \gamma \times \bar{h}_۲ \times A_۲ = ۱۰۰۰ \times ۹/۸۱ \times \left(\frac{۱}{۲} \times ۳ + ۲\right) \times ۳^۲ = ۳۰۹۰۱۵N$$

$$y_{p_۲} = \bar{y}_۲ + \frac{I_{G_۲}}{A_۲\bar{y}_۲} = ۳/۵ + \frac{\frac{۳^۴}{۱۲}}{۳^۲ \times ۳/۵} = ۳/۷۱۴m$$

نیروی کلی موثر بر جسم، برابر مجموع نیروهای موثر بـر مثلـث و مربـع اسـت، یعنی:

$$F = F_۱ + F_۲ = ۳۹۲۴۰ + ۳۰۹۰۱۵ = ۳۴۸۲۵۵\ N$$

برای پیدا کردن مرکز فشار کلی شکل، می‌توان از قانون لنگرها استفاده کرد. به عبارت دیگر لنگر برآیند دو نیرو نسبت به یک نقطه، مساوی مجموع لنگرهای مولفه‌های آن نیرو نسبت به آن نقطه است یعنی:

$$Fy_P = F_1 y_{P_1} + F_2 y_{P_2}$$
$$۳۴۸۲۵۵ \times y_P = ۳۹۲۴۰ \times ۱/۵ + ۳۰۹۰۱۵ \times ۳/۷۱۴$$
$$y_P = ۳/۴۷\ m$$

۲-۱۱ تعیین مقدار نیروی برآیند و خط اثرآن با استفاده ازروش منشور فشار

یک روش دیگر برای تعیین نیروی وارد بر مسطح شیبدار و خط اثر آن، استفاده از منشور فشار است. در این روش نیروی هیدرواستاتیکی وارد برسطح، معادل با حجم منشوری است که قاعده آن سطح مورد نظر وارتفاع آن فشار هر نقطه یعنی $p = \gamma h$ می‌باشد. بنابراین نیروی F با استفاده از روش منشور فشار برابر است با:

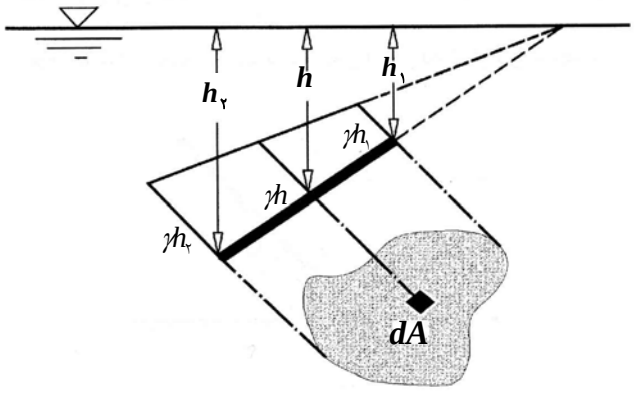
$$F = \gamma h A = \forall \qquad (۲۱-۲)$$

F نیروی برایند وارد به یک صفحه مسطح و $\forall$ حجم منشور فشار

معادله فوق نشان می‌دهد که نیروی برآیند وارد به یک صفحه مسطح برابر است با حجم منشور فشار.

درروش منشورفشار مختصات مرکز فشار به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

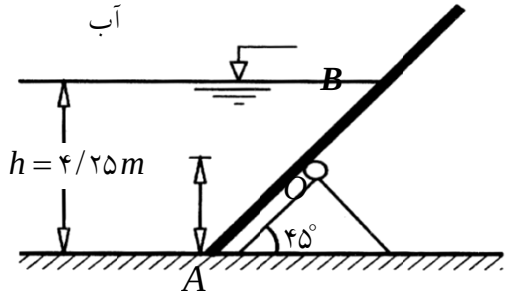
$$x_P = \frac{۱}{\forall}\int x d\forall \quad , \quad y_P = \frac{۱}{\forall}\int y d\forall \qquad (۲۲-۲)$$



شکل ۲-۳۲

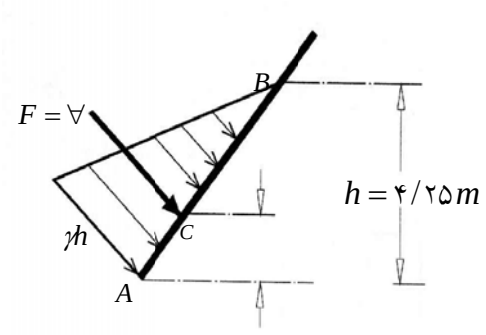
به‌عنوان مثال، برای سطح مستطیلی که یک لبه آن به فشار اتمسفری راه دارد، منشور فشار به شکل گوه‌ای است که مرکزثقل آن به به فاصله $\frac{۱}{۳}$ از قاعده قرار گرفته است. بنابراین نیروی وارده بر صفحه برابر با حجم گوه ومرکز فشار نیز در فاصله $\frac{۱}{۳}$ از پایین ترین لبه قرار دارد.

مثال۲-۲۰: یک دریچه شیب دار مطابق شکل حول نقطه لولا شده وآب در پشت آن ذخیره شده است. نیروی براین‌دهیدرواستاتیکی وارد بر دریچه ومحل اثرآن راتعیین کنید.



شکل۲-۳۳

با رسم منشور فشار برای دریچهٔ AB خواهیم داشت: (∀ = حجم منشور فشار)



محل اعمال نیروی برایند نسبت به پایین دریچه

$$AB=\frac{h}{\sin ۴۵^\circ}\quad,\quad AB=\frac{۴/۲۵}{\sin ۴۵^\circ}=۶m\quad,AC=\frac{۱}{۳}\left(AB\right)\Rightarrow AC=۲m$$

نیروی برآیند وارده برواحد عرض دریچه:

$$F=\forall=\frac{\gamma h(AB)}{۲}\times t=\frac{۱}{۲}\times ۹۸۰۶\times ۴/۲۵\times ۶\times ۱=۱۲۵۰۲۶/۵N$$

۲-۱۲ نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح منحنی

نیروی برآیند روی یک سطح منحنی، هنگامی که در داخل یک مایع قرار گرفته است، نمی‌تواند به آسانی نیروی برآیند روی یک سطح صاف محاسبه شود.

برای تعیین نیروهای هیدرواستاتیک وارد برسطوح منحنی(خمیده)در یک سیال مولفه‌های افقی وقایم این نیرو را محاسبه می‌کنیم.

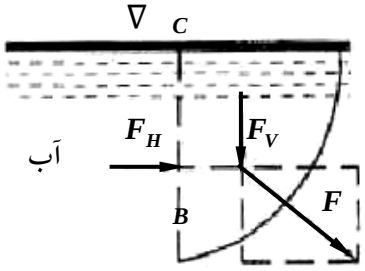
مولفه افقی:مولفه افقی نیروی وارد بر سطوح منحنی برابر است با نیروی وارد بر تصویر سطح منحنی شکل درصفحه عمودی. شکل(۲-۳۴)

$$F_H=P_cA=\gamma\bar{h}\,A \qquad (۲۳-۲)$$

مولفه قائم(عمودی): مولفه عمودی نیروی وارد بر سطوح منحنی برابر است با وزن سیال بالای سطوح منحنی شکل تا سطح آزاد. شکل(۲-۳۴)

$$F_V=\gamma\forall \qquad (۲۴-۲)$$

$(\bar{h})$فاصله عمودی مرکز سطح از سطح تصویرشده تا سطح آزاد سیال و A مساحت این سطح است.



شکل ۲-۳۴ نیروی وارد بر سطوح منحنی

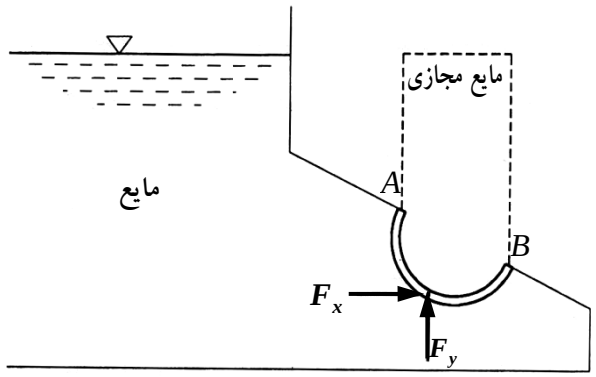
برایند نیروی افقی وعمودی(کل)و زاویهٔ نیروی برآیند با سطح افق به‌صورت زیر تعیین می‌گردد:

(۲-۲۵) برآیند کل: $F = \sqrt{F_H{}^2 + F_V{}^2}$

(۲-۲۶)زاویهٔ نیروی برآیند با سطح افق $\tan\alpha = \frac{F_V}{F_H}$

مرکز فشار مربوط به نیروی افقی با استفاده از تصویر عمودی این سطح به‌دست می‌آید و برای تعیین مرکز فشار نیروی عمودی، مرکز حجم سیال بالای سطح را تعیین می‌کنیم.

نکته۱: هرگاه مایعی در زیر یک سطح منحنی مطابق شکل(۲-۳۵) قرار گیرد، مؤلفه قائم نیروی برآیند بطرف بالا وارد خواهد شد. مقدار این نیرو می‌تواند با استفاده از یک حجم مجازی مایع محاسبه می‌شود. برای این منظور از نقاط A و B در ابتدا وانتهای منحنی، خطوط عمودی رسم می‌کنیم تا خط افقی در امتداد سطح آب را قطع کند (شکل۲-۳۵). شکل حاصل شامل یک نیم‌دایره، یک مثلث ویک مستطیل می‌باشد. هرگاه مجموع مساحت‌های اشکال فوق را در عرض آنها که عمود برصفحه کاغذ است ضرب کنیم حجم مجازی مایع روی سطح منحنی به‌دست می‌آید که با ضرب آن در وزن مخصوص مایع مولفهٔ نیروی قائم محاسبه می‌شود.



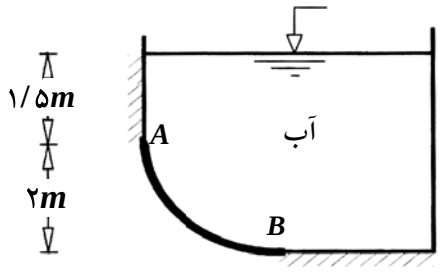
شکل ۲-۳۵

مثال۲-۲۱: سطح منحنی AB به شکل ربع دایره و به عرض واحد، مطابق شکل

زیر مفروض است. مطلوبست تعیین:

الف) نیروی وا رد بر سطح AB بر حسب kgf

ب) امتداد خط اثر نیروی وارد برAB



شکل۲-۳۶

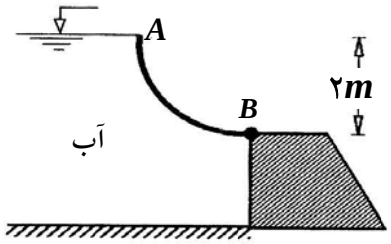
$$F_H = \gamma \bar{h} A = (۱۰۰۰) \times (۱/۵ + ۱) \times (۲ \times ۱) = ۵۰۰۰ \quad kgf$$

$$F_V = \gamma \forall = (۱۰۰۰) \times \left(\frac{\pi \times ۲^۲}{۴} \times ۱ + ۱/۵ \times ۲ \times ۱ \right) = ۶۱۴۰ \quad kgf$$

$$F = \sqrt{۵۰۰۰^{۲} + ۶۱۴۰^{۲}} = ۷۹۱۸/۵ kgf$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{F_V}{F_H} = \frac{۶۱۴۰}{۵۰۰۰} = ۱/۲۳ \rightarrow \theta = ۵۰/۹^\circ$$

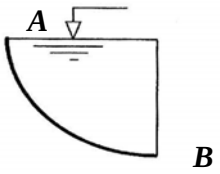
مثال۲-۲۲: دریچه AB بشکل ربع دایره و عرض واحد، در شکل زیر نشـان داده شده است. مقدار و امتداد نیروی کل وارد بر آن را محاسبه نمایید؟



شکل ۲-۳۷

$$F_x = F_H = \gamma \bar{h} A = (۹/۸۰۶) \times (۱) \times (۲ \times ۱) = ۱۹/۶ kN$$

چون آب در زیر دریچه AB قرار گرفته است لذا برای محاسبه مولفه قائم نیروی هیدرواستاتیک از روش سیال مجازی استفاده می‌کنیم. در این حالت خواهیم داشت:



$$F_y = F_v = \gamma \forall (۹/۸۰۶) \times \left(\frac{\pi \times ۲^۲}{۴} \right) \times ۱ = ۳۰/۸ kN \uparrow$$

و در نهایت نیروی کل وارد بر دریچه را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$F = \sqrt{۱۹/۶^۲ + ۳۰/۸^۲} = ۳۶/۵$$

برای محاسبه امتداد نیروی برآیند نیز می‌توان نوشت:

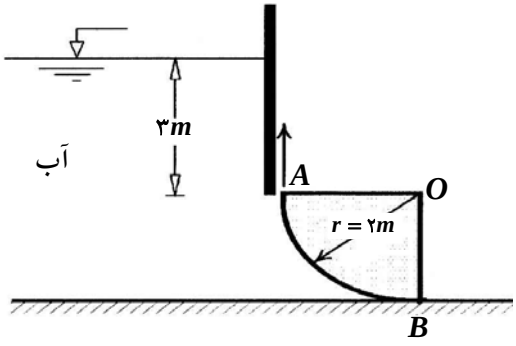
$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{F_V}{F_H} = \frac{۳۰/۸}{۱۹/۶} = ۱/۵۷ \rightarrow \theta = ۵۷/۵^\circ$$

مثال۲-۲۳: در شکل زیریک دریچه قطاعی (بصورت ربع دایره) به عرض ۲ متر نشان داده شده است.

الف) مولفه افقی نیروی وارد به دریچه و خط اثر آن را تعیین کنید؟

ب) مولفه قائم نیرو و خط اثر آنرا تعیین کنید؟

ج) نیروی لازم برای بازکردن دریچه F، را به‌دست آورید؟ از وزن دریچه صرفنظر کنید.



شکل ۲-۳۹

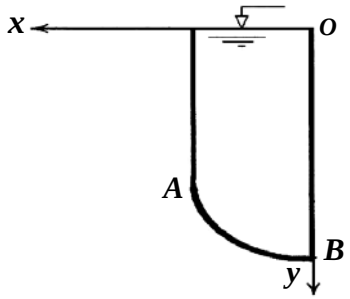
$$F_H = \gamma \bar{h} A = (۹/۸۰۶)\times(۳+۱)\times(۲\times۲) = ۱۵۶/۹kN$$

$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G}{A\bar{h}} = ۴ + \frac{\left(\frac{۲^۴}{۱۲}\right)}{۴\times۴} = ۴/۰۸۳m$$

ب) در این حالت، مایع در زیر دریچه قرار گرفته است. بنابراین با استفاده از روش سیال مجازی خواهیم داشت:

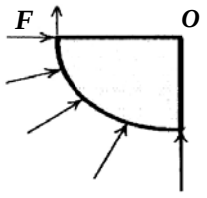
$$F_V = \gamma \forall = (۹/۸۰۶)\times\left(۳\times۲\times۲ + \frac{۱}{۴}\times\pi\times۲^۲\times۲\right) = ۱۷۹/۲۵kN$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \forall_i}{\forall} = \frac{(۱)\times(۳\times۲\times۲) + \left(\frac{۴\times۲}{۳\pi}\right)\times\left(\frac{۱}{۴}\times\pi\times۲^۲\times۲\right)}{۳\times۲\times۲ + \frac{۱}{۴}\times\pi\times۲^۲\times۲} = ۰/۹۵m$$



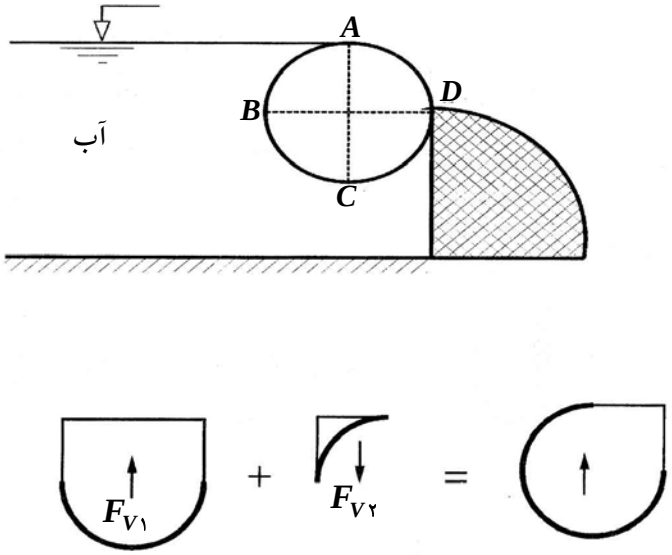
ج) با ترسیم دیاگرام آزاد دریچه و نوشتن رابطه تعادل لنگرها حول نقطه o، به‌دست می‌آید:

$$\sum M_O = ۰ \rightarrow F\times r = ۰ \rightarrow F = ۰$$



مثال۲-۲۴: سیلندری مطابق شکل زیر، آب را درون یک مخزن نگه می‌دارد.

چنانچه تماس بین سیلندر و دیواره بدون اصطکاک باشد، طول سیلندر را واحد در نظر گرفته و وزن آنرا محاسبه نمایید. دراین حالت، نیروی وارد بر دیواره چقدر است؟شعاع سیلندر ۲ متر است.



شکل ۲-۴۰

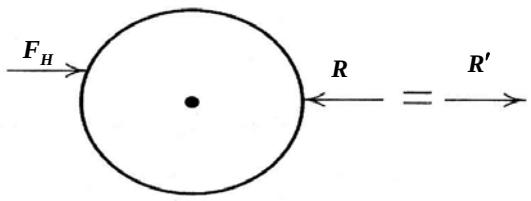
$$F_V = \gamma\forall = ۹/۸۰۶ \times \left[\left(\frac{۳}{۴}\right)\times\pi\times۲^۲\times۱+۲\times۲\times۱\right] = ۱۳۱/۶kN$$

$$\sum F_y = ۰ \rightarrow W = F_V = ۱۳۱/۶N$$

نیروهای افقی وارد بر سطوح BC وDC مساوی و مختلف الجهتند، لذا یکدیگر را خنثی می‌کنند. دراین حالت نیروی افقی تنها بر قسمتAB مؤثرخواهد بود که می‌توان نوشت:

$$F_H = \gamma\bar{h}A = (۹/۸۰۶)\times(۱)\times(۲\times۱) = ۱۹/۶kN$$

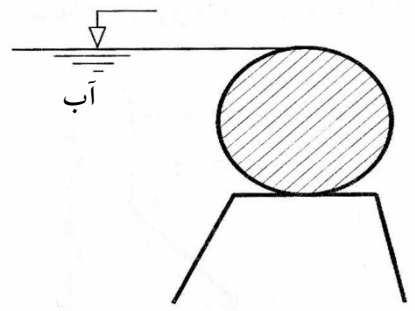
با رسم دیاگرام آزاد سیلندر خواهیم داشت:



$$\sum F_x = ۰ \rightarrow F_H = R \rightarrow R' = R = F_H = ۱۹/۶kN$$

نکته: اگر سطح منحنی قسمتی از محیط یک دایره باشد، در آنصورت جزء نیروهای عمودی فشار، همگی از مرکز دایره عبور خواهند کرد. در این حالت، گشتاور برآیند نیروهای هیدرواستاتیک وارده بر سطح مذکور حول مرکز دایره، برابر صفر خواهد بود.

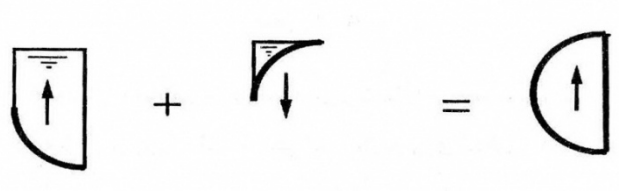
مثال ۲-۲۵: نیروی وارد بر دریچهٔ استوانه‌ای شکل زیر را به‌دست آورید. طول دریچه ۸ متر وقطرآن ۴ متر می‌باشد.



شکل ۲-۳۸

$$F_H = \gamma \bar{h} A = (۹/۸۰۶) \times (۲) \times (۸ \times ۴) = ۶۲۷/۶kN$$

برای به‌دست آوردن مولفه قائم نیرو، کافی است تا وزن سیال درون نیم دایره را محاسبه نماییم:



$$F_V = \gamma \forall = ۹/۸۰۶ \times (۲) \times (\frac{\pi \times ۲^۲}{۲} \times ۸) = ۴۹۲/۷ kN$$

و در نهایت خواهیم داشت:

$$F = \sqrt{۶۲۷/۶^۲ + ۴۹۲/۷^۲} = ۷۹۸\ kN$$

۲-۱۳ نیروی شناوری[1] یانیروی ارشمیدس و مرکزاثر آن

یک جسم شناور یا غوطه‌ور در سیال به‌وسیله نیرویی به سمت بالا رانده می‌شود این نیرو برابر وزن سیالی است که در حجم جابه جاشده توسط جسم قرار می‌گیرد که این نیرو همان نیروی شناوری است. به عبارت دیگرنیروی شناوری عبارت است ازبرآیند نیروهای وارد از طرف یک سیال ساکن بر جسمی که درآن شناور یاغوطه ور باشد. نیروی شناوری همواره قائم وبه سمت بالاوازمرکز حجم جا به جا شده می‌گذرد، در حالی که نیروی وزن جسم به مرکز جرم آن وبه سمت پایین واردمی شود.

هرگاه جسمی به وزن مخصوص γ_s درداخل سیالی با وزن مخصوص γقرار گیرد سه حالت ممکن است رخ دهد. ممکن است در سیال مورد نظر، شناور یا غوطه ور شود و یا با حرکت بسمت کف ظرف، در آن ته نشین گردد.

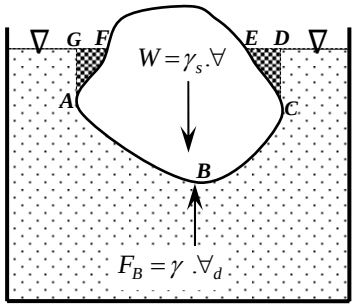
۱-۱۳-۲ حالت شناوری

چنانچه قسمتی از جسم جامد، درون مایع شناور باشد و مابقی خارج از آن قرار گیرد، گوییم درمایع شناوراست. در حالت شناوری اجسام تحت تاثیر دو نیرو قرار می‌گیرند که عبارتند از:

الف)نیروی وزن که درراستای قائم ورو به پائین بر مرکز ثقل جسم شناور وارد می‌شود و مقدار آن برابر است با:

1. Bouyancy force

$$W = \gamma_s . \forall \qquad (۲۷-۲)$$



شکل ۲-۴۱

در رابطه فوق γ_s وزن مخصوص جسم شناور و $\forall$ حجم جسم شناورمی باشند.

ب) نیروی هیدرواستاتیک که خود دارای دو مولفه افقی و یک مولفه قائم است. مولفه‌های افقی نیروی هیدرواستاتیک در طرف راست وچپ جسم یکسان است یعنی $\sum F_x = ۰$ می‌باشد. مولفه قائم آن نیز به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$F_V = \gamma \times (\forall_{GABCD}) - \gamma \times (\forall_{GAF} + \forall_{DCE}) = \gamma \times \forall_{EFABC}$$

$\forall_{EFABC}$ حجم مایع جابجا شده توسط جسم شناور می‌باشد. حال اگر حجم مذکور را با $\forall_d$ نشان دهیم و F_V را با F_B جایگزین کنیم، در آنصورت خواهیم داشت:

$$F_B = \gamma \forall_d \qquad (۲۸-۲)$$

که F_B نیروی شناوری و $\forall_d$ حجم بخشی از جسم داخل سیال و γ وزن مخصوص سیال است.

نیروی شناوری (F_B) طبق رابطه فوق برابراست با، وزن سیال جابه جا شده توسط جسم شناور. جهت نیروی شناوری، بسمت بالا بوده ومحل اثرآن بر مرکز ثقل بخشی از جسم که در داخل سیال قرار گرفته است منطبق است.

نکته:وزن سیال جابه جا شده یعنی مقدار سیالی که جسم جای آن را اشغال می‌کند.

حال اگرمعادله تعادل را در راستای قائم برای جسم شناور بنویسیم، خواهیم

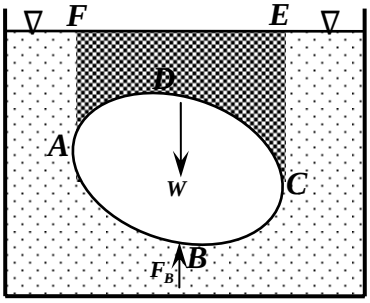
داشت:

$$\sum F_y = ۰ \rightarrow W = F_B \;\rightarrow \gamma_s . \forall = \gamma . \forall_d \;\rightarrow\; \frac{\gamma_s}{\gamma} = \frac{\forall_d}{\forall} < ۱ \rightarrow \gamma_s < \gamma$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با کوچکتربودن وزن مخصوص جسم جامد از وزن مخصوص سیال ساکن، این جسم در سیال شناور می‌شود.

۲-۱۳-۲ حالت غوطه‌وری

اگر تمام جسم جامد درون مایع قرار گیرد، گوییم جسم در مایع غوطه ور است. در این حالت $\forall_d = \forall$ است و نیروی شناوری بیشترین مقدار خود را دارد. در حالت غوطه‌وری محل اثر نیروی شناوری بر مرکز ثقل حجم سیال جابه جاشده منطبق است.



شکل ۲-۴۲

حال اگر معادله تعادل را در راستای قائم برای جسم غوطه ور بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\sum F_y = ۰ \rightarrow \; W = F_B \;\rightarrow \gamma_s . \forall = \gamma_s . \forall_d = \gamma_f . \forall \;\rightarrow \gamma_s = \gamma$$

یعنی در شرایطی که وزن مخصوص جسم جامد و سیال ساکن با هم برابر است، جسم در سیال غوطه ور خواهد شد.

۲-۱۳-۳ حالت ته نشینی

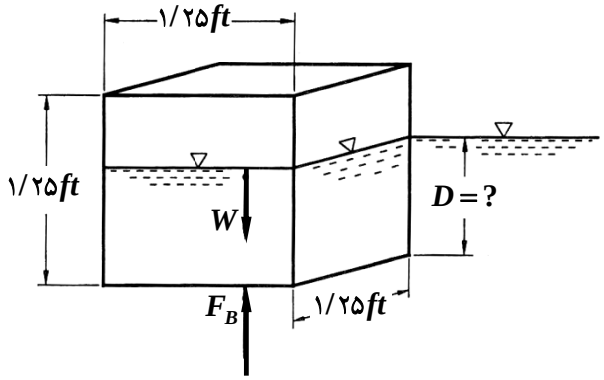
در این حالت جسم جامد پس از قرارگیری در سیال بطرف کف ظرف حرکت می‌کند تا سرانجام با ته نشینی در آن به تعادل برسد.

به هنگام حرکت جسم در سیال و با صرف نظر کردن از نیروی مقاومت سیال در برابر حرکت جسم خواهیم داشت:

$$\sum F_y \neq 0 \rightarrow W > F_B \quad \rightarrow \gamma_s . \forall > \gamma_s . \forall \quad \rightarrow \gamma_s > \gamma$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با بزرگتر بودن وزن مخصوص جسم ازوزن مخصوص سیال، جسم در سیال ته نشین خواهد شد.

مثال۲-۲۶: یک جسم مکعب شکل به اضلاع ۱/۲۵ فوت مطابق شکل درآب شناور است. وزن مخصوص نسبی جسم ۰/۶ است. عمق غوطه وری جسم D را به‌دست آورید؟



شکل ۲-۴۳

حل: طبق اصل ارشمیدس برای یک جسم شناور می‌توان نوشت: $F_B = W$ که در آن (W)وزن جسم مکعب در هوا و F_B نیروی شناوری است.

$$W = \gamma_{\text{جسم}} \forall_{\text{جسم}} = ۰/۶ \times ۶۲/۴ \times (۱/۲۵)^۳ = ۷۳/۱ \, lb$$

$$F_B = \gamma_{\text{آب}} \forall_{\text{غوطه ور}} = ۶۲/۴ \times ۱/۲۵ \times ۱/۲۵ D = ۹۷/۵ D$$

$$۷۳/۱ = ۹۷/۵ D$$

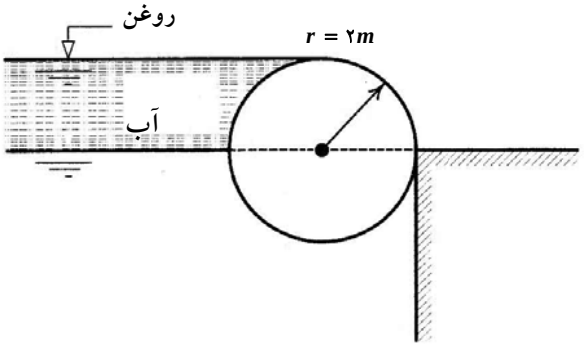
$$D = ۰/۷۵ \, ft$$

مثال۲-۲۷:یک استوانه‌ای مطابق شکل زیر، جلوی آب و روغن را بند آورده است. برای واحد طول آن موارد زیر به‌دست آورید: ($SG = ۰/۸$ روغن)

الف) نیرویی که استوانه را به دیوار می‌فشارد.

ب) وزن استوانه

ج) چگالی استوانه



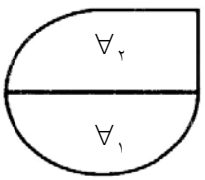
شکل ۲-۴۴

الف) نیرویی که استوانه را به دیوار می‌فشارد، برابر نیروی عکس العمل دیوار است که با توجه به صفر بودن عکس العمل قائم، برابر عکس العمل افقی خواهد بود. در این حالت می‌نویسیم:

$$\sum F_x = ۰ \rightarrow R_x = F_H = \gamma \bar{h} A \rightarrow R_x = ۰/۸ \times ۹/۸۰۶ \times ۱ \times ۲ \times ۱ = ۱۵/۷ kN$$

نیروهای افقی ناشی از فشار آب، در دو طرف استوانه با هم برابرند و یکدیگر را خنثی می‌کنند.

ب)



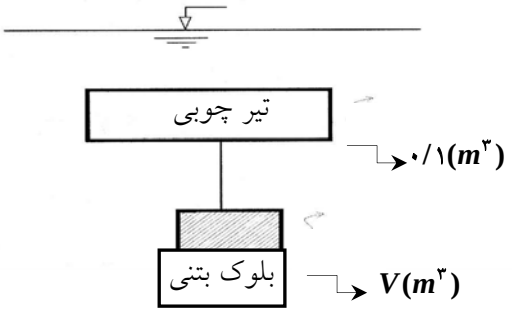
$$\sum F_y = ۰ \quad \rightarrow \quad W = F_B = \gamma_۱ \forall_۱ + \gamma_۲ \forall_۲ \rightarrow$$

$$W = \underbrace{۹/۸۰۶}_{\gamma_۱} \times \left(\underbrace{\pi \times ۲^۲ \times \frac{۱}{۲}}_{\forall_۱} \right) + \underbrace{۰/۸ \times ۹/۸۰۶}_{\gamma_۲} \times \left(\underbrace{۲ \times ۲ + \pi \times ۲^۲ \times \frac{۱}{۴}}_{\forall_۲} \right) = ۱۱۷/۶ \left(\frac{kN}{m} \right)$$

ج) $S=\frac{\gamma_s}{\gamma_w}=\frac{\left[\frac{۱۱۷/۶}{\pi\times۲^۲}\right]}{۹/۸۰۶}=۰/۹۵$

مثال۲-۲۸: حجم یک تیر چوبی $۰/۱m^۳$ و چگالی آن ۰/۶۵ است. چند کیلوگرم بتن باید به تیر متصل کرد تا هر دو غوطه ور شوند. وزن مخصوص بتن $۲۵\frac{KN}{m^۳}$ است.

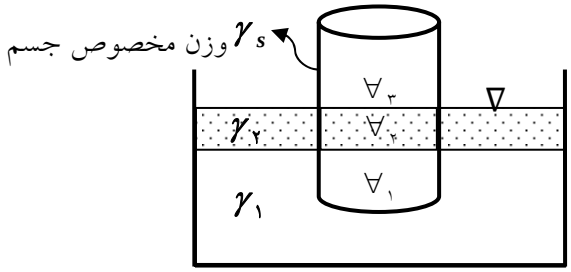
با ترسیم وضعیت تیرچوبی پس از اتصال بلوک بتنی به آن خواهیم داشت:



شکل ۲-۴۵

$$\sum F_y=۰\rightarrow W=F_B=\gamma_W.\forall\rightarrow ۹/۸۰۶\times۰/۶۵\times۰/۱+۲۵\times\forall=۹/۸۰۶\times(\forall+۰/۱)$$
$$\rightarrow\forall=۰/۰۲۲۶\ m^۳$$
$$\gamma=\rho g=\left(\frac{m}{\forall}\right)g\rightarrow m=\frac{۲۵\times۱۰^۳\times۰/۰۲۲۶}{۹/۸۰۶}=۵۷/۶۲kg$$

نکته: اگر جسمی مطابق شکل(۲-۴۶)، درون دو سیال غیرمحلول قرار گرفته باشد، در این حالت نیروی شناوری را می‌توان بصورت زیر به‌دست آورد:

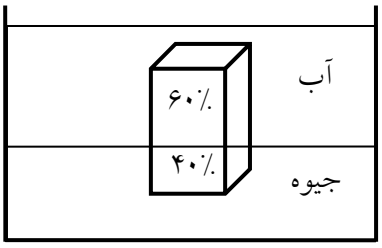


شکل ۲-۴۶

$$F_B = \gamma_1 \forall + \gamma_2 \forall_2 \qquad (۲۹-۲)$$

مثال۲-۲۹: ۴۰٪ حجم یک قطعه فلـزی در داخـل جیـوه و مـابقی آن درون آب مستغرق است. وزن مخصوص این قطعه فلزی را به‌دست آورید. $(SG_{Hg} = ۱۳/۶)$

با توجه به اینکه وزن مخصوص جیوه از وزن مخصوص آب بیشـتر اسـت. لـذا نحوه قرارگیری قطعه فلزی، در داخل این دو سیال نامحلول، بصورت زیر خواهد بود:



شکل۲-۴۷

در این حالت خواهیم داشت:

$$W = F_B = \gamma_1 \forall + \gamma_2 \forall_2 \rightarrow \gamma_s \times \forall = ۹/۸۰۶ \times ۰/۶ \forall + ۱۳/۶ \times ۹/۸۰۶ \times ۰/۴ \forall$$

$$\rightarrow \gamma_s = ۵۹/۲۳ \frac{kN}{m^3}$$

۲-۱۴ معیار پایداری اجسام غوطه‌ور

اگر با یک تغییر مکان کوچک به جسمی در حالت تعادل، نیروهـایی ایجـاد شـوند کـه تمایل به برگرداندن جسم به حالت اولیه‌اش را داشته باشند، گوییم که سیستم درتعـادل پایدار است. اگر باعث واژگونی جسم شوند، تعادل ناپایدار و اگر جسم در هرحالتی که رها شود، به همان حال باقی بماندتعادل خنثی است. بنابراین تعادل یـک جسـم شـناور می‌تواند به سه حالت پایدار، ناپایدار یا خنثی باشد. شکل(۲-۴۷)

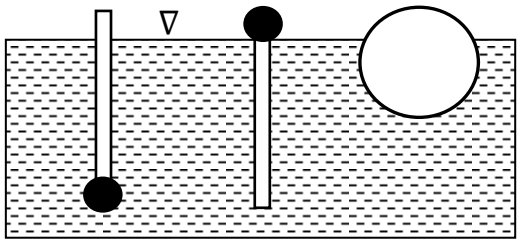
۱. اگر مرکز ثقل پایین تر از مرکز شناوری قرار گیرد جسم تعادل پایدار دارد.

۲. اگر مرکز ثقل بالاتراز مرکز شناوری قرار گیرد جسم تعادل ناپایدار دارد.

۳. اگر مرکز ثقل منطبق بر مرکز شناوری قرار گیرد جسم تعادل خنثی دارد.

پایداری یک جسم غوطه ور به محل قـرار گـرفتن مرکـز ثقـل ومرکـز شـناوری

بستگی دارد که عبارتند از:

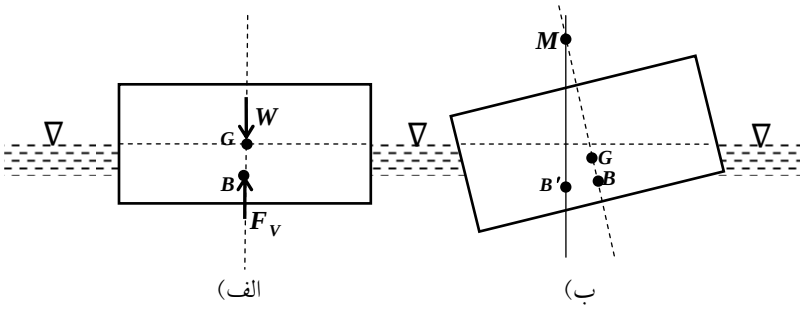


ج)تعادل خنثی ب)تعادل ناپایدار الف)تعادل پایدار

شکل ۲-۴۷ تعادل پایدار، ناپایدار وخنثی

۲-۱۵ نقطه متاسنتریک وارتفاع متاسنتریک

یک جسم را در نظر می‌گیریم که داخل سیالی شناور است اگر یک تغییر مکان زاویه‌ای کوچک ایجاد کنیم مرکز شناوری(B) جسم تغییرمکان می‌دهدو از نقطه B به نقطـه B' انتقال خواهد یافت. حال اگر یک خط عمودی از این مرکز شناوری جدید رسم کنـیم، خط تقارن جسم(که از مرکز ثقل(G) می‌گذرد)را در یک نقطه قطع مـی‌کنـد کـه بـه آن نقطهٔ متاسنتریک (M) می‌گویند. فاصله نقطه متاسنتریک تا مرکزثقل را ارتفاع استقرار یا متاسنتریک $(\overline{MB})$ می‌نامند.



شکل۲-۴۸ الف)جسم شناور در حالت افقی ب)جسم شناور در حالت دوران یافته

فاصله نقطـهٔ متاسـنتر (M) تـا مرکـز ثقـل (G)را ارتفـاع متاسـنتریک مـی‌گوینـد وبصورت زیر قابل محاسبه است:

$$\overline{MG} = \overline{MB} \mp \overline{GB} \qquad (۳۰-۲)$$

که در این رابطه $\overline{GB}$ فاصله بین مرکز ثقل ومرکزشناوری درحالت افقی است و $\overline{MB}$ نیز از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\overline{MB} = \frac{\gamma I}{W} = \frac{I}{\forall_d} \qquad (۳۱-۲)$$

I:گشتاوراینرسی نسبت به محوری که جسم شناورحول آن دوران می‌یابد.

γ = وزن مخصوص سیال(مایع)

W = وزن جسم

$\forall_d$ = حجم سیال جابه جا شده

دررابطه(۲-۳۰)اگر (G)مرکزثقل در بالای (B)مرکز شناوری باشد از علامت منفی واگر (G) در پایین (B)باشد از علامت مثبت استفاده می‌کنیم.

۲-۱۶معیار پایداری اجسام شناور

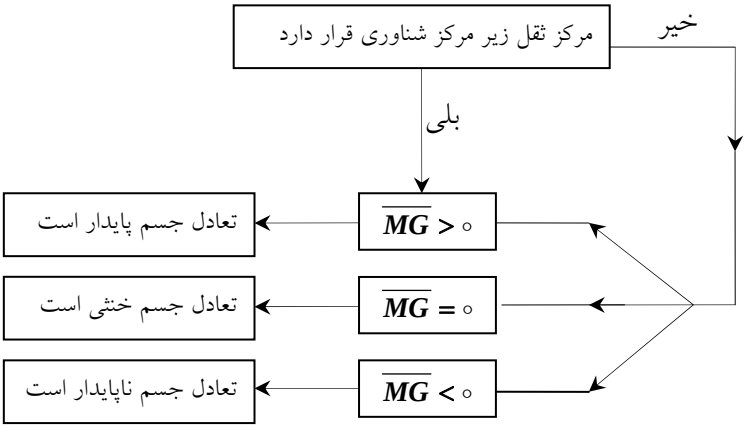
در مورد پایداری اجسام شناور، مشابه حالت غوطه وری هر گاه مرکز ثقل زیر مرکز شناوری باشد تعادل پایدار مشاهده می‌شود، ولی این تنها حالتی نیست که تعادل پایدار مشاهده می‌شود. اگر مرکز ثقل بالاتر از مرکز شناوری باشد، باز هم احتمال تعادل پایدار وجود دارد. لذا بررسی پایداری اجسام شناور مشاهده می‌شود که پیچیدگی بیشتری نسبت به اجسام غوطه ور وجود دارد. علت این امر، تغییر مکان مرکز شناوری در اجسام شناور بهنگام تغییر موقعیت و دوران است، حال آنکه در اجسام غوطه‌ور محل مرکز شناوری ثابت بوده و با دوران جسم، تغییری نمی کند. بنابراین پایداری یک جسم شناور به محل قرار گرفتن مرکز ثقل ونقطه متاسنتریک بستگی دارد که عبارتند از:

۱. تعادل پایدار است اگر نقطه متاسنتریک بالای مرکز ثقل باشد ودر این حالت ارتفاع متاسنتریک مثبت خواهد بود.

۲. تعادل ناپایدار است اگر نقطه متاسنتریک پایین ترازمرکز ثقل باشد ودر این حالت ارتفاع متاسنتریک منفی خواهد بود.

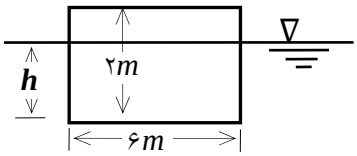
۳. تعادل خنثی است اگر نقطه متاسنتریک ومرکزثقل برهم منطبق باشند ودراین حالت ارتفاع متاسنتریک صفرخواهد بود.

الگوریتم زیر چگونگی پایداری یک جسم شناور را نشان می‌دهد:



نکته: شرط پایداری یک جسم شناور آن است که اگر مرکز ثقل اش زیر مرکز شناوری قرار نگیرد ونقطه متاسنتر آن بالای مرکز ثقل قرار گیرد، در این حالت ارتفاع متاسنتریک مثبت خواهد بود و هر چه این ارتفاع بیشتر باشد (متاسنتر بالاتر باشد)، پایداری جسم شناور بیشتر خواهد بود.

مثال ۲-۳۰: یک قطعه چوب مکعب شکل به طول۶m، عرض۴m وضخامت ۲m به‌طور افقی در آب شناور است. اگر جرم مخصوص چوب ۷۰۰باشد، مطلوب است محاسبه حجم آب جابه جا شده و محل مرکز شناوری؟



شکل ۲-۴۹

حل:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_B = W \rightarrow \gamma_f \times \forall_d = \gamma_s \times V$$

$$\rightarrow 1000 \times 9/81 \times \forall_d = 700 \times 9/81 \times (4 \times 6 \times 2) \rightarrow \forall_d = 33/6\, m^3$$

$$V_d = 6 \times 4 \times h \rightarrow h = 1/4\, m$$

مثال۲-۳۱: جسم شناوری به طول ۵ متر، عرض ۳ متر و ارتفاع ۱/۲ متر مفروض

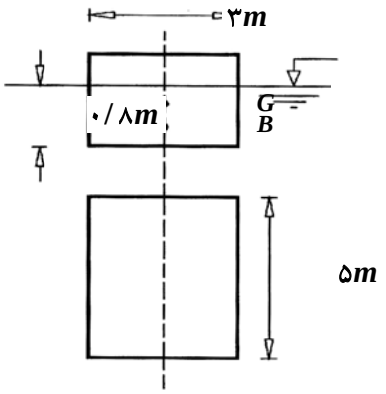
است. اگر عمق استغراق این جسم در آب دریا ۰/۸ متر و مرکز ثقل آن ۰/۶ متر بالاتر از کف جسم باشد، ارتفاع متاسنتریک را حساب کنید؟

$$\text{مرکز شناوری} = \frac{۱/۴}{۲} = ۰/۷\ m \text{ (فاصله از کف)}$$

$$\overline{MG} = \frac{I}{\forall_d} - \overline{GB}$$

$$\begin{cases} I = \frac{۱}{۱۲} \times ۵ \times ۳^۳ = ۱۱/۲۵ m^۴ \\ \forall_d = ۰/۸ \times ۳ \times ۵ = ۱۲ m^۳ \\ \overline{GB} = ۰/۶ - ۰/۴ = ۰/۲ m \end{cases}$$

$$\rightarrow \overline{MG} = \frac{۱۱/۲۵}{۱۲} - ۰/۲ = ۰/۷۴ m$$



شکل ۲-۵۰

۲-۱۷ تعادل نسبی

هنگامی که یک مخزن محتوی سیال با شتاب خطی یکنواخت حرکت کند یا یک استوانه حاوی سیال با سرعت زاویه‌ای ثابت حول محورش دوران نماید، لایه‌های مجاور سیال نسبت به هم حرکتی نداشته ورفتار سیال شبیه یک سیال با حالت استاتیکی خواهد بود. در این حالت گفته می‌شود سیال در تعادل نسبی است. تنش برشی در سیال وجود نخواهد داشت وتوزیع فشار می‌تواند از معادلات حرکت به‌دست آید. اگر چه تعادل نسبی یک پدیده استاتیکی سیال نیست، اما به علت تشابه روابط در مبحث استاتیک سیالات مورد تجزیه وتحلیل قرار می‌گیرد. دو حالتی که بیشتر مورد نظر می‌باشند، عبارت از شتاب خطی یکنواخت وشتاب چرخش یکنواخت حول یک محور قائم می‌باشند. []

تست‌های فصل دوم استاتیک سیالات

۱. برای یک سیال در حال سکون

۱)تنش برشی به ضریب لزجت سیال بستگی دارد.

۲) تنش برشی صفر است

۳) برروی یک سطح شیبدار با زاویه 45° نسبت به سطح افقی، تنش برشی حداکثر است.

۴) تنش برشی فقط در سطح افقی صفر است

۲. برای یک مایع در حال سکون، ارتفاع پیزومتریک

۱) در تمام نقاط داخل مایع ثابت است. ۲) در زیر سطح آزاد با عمق افزایش می‌یابد.

۳) در زیر سطح آزاد با عمق کاهش می‌یابد. ۴) به ضریب لزجت بستگی دارد.

۳. یک فشار سنج در محلی معین

۱) همیشه یک قرائت ثابت را نشان می‌دهد

۲) همیشه فشار جو (اتمسفریک) را نشان می‌دهد

۳) فشار جو (اتمسفریک) را نشان می‌دهد که ممکن است نسبت به زمان تغییر کند

۴) فشار جو (اتمسفریک) را نشان می‌دهد که نسبت به زمان ثابت است.

۴. هنگامی که فشار سنج ۷۱۹/۶میلی متر را نشان می‌دهد، فشار مکش $15kpa$ درآن محل مساوی است با:

۱) (مطلق) ۱۱/۳۱۶ میلیمتر آب ۲) (مطلق) ۸۱ kpa

۳) (مطلق) ۱۱۱ kpa ۴) (مطلق) ۱۱۲/۴ میلیمتر جیوه

۵. فشار جو (اتمسفریک) استاندارد در سطح دریا بر حسب کیلو پاسکال (kpa) برابر است با:

۱) ۱۳۳/۱۰۵ ۲) ۱۰۳/۳۰۵

۳) ۱۰۱/۳۲۵ ۴) ۷۶۰

۶. فشار جو (اتمسفریک) استاندارد ۱۰۱/۳۲۵ kpa است. فشار جو (اتمسفریک) در محلی ۹۶/۵ kpa بود. در صورتی که فشار ثبت شده ۲۲kpa باشد، این فشار معادل است با:

۱) (مطلق) ۱۲۱/۳۲۵ kpa ۲) (مطلق) ۸۹/۳۲۵ kpa

۳) (مطلق) ۷۶/۵ kpa ۴) (مطلق) ۱۱۸/۵ kpa

۷. هنگامی که صفحه‌ای کاملاً در مایعی غوطه ور می‌شود، بر آیند هیدرو استاتیک بر روی یک جهت این صفحه مساوی با حاصلضرب ..... است.

۱) مساحت و فشاردرمرکز فشار این سطح

۲) مساحت و عمق مرکز هندسی این سطح

۳) مساحت و فشار در مرکز هندسی این سطح

۴) مساحت و فشار در وسط عمق

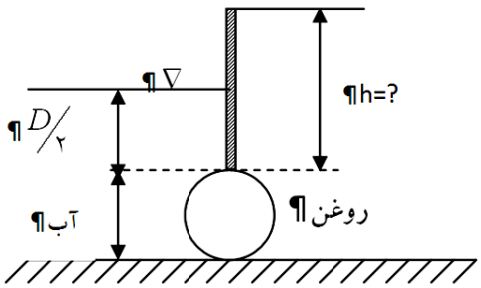
۸. اگر وزن مخصوص نسبی روغن ۰/۸ باشد ارتفاع h در شکل روبرو چه مقدار باید باشد، تا نیروی افقی وارد بر لوله ی استوانه‌ای شکل به قطر D صفر شود؟

۱) $h=\frac{۵}{۳}D$

۲) $h=\frac{۳}{۴}D$

۳) $h=۱/۵D$

۴) $h=\frac{۵}{۴}D$



۹. فشار سنج بوردن برای اندازه‌گیری چه نوع فشاری است؟

۱)بخار ۲) مطلق

۳) نسبی ۴) هوا

۱۰. یک سطح حلقوی به شعاع داخلی $۱m$ و شعاع خارجی $۲m$ به‌طور عمودی در داخل آب قرار گرفته است مرکز سطح ۳ متر پایین تر از سطح آزاد آب قرار دارد. مرکز فشار آن، چند متر پایین تر از مرکز ثقل است؟

۱) صفر ۲)٪۴

۳) ٪۴۲ ۴) ۰/۴۵

۱۱. بر آیند نیروهای فشاری که سیال از پائین به بالا بر جسم شناور وارد می‌کند، چه نام دارد؟

۱) نیوتنی ۲) پاسکالی

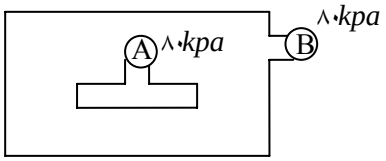
۳) چسبندگی ۴) شناوری

۱۲. مقدار نیروی وارده بر یک طرف صفحه‌ای که نسبت به افق با زاویه α قرار گرفته است و مساحت آن برابر واحد و مرکز ثقل آن در ۱۰متری زیر سطح مایعی با وزن مخصوص γ می‌باشد، برابر است با:

۱) بزرگتر از ۱۰γ ۲) بستگی به مقدار زاویه γ دارد

۳) کوچکتر از ۱۰γ ۴) ۱۰γ

۱۴. در شکل مقابل فشار مطلقی که فشار سنج A نشان می‌دهد چند kpa است؟



۱) ۲۰۰

۴) ۳۰۰

۲) ۲۲۰

۳) ۲۸۰

۱۵. برای چه نوع اندازه‌گیریهایی از فشار سنج شیبدار استفاده می‌شود؟

۱) اندازه‌گیریهای زیاد ۲) از فشار اتمسفر کمتر است

۳) بستگی به فشار اتمسفر دارد ۴) مساوی فشار اتمسفر است

۱۶. یک مانومتر جیوه‌ای جهت اندازه گیری فشار آب به کار رفته است. اختلاف ارتفاع سطح جیوه در دو شاخهٔ مانومتر $۵۰۰\,mm$است. اختلاف فشار برحسب ستون آب چقدر است؟

۱) $۰/۵m$ ۲) $۶/۳m$

۳) $۶/۸m$ ۴) $۷/۳m$

۱۷. فشارهای کوچک را با چه وسیله‌ای اندازه می‌گیرند؟

۱) مانومتر ۲) بارومتر

۳) پیزومتر ۴) پیرومتر

۱۸. مقدار فشار هر مایع در نقطه‌ای دلخواه تنها بستگی به:

۱) جنس مایع دارد ۲) جنس ظرف دارد

۳) شکل ظرف دارد ۴) عمق نقطه و جنس مایع دارد

۱۹. فشار هوا در سطح دریا برابر ۷۶ سانتی متر جیوه می‌باشد. در عمق یک کیلومتری

از آب دریا به جرم مخصوص ۱/۰۳ فشار چند جو است؟

$(g = ۱۰\ m/s^۲)$و$(\rho_{HG} = ۱۳/۶ gr/cm^۳)$

۱) تقریباً ۱۰۰ ۲) تقریباً ۱۰۸

۳) تقریباً ۱۰۶ ۴) تقریباً ۱۰۴

۲۰. کدامیک از وسایل زیر فشار بالاتر از محیط را اندازه می‌گیرد؟

۱) بارومتر ۲) وکیوم متر

۳) مانومتر ۴) پیرومتر

۲۱. فشار وارد بر سیالی برابر ۱۴۷(psi) می‌باشد، تقریباً چند جو است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲

۳) ۸ ۴) ۱۱

۲۲. فشار مطلق داخل یک قطره جیوه به قطر 5mm با کشش سطحی ۰/۵۱N/m چند kpa است؟

۱) ۱۰۱/۲۱ ۲) ۱۰۱/۷۱

۳) ۱۰۱/۵ ۴) ۱۰۲

۲۳. در یک دیواره قائم که یک طرف آن در آب به عمق h قرار گرفته، موقعیت مرکز فشار کدام است؟

۱) به اندازه یک سوم h از سطح آب فاصله دارد.

۲) به اندازه دو سوم از کف دیواره فاصله دارد.

۳) به اندازه دو سوم h از سطح آب فاصله دارد.

۴) منطبق بر مرکز ثقل است.

۲۴. درکارهای مهندسی وصنعتی برای اندازه‌گیری فشارهای زیاد از ..... استفاده می‌کند؟

۱) پیزومتر ۲) پیرومتر

۳) بارومتر ۴) فشار سنج بوردن

۲۵. هر گاه مرکز ثقل یک جسم شناور، بالاتر از مرکز رانش باشد جسم دارای

۱) تعادل پایدار است ۲) تعادل ناپایدار می‌باشد

۳) تعادل یکنواخت است ۴) هیچکدام

۲۶. کدام گزینه دیاگرام فشار را تعریف می‌کند؟

۱) دیاگرام فشار به‌صورت سهمی است.

۲) دیاگرام فشار، نمایش هندسی تغییرات فشار روی یک سطح است

۳) دیاگرام فشار یعنی تغییرات فشار در محیط یک لوله پر

۴) دیاگرام فشار یعنی شدت فشار در یک نقطه

۲۷. مرکز فشار.....

۱) مرکز سطح غوطه ور است.

۲) مرکز حجم منشور فشار است.

۳) مستقل از جهت قرارگیری سطح است.

۴) نقطه‌ای روی خط اثر نیروی برآیند است

۲۸. مقدار فشار هر مایع در نقطه‌ای دلخواه تنها بستگی به ..... دارد

۱) جنس مایع ۲) جنس ظرف

۳) شکل ظرف ۴) عمق نقطه و جنس مایع

۲۹. اگر جسمی در مایعی غوطه ور باشد نیروی ارشمیدس.....

۱) کوچکتر از وزن جسم است ۲) بزرگتر از وزن جسم است

۳) با وزن جسم مساوی است ۴) هیچکدام

۳۰. نیروی شناوری.....

۱)نیروی برآیند وارده از سیال اطراف جسم به آن است.

۲)نیروی برآیند وارد به جسم شناور است.

۳)نیروی لازم جهت برقراری تعادل جسم غوطه ور است.

۴)معادل است با حجم مایع جا به جا شده.

۳۱. خط اثر نیروی شناوری.....

۱) در کلیه اجسام غوطه‌ور از مرکز ثقل عبور می‌کند.

۲) در کلیهٔ اجسام شناور از مرکز حجم عبور می‌کند.

۳) از مرکز حجم سیال جابه‌جا شده عبور می‌کند.

۴) از مرکز حجم سیالی که به‌طور قائم در بالای حجم قرار دارد عبور می‌کند.

۳۲. تعادل یک جسم شناور پایدار است،.....

۱) اگر ارتفاع متاسنتریک صفر باشد.
۲) اگر و تنها اگرمرکز ثقل پائین تر از مرکز شناوری باشد.
۳) اگر $\overline{GB}-\frac{I_n}{V_n}$ مثبت باشد و G بالاتر از B باشد.
۴) اگر نقطه متاسنتر بالاتر از مرکز ثقل باشد.

۳۳. مولفهٔ افقی نیروی وارد بر یک سطح منحنی برابر است با.....
۱) وزن مایعی که به‌طور قائم در بالای سطح قرار دارد.
۲) وزن مایعی که سطح منحنی آن را نگه داشته است.
۳) فشار در مرکز سطح صفحه ضربدر مساحت آن
۴) نیروی وارد بر تصویر سطح منحنی بر روی یک صفحه قائم

۳۴. مولفه قائم نیروی وارد بر یک سطح منحنی غوطه ور برابر است با.....
۱) مولفه افقی آن
۲)نیروی وارد بر تصویر قائم سطح منحنی
۳) فشار در مرکز سطح صفحه ضربدر مساحت آن
۴) وزن مایعی که به‌طور قائم در بالای سطح منحنی واقع شده است

۳۵. یک سطح مثلثی به‌طور قائم واقع شده به‌طوریکه یک ظلع آن روی سطح آزاد قـرار دارد و راس آن در پائین قرار دارد. ارتفاع مثلث h است. فاصله مرکز فشار از سطح آزاد چقدر است؟

۱) $\frac{h}{۴}$ ۲) $\frac{h}{۳}$
۳) $\frac{h}{۲}$ ۴) $\frac{۲h}{۳}$

فهرست

فصل سوم ـ جریان سیال؛ مفاهیم و معادلات اصلی ۱۰۹
۳–۱مقدمه ۱۰۹
۳–۲ طبقه‌بندی جریان سیال ۱۰۹
۳–۲–۱ جریان یکنواخت و غیر یکنواخت ۱۱۰
۳–۲–۲ جریان آرام (لایه‌ای یا ورقه ای)ودرهم(جریان آشفته) ۱۱۰
۳–۲–۴ جریان دائمی (پایداریا ماندگار)و جریان غیر دائمی (ناپایدار) ۱۱۲
۳–۲–۵ جریان‌های تراکم پذیر و تراکم‌ناپذیر ۱۱۲
۳–۲–۶ جریان‌های چرخشی و غیرچرخشی ۱۱۳
۳–۲–۷ جریان‌های یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی ۱۱۳
۳–۳ خطوط جریان ۱۱۴
۳–۴ خطوط پتانسیل یا خطوط هم پتانسیل ۱۱۵
۳–۵ شبکهٔجریان ۱۱۵
۳–۶ روابط اساسی مکانیک سیالات ۱۱۶
۳–۷ روش‌های اساسی تحلیل جریان ۱۱۶
۳–۸ مفاهیم سیستم، حجم کنترل ۱۱۶
۳–۸–۱روش سیستم (جرم مشخص) ۱۱۷
۳–۸–۲ حجم کنترل (حجم مشخص) ۱۱۷
۳–۹ معادلهٔ انتقال رینولدز ۱۱۸
۳–۱۰ معادلات پیوستگی، انرژی و مومنتم ۱۱۹
۳–۱۰–۱ معادلهٔ پیوستگی ۱۱۹
دبی جریان (نرخ آبدهی یا شدت جریان) ۱۲۰
۳–۱۰–۲ معادله مومنتم (اندازه حرکت) ۱۲۶
۳–۱۰–۳ معادله انرژی ۱۳۰

۳–۱۱ معادله اولر ۱۳۰
۳–۱۲ معادله برنولی در مورد سیالات ایده‌آل ۱۳۱
۳–۱۳ ماشین‌های هیدرولیکی ۱۳۲
۳–۱۴–۱ بازده η ۱۳۴
۳–۱۵ تغییرات انرژی در یک سیستم سیال (خط شیب انرژی و خط شیب هیدرولیکی) ۱۳۸
۳–۱۶ضریب تصحیح انرژی جنبشی ۱۴۱
۳–۱۷ ضریب تصحیح اندازهٔ حرکت ۱۴۲
۳–۱۸کاربردهای معادلهٔ برنولی ۱۴۵
۳–۱۸–۲ اندازه‌گیری دبی بوسیله روزنه ۱۴۶
۳–۱۸–۴ سیفون ۱۴۹
سوالات فصل جریان سیالات، مفاهیم و معادلات اصلی ۱۶۴

فصل چهارم ـ جریان عبوری از لوله‌ها **۱۷۱**
۴–۱ مقدمه ۱۷۱
۴–۲ انواع جریان در لوله‌ها ۱۷۲
۴–۲–۱ جریان آرام(ورقه ای) ۱۷۲
۴–۲–۲ جریان آشفته (متلاطم یا درهم) ۱۷۲
۴–۳ معیار آرام یا آشفته بودن جریان با استفاده از عدد رینولدز ۱۷۲
۴–۴ نیمرخ توزیع سرعت‌ها ۱۷۶
۴–۵ جریان‌های داخلی و خارجی ۱۷۷
۴–۶ لایهٔ مرزی ۱۷۷
۴–۷ جریان کاملا توسعه یافته ۱۷۸
۴–۸ تنش برشی در لوله‌ها ۱۷۹
۴–۹ جریان آرام در لوله با سطح مقطع مدور ۱۸۲
۴–۱۰ محاسبه افت ۱۸۴
۴–۱۱ طریقهٔ محاسبه f (ضریب اصطکاک دارسی ویسباخ) ۱۸۶
۴–۱۲ معادلات تجربی برای تعیین دبی جریان ۱۹۲
۴–۱۲–۱ فرمول هیزن ـ ویلیامز ۱۹۲
۴–۱۲–۲ فرمول مانینگ ۱۹۳
۵–۱۳ نیروی دراگ سیال (مقاومت سیال) ۲۰۱
۵–۱۳–۱ نیروی دراگ جسم در مقابل انحراف مسیر جریان ۲۰۲
۵–۱۳–۲ نیروی دراگ ناشی از نیروهای برشی(یا نیروی دراگ اصطکاکی) ۲۰۳
۵–۱۳–۳ نیروی دراگ ناشی از شکل هندسی جسم ۲۰۳
جریان عبوری در لوله‌ها ۲۰۳

فصل سوم

جریان سیال؛ مفاهیم و معادلات اصلی

۳-۱مقدمه

استاتیک سیالات که در فصل قبل بررسی گردید، تقریباً یک علم دقیق است و درآن تنها یک کمیت یعنی فقط وزن مخصوص سیال را باید با آزمایش تعیین کرد. اما جریان سیال ذاتاً پیچیده است. قوانین اصلی مبین حرکت سیالات (دینامیک سیالات) را به راحتی نمی‌توان به‌صورت فرمول‌های ریاضی بیان کرد و مورد استفاده قرار داد. ازاین‌رو بنا گزیر باید به آزمایش روی آورد.

در این فصل، ابتدا تعاریف و مفاهیم موردنیاز برای تجزیه و تحلیل حرکت سیال در وضعیت‌های مختلف بیان می‌شود. سپس معادلات اصلی حاکم بر جریان سیال مطرح می‌گردد.

۳-۲ طبقه‌بندی جریان سیال

حرکت سیال در یک مسیر را جریان سیال می‌نامند. جریان سیال از دیدگاه‌های مختلفی تقسیم‌بندی می‌گردد که در ادامه به بررسی آنها می‌پردازیم. یک جریان سیال ممکن است یک یا چند نوع از این تقسیم‌بندی‌ها را همزمان داشته باشد.

۳-۲-۱ جریان یکنواخت[1] و غیریکنواخت[2]

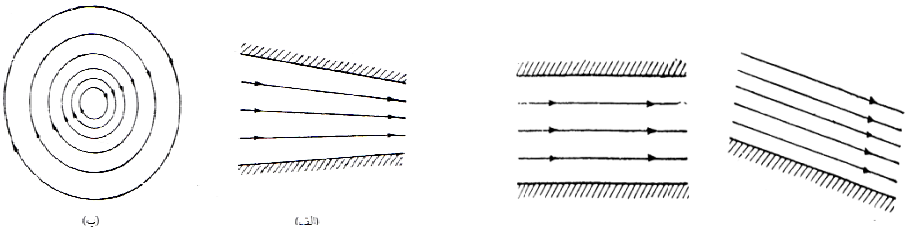
جریان یکنواخت به جریانی گفته می‌شود که در آن بردار سرعت، در هر لحظهٔ مشخص، در تمام نقاط سیال یکسان باشد. حال اگر سرعت جریان سیال از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر در لحظهٔ معین تغییر کند، جریان حاصل را غیریکنواخت می‌نامند. اگر ∂x معرف تغییر مکان یک ذرهٔ سیال در جهت دلخواه x باشد، در آنصورت می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = ۰ \rightarrow \text{جریان یکنواخت است.}$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} \neq ۰ \rightarrow \text{جریان غیریکنواخت است.}$$

$\frac{\partial V}{\partial x}$، تغییرات سرعت یک ذرهٔ سیال در جهت دلخواه x را در لحظهٔ معین نشان می‌دهد ولی در مورد تغییرات سرعت در زمان چیزی نمی‌گوید.

جریان مایع در یک لولهٔ مستقیم با سطح مقطع ثابت، یکنواخت است، در حالی‌که اگر لولهٔ خمیده بود ویا سطح مقطع متغیری داشت، جریان غیریکنواخت می‌شد.



(الف)سطح شیبدار (ب)سطح افقی (ج): جریان در مسیر تنگ شونده (د):حرکت گردابی

شکل۳-۱ (الف) و (ب) نمایش جریان یکنواخت (ج) و (د) نمایش جریان‌های غیریکنواخت

۳-۲-۲ جریان آرام[3] (لایه‌ای یا ورقه‌ای) و درهم (جریان آشفته)[4]

جریانی که در آن ذرات سیال مسیرهای منظم وهمواری را طی می‌کنند ولایه‌های سیال به آرامی بر روی لایه‌های مجاورخود می‌لغزند. جریان آرام از قانون لزجت نیوتن $\tau = \eta \frac{dV}{dy}$ ویا تعمیم آن قانون لزجت استوکس پیروی می‌کند. در این نوع جریان هر گونه گرایشی به آشفتگی توسط لزجت سیال مستهلک می‌شود.

---

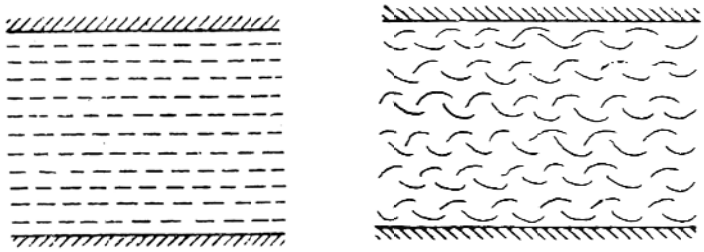
1. Uniform Flow
2. Non-Uniform Flow
3. Laminar Flow
4. Turbulent Flow

جریان آشفته جریانی است که در آن هر ذره سیال دارای مسیر مشخصی نیست و مسیرهای ذرات مستقل یکدیگر راقطع می‌کنند. ودر کارهای مهندسی اغلب جریان‌ها آشفته هستند برای مثال جریان آب در یک رودخانه جریان آشفته است.

در جریان آشفته داریم:

$$\tau = (\mu + \eta)\frac{dV}{dy} \qquad (۱-۳)$$

که η لزجت گردابی بوده وبر خلاف لزجت(μ) تنها یک خاصیت سیال نیست بلکه به میزان آشفتگی جریان هم وابسته است.



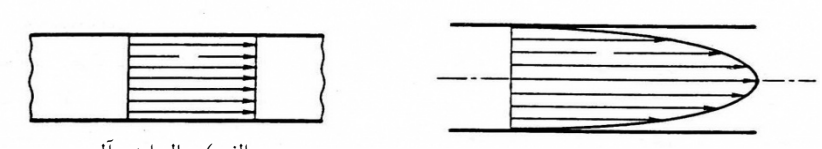
(الف) (ب)

شکل ۳-۲ الف)نمایش جریان آرام ب)نمایش جریان آشفته

۳-۲-۳ جریان ایده‌آل[1] و واقعی(حقیقی)

سیال ایده‌آل سیال فرضی است که لزجت وقابلیت تراکم آن صفر باشد. گرچه بسیاری از مایعات را می‌توان عملاً غیر قابل تراکم در نظر گرفت ولی تمام سیالات اعم از مایعات یا مایعات، لزجت دارند. درحقیقت هیچ گاه سیال ایده‌آلی وجود ندارد، اما برای بیان فرمول‌های خاص، می‌توان ابتدا سیال را ایده‌آل در نظر گرفت و پس از اینکه معادله مربوط به این نوع سیالات به‌دست آمد، آن را برای سیالات واقعی (حقیقی) تعمیم داد. در یک سیال ایده‌آل به علت نبود لزجت، قشرهای مختلف سیال به موازات هم و با سرعت ثابت در حرکتند در صورتی که در مورد سیالات واقعی، به علت وجود لزجت، سرعت قشرهای مختلف سیال با هم متفاوت است. بنابراین تفاوت اصلی سیالات ایده‌آل و واقعی در لزجت آنهاست. (شکل ۳-۳)

1. Ideal Fluid



الف)سیال ایده آل

ب) سیال واقعی(حقیقی)

شکل۳-۳ الف)سیال ایده‌آل و ب)سیال واقعی[]

۳-۲-۴ جریان دائمی[1] (پایداریا ماندگار) و جریان غیردائمی[2] (ناپایدار)

جریانی که درآن خواص سیال در هر نقطه نسبت به زمان تغییر نمی‌کند، راجریان دائمی (پایدار)می نامند. این نوع جریان می‌تواند یکنواخت و یا غیریکنواخت باشد. بنابراین درجریان پایدار تمام خواص سیال نظیر جرم مخصوص، فشار، سرعت، درجه حرارت و فشار در هیچ نقطه‌ای، تغییری نسبت به زمان رخ نخواهد داد.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = ۰ \quad , \quad \frac{\partial P}{\partial t} = ۰ \quad , \quad \frac{\partial V}{\partial t} = ۰ \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial t} = ۰$$

همچنین اگردرحالتی که مشخصات سیال در یک نقطه نسبت به زمان تغییر کند، جریان به نام غیر دائمی خوانده می‌شود.

برای مثال جریان آب خارج شده از یک شیر در مدت زمانی که شیرفلکه در حال چرخانده شدن است، یک جریان غیردائمی است و پس از آنکه شیرفلکه ثابت شد، جریان خروجی دائمی خواهد بود.

۳-۲-۵ جریان‌های تراکم‌پذیر[3] و تراکم‌ناپذیر[4]

جریان‌های تراکم‌ناپذیر یا غیرقابل تراکم جریان‌هایی هستند که در آنها تغییرات جرم مخصوص قابل صرفنظر است وجریان‌های تراکم‌پذیر جریان‌هایی هستند که در آنها تغییرات جرم مخصوص قابل ملاحظه است.

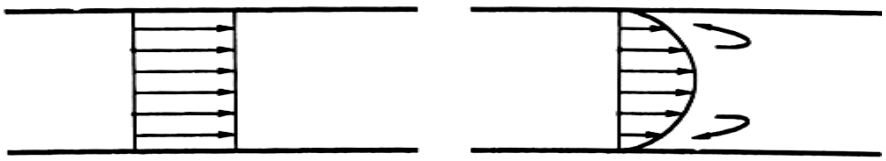
به‌طور کلی اغلب گازها قابل تراکم و تمام مایعات غیرقابل تراکم هستند. با این حال اگر مایع تحت فشار بالایی قرار گیرد تراکم پذیری باید منظور گردد و اگر

1. Steady Flow
2. Unsteady Flow
3. Compressible Flow
4. Incompressible Flow

تغییرات فشار ناچیز باشد، می‌توان گاز را تراکم ناپذیر فرض کرد.

۳-۲-۶ جریان‌های چرخشی[1] و غیرچرخشی[2]

هرگاه ذرات سیال ضمن حرکت، حول مراکز خود در امتداد جریان دوران کنند، و در نتیجه سرعت زاویه‌ای ایجاد کنند جریان چرخشی را ایجاد می‌کنند. ولی اگر این ذرات بدون دوران با سرعت زاویه‌ای برابر با صفر به حرکت خود ادامه دهند، جریان غیر چرخشی به شمار می‌آیند. برای مثال جریان‌های با لزجت کم مانند جریان هوا در نواحی که گرادیان سرعت کم باشد غیر چرخشی می‌باشند. جریان در پشت ایر فویل‌ها مثالی از جریان چرخشی است.



الف)جریان چرخشی ب)جریان غیر چرخشی

شکل ۳-۴ جریان‌های چرخشی و غیر چرخشی

۳-۲-۷ جریان‌های یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی

در حالت کلی جریان‌ها سه بعدی هستند. در این جریان مولفه‌های سرعت تابعی از مختصات مکانی x، y و z و زمان t هستند، تجزیه و تحلیل جریان‌ها در حالت سه بعدی پیچیده است. مثل حرکت مغشوش آب در رودخانه‌ها جریان یک بعدی جریانی است که در آن تغییرات سرعت و فشار و... در جهت عمود بر جریان صرفنظر می‌گردد و شرایط هر مقطع برحسب مقادیر متوسط بیان می‌شود. برای مثال می‌توان جریان لوله را یک بعدی در نظر گرفت.

جریان دو بعدی جریانی است که هریک از مشخصات جریان، در یکی از جهات ثابت باشد و در دوجهت دیگر تغییر کند، آن جریان دو بعدی خواهد بود. در این نوع جریان، خطوط جریان در یک سطح قرار دارند و در جهت عمود بر این سطوح جریانی

1. Rotational Flow
2. In rotational Flow

وجود ندارد. حرکت آب از بالای سرریزها یا جریان در کانالهای آزمایشگاهی را می‌توان از این نوع دانست.

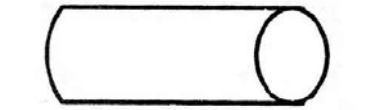
برای روشن تر شدن مسئله می‌توان مثالهای زیر را ذکر کرد:

الف) جریان یکنواخت پایدار: حالتی که مایعی در یک لوله طویل مستقیم با شدت جریان ثابت در حرکت باشد. شکل الف(۳-۵)

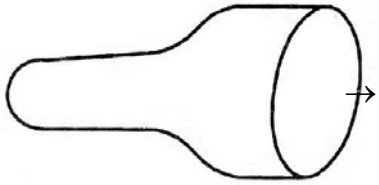
ب) جریان یکنواخت ناپایدار: حالتی که مایعی در یک لوله طویل مستقیم با شدت جریان متغیر در حرکت باشد.

ج)جریان غیریکنواخت پایدار: حالتی که مایعی در لوله‌ای با مقطع متغیر و با شدت جریان ثابت در حرکت باشد. شکل ب(۳-۵)

د) جریان غیریکنواخت ناپایدار: حالتی که مایعی در لوله‌ای با مقطع متغیر و با شدت جریان متغیر در حرکت باشد.



الف)جریان دائمی و یکنواخت $\rightarrow Q = cte \rightarrow$



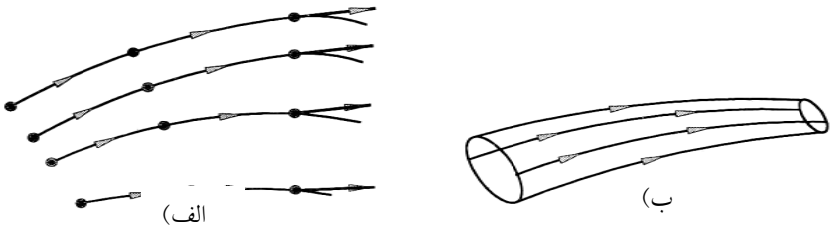
ب)جریان دائمی و غیر یکنواخت $\rightarrow Q = cte \rightarrow$

شکل ۳-۵

۳-۳ خطوط جریان

خط جریان خط پیوسته فرضی است که در تمام نقاط، مولفه سرعت بر آن مماس است و جهت بردار سرعت را درهرنقطه نشان می‌دهد. همچنین به فضایی که در برگیرنده تعدادی خطوط جریان است لولهٔ جریان گفته می‌شود.

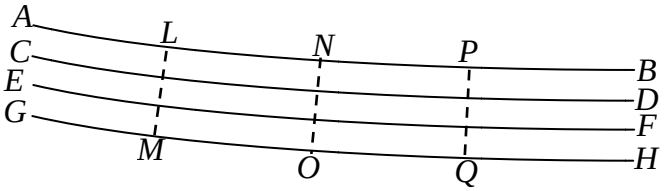
هر چقدر خطوط جریان بهم نزدیکتر باشند سرعت بیشتر ودر نتیجه میزان جریان نیز بیشتر خواهد بود و برعکس.



شکل ۳-۶ الف) نمایش خطوط جریان ب) نمایش لولهٔ جریان

۳-۴ خطوط پتانسیل یا خطوط هم پتانسیل

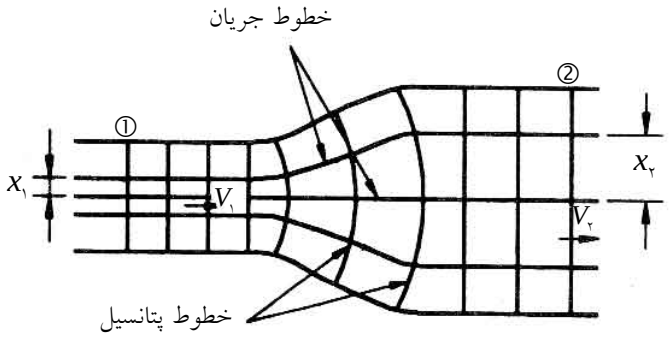
می‌دانیم ذرات سیال هنگام حرکت در امتداد خطوط جریان همیشه مقداری از انرژی خود را از دست می‌دهند. اگر نقاط هم پتانسیل واقع بر خطوط جریان را بهم متصل کنیم خطوط پتانسیل یا خطوط هم پتانسیل حاصل می‌شوند. محل تداخل خطوط جریان وهم پتانسیل عمود برهم ودارای زاویهٔ 90° می‌باشد. درشکل (۳-۷) خط AB، CD، EFو GH وخطوط جریان و PQ,NO,LM خطوط پتانسیل هستند.



شکل ۳-۷ خطوط جریان و خطوط پتانسیل

۳-۵ شبکهٔجریان

شبکهٔ جریان از رسم خطوط جریان و خطوط عمود بر آنها یعنی خطوط هم پتانسیل به‌دست می‌آید. شبکهٔ جریان در بررسی و تحلیل رفتار برخی پدیده‌های جریان که به سادگی توسط روابط ریاضی قابل مطالعه نیستند به‌کار برده می‌شود. چنین پدیده‌هایی از طریق ترسیم شبکه‌های جریان مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. یک شبکه جریان می‌تواند از قطعات مربع شکل تشکیل شود، هر چند اگر شبکه به‌صورت واگرا یا همگرا یا منحنی شکل باشد، قطعات آن مربع شکل نخواهد بود.



شکل ۳-۸ خطوط جریان

۳-۶ روابط اساسی مکانیک سیالات

برای حل مسایل مکانیک سیالات به چند قانون اساسی احتیاج است که بون در نظر گرفتن ماهیت جریان، تمامی جریان‌ها از روابط زیر پیروی می‌کنند:

۱. قانون بقای جرم(معادلهٔ پیوستگی)

۲. قانون دوم نیوتن(معادلهٔ اندازهٔ حرکت یا مومنتوم)

۳. معادلهٔ انرژی(قانون اول ترمودینامیک)

بدیهی است برای حل مسایل همیشه به همه این قوانین احتیاجی نیست.

۳-۷ روش‌های اساسی تحلیل جریان

در حل مسایل مربوط به جریان، سه روش اساسی وجود دارد که اهمیت یکسانی دارند که عبارتند از تحلیل انتگرالی، تحلیل دیفرانسیلی و مطالعهٔ آزمایشگاهی (تجربی) یا تحلیل ابعادی.

اولین قدم در حل یک مسئله تعریف سیستمی برای آن است. تعریف سیستم یا حجم کنترل در هر مسئله که در آن قوانین اساسی استفاده می‌شوند، اهمیت خاصی دارد.

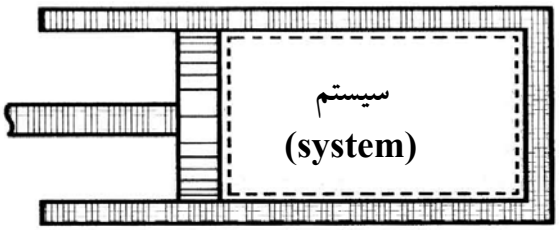
۳-۸ مفاهیم سیستم، حجم کنترل

در به‌کار بردن قوانین جریان سیال، می‌توان از دو روش جرم مشخص وحجم مشخص(کنترل) استفاده کرد.

۳-۸-۱ روش سیستم[1](جرم مشخص)

سیستم عبارت است از یک مقدار ثابت ومشخصی از جرم که توسط مرزهایش از محیط اطراف جدا می‌شود؛مواد خارج از سیستم را محیط گویند. مرزهای سیستم ممکن است ثابت یا متحرک باشند ولی در هر حال جرمی از آن عبور نمی‌کند. سیستم برحسب منظور ما می‌تواند شامل جرم کوچک ویا بزرگی از جامد وسیال باشد.

بخار موجود در داخل یک سیلندر را که بوسیله پیستونی مسدود است، می‌توان به‌عنوان یک سیستم در نظر گرفت شکل(۳-۹). در این مورد ممکن است با تغییر دما، حجم بخار تغییر کند و پیستون تغییر مکان دهد، ولی جرم بخارآن همواره ثابت باقی خواهد ماند.



شکل ۳-۹ جرم مشخص یا سیستم (مجموعهٔ سیلندر وپیستون)

۳-۸-۲ حجم کنترل[2] (حجم مشخص)

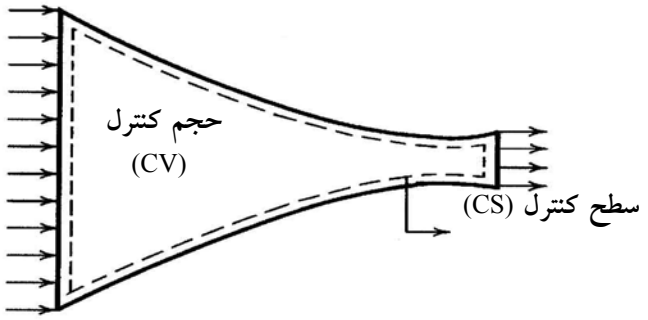
حجم کنترل ناحیه‌ای از فضای بررسی سیال است که دارای حجم ثابت است ولی جرم سیال ممکن است ثابت یا متغیر می‌باشد. به عبارت دیگر جرم وجنس مادهٔ داخل حجم کنترل ممکن است درطی زمان تغییر کند ولی شکل حجم کنترل همیشه ثابت باقی می‌ماند. حجم کنترل انتخابی است ولی آن را معمولاً به مرزهای صلب منطبق می‌گیرند. مرزهای حجم کنترل را سطح کنترل (C. S) گویند.

---

1. System
2. Control Volume

به‌عنوان مثال در جریان سیالات از شیپورها می‌توان قسمتی از سیال را مطابق شکل (۳-۱۰) به‌عنوان حجم کنترل در نظر گرفت و حرکت آن را مطالعه کرد.

در به‌کار بردن قوانین جریان سیال، می‌توان از هر دو روش سیستم و حجم کنترل استفاده کرد.



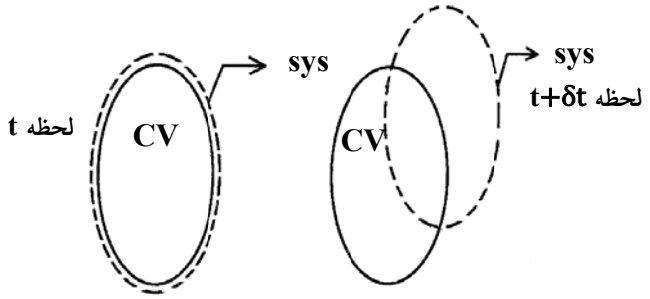
شکل ۳-۱۰ حجم کنترل و سطح کنترل

نکته: در مطالعه اجسام صلب، روش جرم مشخص بکار می‌رود زیرا در این حالت می‌توان به آسانی جسم صلب را مشخص کرد و آن را به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار داد ولی در مکانیک سیالات که با تعداد بیشماری از ذرات سیال مواجه هستیم، روش حجم کنترل ترجیح داده می‌شود.

۳-۹ معادلهٔ انتقال رینولدز

برای آنکه صورت حجم کنترلی قوانین اصلی را از روی صورت سیستمی آنها به‌دست آوریم، از معادله انتقال رینولدز استفاده خواهیم کرد.

خاصیتی از سیال مانند جرم، انرژی یا مومنتم (اندازهٔ حرکت) را در نظر می‌گیریم و مقدار این خاصیت در داخل سیستم در لحظهٔ tرا با N نشان می‌دهیم. مقدار این خاصیت بر واحد جرم سیال را نیز با η نشان می‌دهیم. حال فرض می‌کنیم که مطابق شکل (۳-۱۱) در لحظهٔ t، سیستم (جرم مشخص) در داخل حجم کنترل CV (حجم مشخص) قرار دارد. بدیهی است که در لحظهٔ $t+\delta t$ دیگر سیستم بر حجم کنترل منطبق نیست.



شکل۳-۱۱

معادله انتقال رینولدز بیان می‌دارد که نرخ افزایش N در داخل سیستم برابر است با نرخ افزایش N در داخل حجم کنترل بعلاوه نرخ خالص خروجی[۱] N از سطح کنترل.

بیان فوق به‌صورت ریاضی به شکل زیر نمایش داده می‌شود.) سرعت=V وحجم=) $\forall$

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{system} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \eta\rho\, d\forall + \int_{CS} \eta\rho V.dA \qquad (۲-۳)$$

که در آن $\eta = \frac{N}{m}$ و N یک خاصیت گسترده(مانند جرم، انرژی یا مومنتم)سیستم است.

روش سیستم را که در واقع حرکت ذرات را دنبال می‌کند روش تحلیل لاگرانژی گویند و روش حجم کنترل را که در واقع به مشاهده جریان از یک چارچوب متصل به حجم کنترل می‌نشیند، روش تحلیل اولری می‌گویند.

۳-۱۰ معادلات پیوستگی، انرژی و مومنتم

در این بخش اصول بقای جرم، مومنتم و انرژی را ابتدا برای سیستم بیان کرده، سپس با استفاده از معادله انتقال رینولدز آنها را برای حجم کنترل به‌دست می‌آوریم. کاربرد معادلات حاصله را در بخش‌های آینده شرح خواهیم داد.

۳-۱۰-۱ معادلهٔ پیوستگی

این رابطه که در حقیقت بیان دیگری از قانون کلی اصل بقاء ماده است، در عین سادگی

---

۱. منظور از« خالص خروجی» خروجی منهای ورودی است.

یکی از قوانین مهم مکانیک سیالات است که در اکثرموارد از آن استفاده می‌شود. اصل بقای جرم(معادله پیوستگی) بیان میکند که جرم یک سیستم در طی زمان تغییر نمی کند بنابراین اصل بقای جرم برای سیستم به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{dm}{dt} = ۰ \qquad (۳-۳)$$

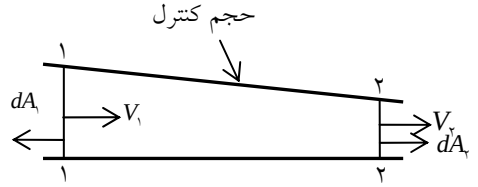
که m کل جرم سیستم است. حال در معادله انتقال رینولدز به جای N، جرم سیستم یعنی m را قرار می‌دهیم. بدیهی است در این حالت η جرم واحد جرم یعنی ۱ خواهد شد.

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \rho d\forall + \int_{CS} \rho V.dA = ۰ \qquad (۴-۳)$$

معادله فوق، معادله پیوستگی نام دارد و بیان می‌کند که نرخ افزایش جرم داخل حجم کنترل بعلاوه نرخ خالص خروجی جرم از حجم کنترل صفر است.

دبی جریان (نرخ آبدهی یا شدت جریان)

ابتدا جریان دائمی در یک لولهٔ جریان را بررسی می‌کنیم. مطابق شکل(۳-۱۲)قسمتی از یک لولهٔ جریان را به‌عنوان حجم کنترل در نظر می‌گیریم. سطح کنترل از سه بخش تشکیل شده است؛دیوارهٔ لوله جریان، سطح۱در مقطع ورودی وسطح۲درمقطع خروجی.



شکل:۳-۱۲

چون جریا ن دائمی است، اولین جمله معادله (۳-۴)صفر است. بنابراین داریم:

$$\int_{CS} \rho V.dA = ۰ \qquad (۵-۳)$$

معادلهٔ فوق بیان می‌کند که دبی جرمی خالص خروجی از سطح کنترل صفر است.

دبی جرمی خالص خروجی از مقطع ۱ برابر $\rho_۱V_۱.dA_۱ = -\rho_۱V_۱.dA_۱$، از مقطع۲

برابر $\rho_2 V_2 . dA_2 = \rho_1 V_1 . dA_1$ واز مقطع دیوارهٔ لولهٔ جریان صفراست. لـذا بـرای جریـان دائمی در یک لوله جریان، معادلهٔ پیوستگی بین دو مقطع به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{m} = \rho_1 V_{av1} A_1 = \rho_2 V_{av2} A_2 \qquad (۶-۳)$$

که $\dot{m}$ دبی جریان و عبارت است از جرم سیال گذرنده از یـک مقطـع در واحـد زمان است. واحد دبـی جرمـی در سیسـتم SI، kg/s و در واحـد انگلیسـی lbm/s است.

سرعت متوسط در یک مقطع با رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$V_{av} = \frac{1}{A}\int v dA \qquad (۸-۳)$$

دبی حجمی یا به اختصار، دبی، Q عبارت است از حجم سیال گذرنـده از یـک مقطع در واحد زمان و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$Q = \int V . dA = A V_{av} \qquad (۹-۳)$$

در معادله فوق A سطح مقطع مجرا و V_{av}سرعت متوسط جریـان در ایـن مقطـع است.

واحد دبی حجمی در سیستم m^3/s ودر سیستم انگلیسی ft^3/s است.

لذا معادلهٔ پیوستگی به‌صورت زیر نیز قابل بیان است:

$$\dot{m} = \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 \qquad (۱۰-۳)$$

برای جریان تراکم‌ناپذیر دائمی داریم:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 \qquad (۱۱-۳)$$

نکته ۱: اگر دبی حجمی را با Q دبی وزنی را با Q_W و دبی جرمی را با $\dot{m}$ نشان دهیم، در آنصورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} Q_W &= \gamma Q = g\dot{m} \\ \dot{m} &= \rho Q \end{aligned} \qquad (۱۲-۳)$$

نکته۲: برای محاسبهٔ دبی حجمی از رابطهٔ $Q = AV$ استفاده می‌شود است. واحد دبی حجمی در سیستم m^3/s ودر سیستم انگلیسی ft^3/s است

نکته۳: برای محاسبهٔ دبی وزنـی از رابطـهٔ $Q_w = \gamma AV = \gamma Q$ اسـتفاده مـی‌شـود. واحد Q_w در سیستم متریک $\frac{N}{s}$ و در سیستم انگلیسی $\frac{lb}{s}$است.

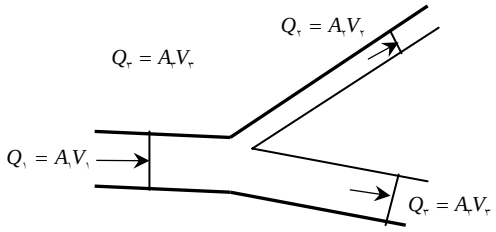
نکته ۴: برای محاسبهٔ دبی جرمی از رابطه $Q_w = \rho AV = \rho Q$ استفاده مـی‌شـود.

واحد Q_m در سیستم متریک $\frac{kg}{s}$ و در سیستم انگلیسی $\frac{slug}{s}$ است.

به‌طور کلی می‌توانیم معادله پیوستگی را به‌صورت زیر بنویسیم:

کل جریان خروجی از اتصال = کل جریان ورودی به اتصال $\Rightarrow \sum Q_{in} = \sum Q_{out}$

با توجه به شکل(۳-۱۳)داریم:



شکل ۳-۱۳ معادله پیوستگی

و در این حالت:

$$\sum (\dot{m})_{in} = \sum (\dot{m})_{out} \qquad (۳-۱۳)$$

کل جریان خروجی از اتصال = کل جریان ورودی به اتصال $\Rightarrow \sum Q_{in} = \sum Q_{out}$

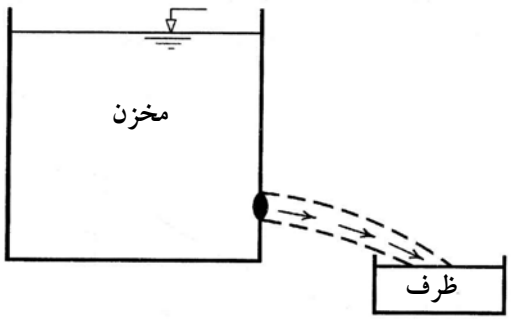
$$\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 + \rho_3 Q_3$$

و به عبارت دیگر برای سیالات تراکم‌ناپذیر (ثابت $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$)داریم:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \qquad \text{یا} \qquad A_1V_1 = A_2V_2 + A_3V_3$$

و در حالت کلی بایستی در هر اتصال $\sum_{i=1}^{n} \rho_i Q_i = 0$ باشد. جریان ورودی به اتصال را مثبت و جریان خروجی از اتصال را منفی در نظر می‌گیریم.

مثال ۳-۱: در یک مخزن بزرگ مطابق شکل زیر، روزنه‌ای تعبیر شده است که آب را با سرعت ثابت تخلیه می‌کند به‌طوری‌که آب تخلیه شده، ظرفی به حجم ۱۲۰۰ لیتر را در مدت یک دقیقه پر می‌کند. مطلوب است تعیین دبی حجمی، دبی وزنی و دبی جرمی آب خروجی از مخزن؟



شکل ۳-۱۴

$$\text{دبی حجمی} = \frac{\text{حجم آب موجود در ظرف}}{\text{زمان}} = \frac{۱۲۰۰}{۶۰} = ۲۰\ \frac{lit}{s} = ۰/۰۲\ \frac{m^۳}{s}$$

$$\text{دبی وزنی} = \frac{\text{وزن آب موجود در ظرف}}{\text{زمان}} = \frac{۹۸۰۶ \times ۱۲۰۰ \times ۱۰^{-۳}}{۶۰} = ۱۹۶/۱۲\ \frac{N}{s}$$

$$\text{دبی جرمی} = \frac{\text{جرم آب موجود در ظرف}}{\text{زمان}} = \frac{۱۰۰۰ \times ۱۲۰۰ \times ۱۰^{-۳}}{۶۰} = ۲۰\ \frac{kg}{s}$$

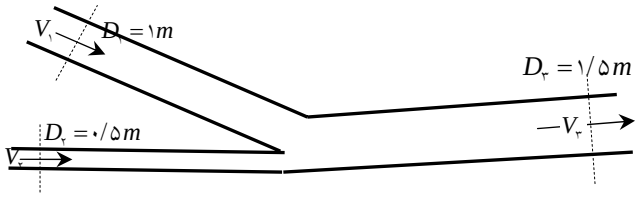
مثال۳-۲: اگر در جریان آبی، دبی عبوری از یک مقطع برابر $۲۰\ \frac{lit}{s}$ باشد، دبی وزنی و دبی جرمی آب عبوری از آن مقطع را به‌دست آورید؟

هر گاه کلمهٔ دبی به تنهایی بکار برده می‌شود، منظور دبی حجمی است، چون در اغلب کارهای مهندسی از دبی حجمی استفاده می‌شود.

$$Q = \gamma Q = ۹۸۰۶ \times ۰/۰۲ = ۱۹۶/۱۲\ \frac{N}{s}$$

$$\dot{m} = \left(\frac{\gamma}{g}\right) Q = \rho Q = ۱۰۰۰ \times ۰/۰۲ = ۲۰ \frac{kg}{s}$$

مثال۳-۳: دو لوله یکی به قطر $۰/۵m$ ودیگری به قطر $۱m$مطابق شکل زیربه یک لوله بزرگتربه قطر $۱/۵m$ متصل شده اند. درون سیستم لوله‌ها، نفت با دانسیته $۸۸۰\ \frac{kg}{m^۳}$ جریان دارد. اگر دبی جرمی دربزرگترین مقطع برابر $۴۰۰۰\ \frac{kg}{s}$ وسرعت دومقطع کوچکتر با هم برابر باشند، سرعت جریان در هریک از لوله را به‌دست آورید؟



شکل ۳-۱۵

$$\dot{m} = \rho AV \rightarrow ۴۰۰۰ = ۸۸۰ \times (\frac{\pi \times ۱/۵^۲}{۴}) \times V_۳ \rightarrow V_۳ = ۲/۵۷ \frac{m}{s}$$

جرم مخصوص نفت در تمام لوله‌ها برابر مقدار ثابت $۸۸۰ \frac{kg}{m^۳}$ می‌باشد، بنـابراین جریان تراکم‌ناپذیر است و می‌توان معادله پیوستگی آن را در انشعاب مربوطه به‌صورت زیر نوشت:

کل جریان خروجی از اتصال = کل جریان ورودی به اتصال

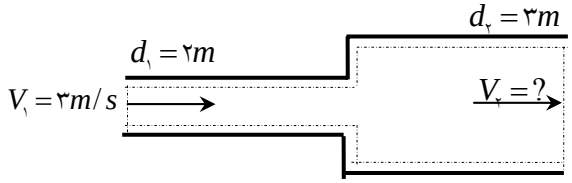
$$\sum Q_{in} = \sum Q_{out}$$

$$A_۱V_۱ + A_۲V_۲ = A_۳V_۳ \rightarrow d_۱^۲V_۱ + d_۲^۲V_۲ = d_۳^۲V_۳$$

$$\xrightarrow{V_۱=V_۲} V_۱ \times (۰/۵^۲ + ۱^۲) = ۱/۵^۲ \times ۲/۵۷ \rightarrow$$

$$V_۱ = V_۲ = ۴/۶۳ \frac{m}{s}$$

مثال ۳-۴: یک لوله انتقال آب در شکل (۳-۱۶) نشان داده شده است. در مقطـع (۱) قطر لوله $۲m$ و سرعت جریان $۳ m/s$ است. دبی را تعیین کنید. در مقطع (۲) قطـر لوله $۳m$ است. سرعت در مقطع (۲) را به‌دست آورید؟



شکل۳-۱۶ حجم کنترل برای خط انتقال آب

حل: ابتدا دبی را به‌دست می‌آوریم:

$$Q = AV_۱ = \frac{\pi(۲)^۲}{۴} = ۹/۴۲\frac{m^۳}{s}$$

و سپس سرعت در مقطع ۲ را حساب می‌کنیم:

$$V_۲ = \frac{Q}{A_۲} = \frac{۹/۴۲}{۲/۲۵\pi} = ۱/۳۳ m/s$$

در مطالعه جریان‌های دو بعدی از فرم دیفرانسیلی معادلهٔ پیوستگی استفاده می‌شود.

مثال ۳-۵: آب در لوله به قطر ۱۰۰ mm و با سرعت $۱۰ m/s$ جریان دارد. دبی آب را برحسب لیتر بر ثانیه حساب کنید. همچنین سرعت آب را در صورتی که قطر لوله به‌تدریج تا ۲۰۰mm تغییر کند، در انتهای لوله محاسبه کنید؟

حل:

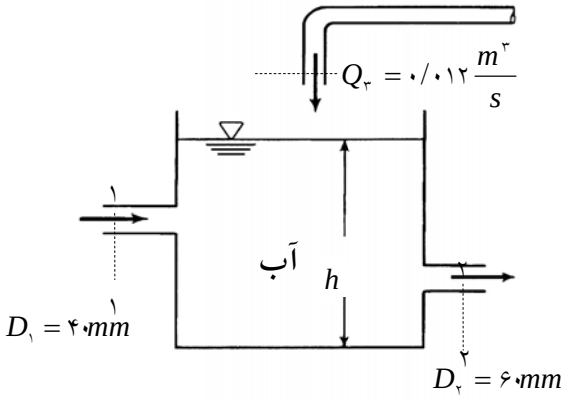
$$A_۱ = \frac{\pi d_۱^۲}{۴} = \frac{\pi}{۴} \times (۰/۱)^۲ = ۷/۸۵۴ \times ۱۰^{-۳} m^۲$$

$$Q_۱ = A_۱ V_۱ = (۷/۸۵۴ \times ۱۰^{-۳}) \times ۱۰ = ۷۸/۵۴ \times ۱۰^{-۳} m^۳/s = ۷۸/۵۴ lit/s$$

برای محاسبهٔ سرعت آب در انتهای لوله آن را به $V_۲$ نشان داده و می‌نویسیم:

$$V_۲ = \frac{Q}{A_۲} = \frac{Q}{\frac{\pi}{۴}(d_۲)^۲} \Rightarrow V_۲ = \frac{۷۸/۵۴ \times ۱۰^{-۳}}{\frac{\pi}{۴}(۰/۲)^۲} = ۲/۵ m/s$$

مثال ۳-۶: مخزن آبی مطابق شکل از طریق مقطع ۱-۱با سرعت $V_۱ = ۵ m/s$ و از طریق مقطع ۳-۳ با دبی $Q_۳ = ۰/۰۱۲ m^۳/s$ در حال پر شدن است اگر سطح آب در مخزن (h) ثابت باشد، سرعت خروجی در مقطع ۲-۲ چقدر خواهد بود؟



شکل ۳-۱۷

$$Q_1 + Q_3 = Q_2$$
$$\left[\frac{\pi(۰/۰۴)^۲}{۴}\right] \times ۵ + ۰/۰۱۲ = Q_2$$
$$Q_2 = ۰/۰۱۸۲۸ \quad m^3/s$$
$$V_2 = \frac{Q_2}{A_2} = \frac{۰/۰۱۸۲۸}{\frac{\pi(۰/۰۶)^۲}{۴}} \Rightarrow V_2 = ۶/۴۷ \, m/s$$

۳-۱۰-۲ معادله مومنتم (اندازه حرکت)

اهمیت معادلهٔ اندازه حرکت(مومنتوم)زمانی آشکار می‌شود که بخواهیم به‌طور مثال نیرویی که از طرف آب در حال حرکت به یک جسم مانند یک سرریز، زانوی لوله ویا پایه یک پل وارد می‌شود، محاسبه کنیم. زیرا دانستن نیروهایی که سیالات درحال حرکت به محیط پیرامون خود وارد می‌کنند در طراحی سازه ضرورت پیدا می‌کند. از آن جایی که در معادله پیوستگی ومعادله برنولی، عامل نیرو وجود ندارد، در بعضی موارد به معادلهٔ دیگری نیاز است تا بتوان به کمک آن نیروهای دینامیکی را محاسبه کرد. این معادله به معادلهٔ اندازه حرکت معروف است و در به‌دست آوردن آن از قانون دوم نیوتن استفاده می‌گردد.

$$\sum F = ma = m\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(mV) \qquad (۱۴-۳)$$

حال اگر درمعادلهٔ انتقال رینولدز به جای خاصیتN، مومنتوم سیستم یعنی mV را قرار دهیم، در آنصورت بجای η نیز بایستی مومنتوم بر واحد جرم یعنیV را قرار دهیم.

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \eta\rho d\forall + \int_{CS} \eta\rho V.dA = ۰$$

از طرف دیگر $\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt}(mV) = \sum F$ خواهد شد. پس در نهایت معادله انتقال رینولدز به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} V\rho \, d\forall + \int_{CS} V\rho V.dA \qquad (۱۵-۳)$$

رابطه فوق فرم کلی معادله مومنتوم خطی برای حجم کنترل است و بیان می‌دارد

که برآیند نیروهای خارجی وارد بر حجم کنترل برابر است با نرخ افـزایش مومنتـوم در داخل حجم کنترل، به‌علاوهٔ نرخ خالص خروج مومنتوم از حجم کنترل.

توجه کنید که در این حالت $\sum F_{sys} = \sum F_{cv}$ است زیرا در لحظهٔ t حجم کنترل وسیستم بر هم منطبق‌اند. حال اگر جریان دائمی باشد، در آنصورت خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} V\rho\, d\forall = 0 \quad \rightarrow \sum F = \int_{CS} V\rho V.dA$$

در این حالت برایند نیروهای خارجی وارد بر حجم کنترل برابـر اسـت بـا نـرخ خالص خروج مومنتم از سطح کنترل که اگر جریان یک بعدی و سرعت برحسب مقدار متوسط (V) باشد، در آن‌صورت می‌توان نوشت:

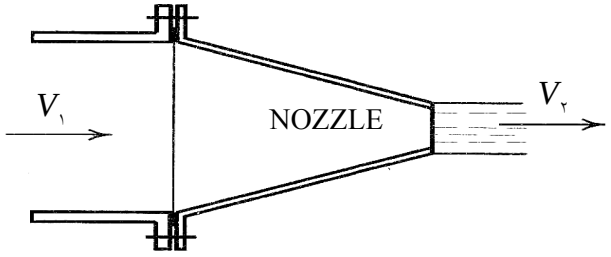
$$\sum F = (V\rho Q)_{out} - (V\rho Q)_{in} = (\rho QV)_{out} - (\rho QV)_{in}$$

با به‌کار گیری رابطهٔ فوق برای یک لولهٔ جریان می‌توان نوشت:

$$\sum F = \rho_2 Q_2 V_2 - \rho_1 Q_1 V_1 \xrightarrow[\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q]{\text{جریان دائمی}} \sum F = \rho Q(V_2 - V_1)$$
$$= \sum F = \dot{m}(V_2 - V_1) \qquad (۱۶-۳)$$

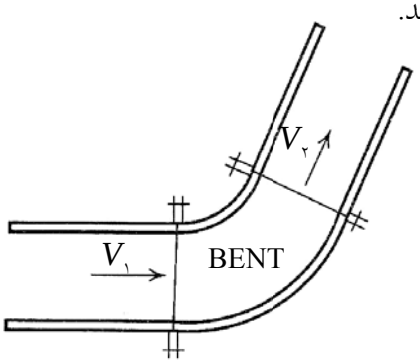
نکته: از آنجائیکه سرعت یک کمیت برداری است بایستی در به‌کارگیری معادلـه مومنتم اندازه وجهت آن لحاظ شوند. طبق اندازهٔ حرکت که بیان می‌دارد مجموع نیروها در یک سیستم برابر با تغییرات اندازه حرکـت اسـت، نیـرو مـی‌توانـد در اثـر یکـی از حالات‌های زیر و یا ترکیبی از آن‌ها اتفاق بیفتد، که عبارتند از:

الف) تغییر در اندازه سرعت: یک مثال عملی از این حالت لوله مستقیمی اسـت که در امتداد محور خود با کاهش قطر (کم شدن مساحت) مواجـه شـده اسـت. درایـن حالت با کاهش مساحت مقطع سرعت جریان در لوله در لوله افزایش می‌یابد.



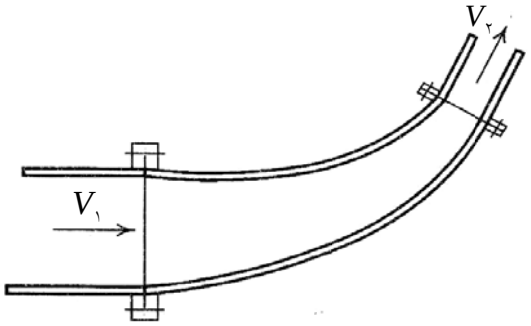
شکل ۳-۱۸

ب) تغییر در جهت سرعت: مثال عملی این حالت لوله‌ای با قطر ثابت است که تحت زاویهٔ مشخصی خم شده است. این خم شدگی سبب می‌شود تا جهت سرعت جریان در لوله تغییر کنند.



شکل ۳-۱۹

ج) تغییر در اندازه و جهت سرعت: این حالت ترکیبی از دو وضعیت قبلی است که در لوله تغییر سطح مقطع و خم شدگی تواماً وجود دارند. زانویی (خم)کاهنده مثالی عملی برای این حالت است.



شکل ۳-۲۰

مثال۳-۷: از درون لوله‌ای به قطر ۳۰ سانتیمتر، آب با سرعت متوسط ۱/۵ متر در ثانیه، در جریان است. اگر در قسمتی از لوله قطر به‌طور ناگهانی به ۱۵ سانتیمتر کاهش یابد، نیرویی را که سبب افزایش سرعت در این قسمت از لوله شده است محاسبه کنید؟

حل: شدت جریان‌های حجمی و جرمی آب در لوله به شرح زیر است:

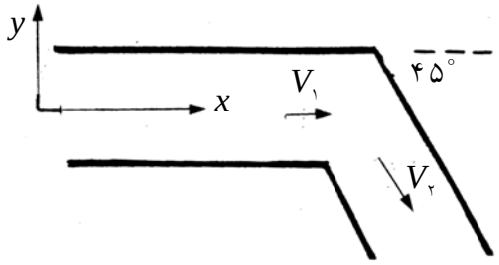
$$\text{شدت جریان حجمی} = Q = A\overline{V} = \frac{\pi}{۴}(۳۰)^۲ \times ۱/۵ \times ۱۰۰ = ۱۰۶۰۲۸\, cm^۳/s$$

$$\text{شدت جریان جرمی} = \dot{m} = Q\rho = ۱۰۶۰۲۸ \times ۱ = ۱۰۶۲۸ gr/s$$

$$V_۱ = ۱۵۰\ cm/s \qquad A_۱V_۱ = A_۲V_۲ \text{ و} \qquad V_۲ = \frac{\frac{\pi}{۴}(۳۰)^۲ \times ۱۵۰}{\frac{\pi}{۴}(۱۵)^۲} = ۶۰۰\ cm/s$$

$$\Delta V = V_۲ - V_۱ = ۶۰۰ - ۱۵۰ = ۴۵۰\, cm/s$$
$$F = \dot{m}\Delta V = ۱۰۶۰۲۸ \times ۴۵۰ = ۴۷۷۱۲۹۳۷\, dyne = ۴۷۷/۱\, N$$

مثال۳-۸: امتداد یک لوله افقی به قطر ۳۰ سانتیمتر که در آن آب با سرعت ۳ متر در ثانیه در جریان است، به وسیله یک زانویی ۴۵ درجه، تغییر کرده است. اگر محور Xها را در جهت خطوط جریان اولیه لوله و محور Yها را عمود بر آن در نظر گیریم، مولفه‌های F_x و F_y را که در زانویی بر آب اثر می‌کند، محاسبه کنید؟ (شکل ۳-۲۱)



شکل ۳-۲۱

حل: شدت جریان‌های حجمی و جرمی آب در لوله به شرح زیر است:

$$\text{شدت جریان حجمی} = Q = AV_m = \frac{\pi}{۴}(۳۰)^۲ \times ۳ \times ۱۰۰ = ۲۱۲۰۵۷ cm^۳/s$$

$$\text{شدت جریان جرمی} = Q\rho = ۲۱۲۰۵۷ \times ۱ = ۲۱۲۰۵۷ gr/s$$

در ورود آب به زانویی داریم:

$$V_x = ۳ m/s = ۳۰۰ cm/s$$

و در خروج آب از زانویی خواهیم داشت:

$$V_x = V_y = ۳ \times \cos ۴۵ = ۳ \times ۰/۷۰۷ = ۲/۱۲\ m/s = ۲۱۲ cm/s$$
$$\Delta V_x = ۳۰۰ - ۲۱۲ = ۸۸ cm/s$$
$$\Delta V_y = ۰ - ۲۱۲ = -۲۱۲ cm/s$$
$$F_x = \dot{m}\Delta V_x = ۲۱۲۰۵۷ \times ۸۸ = ۱۸۶۶۱۰۱۶ = ۱۸۶\ / N$$
$$F_y = \dot{m}\Delta V_y = ۲۱۲\ ۰۵۷ \times (-۲۱۲) = -۴۴۹/۵N$$

هر یک از این مولفه‌ها در جهت مولفهٔ شتاب مربوط به خود، اثر می‌کنند. نیروی کلی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$F = \sqrt{F_{x^۲} + F_{y^۲}} = \sqrt{(۱۸۶/۴)^۲ + (-۴۵/۸)^۲} = ۴۸۵/۶N$$

۳-۱۰-۳ معادله انرژی

معادله انرژی بیان می‌کند که نرخ حرارت ورودی منهای نرخ کارخروجی از حجم کنترل برابر است با نرخ افزایش انرژی داخلی حجم کنترل بعلاوه نرخ خالص انرژی از حجم کنترل، که به این صورت بیان می‌شود:

$$\frac{\delta Q_H}{\delta t} - \frac{\delta w_s}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \rho e d\forall + \int_{CS}\left(\frac{p}{\rho} + e\right)\rho V.dA \qquad (۱۷-۳)$$

به‌طور کلی می‌توان گفت که جمع انرژی یک سیال ایده‌آل به سه صورت انرژی پتانسیل، فشاری و جنبشی است. انرژی‌های پتانسیل و جنبشی در مورد اجسام جامد نیز وجود دارد ولی انرژی فشاری از مشخصات اختصاصی سیالات است. در طول حرکت یک سیال ایده‌آل، این سه نوع انرژی ممکن است به هم تبدیل شوند، ولی در هر صورت، جمع آنها همواره مقدار ثابتی خواهد بود.

۳-۱۱ معادله اولر

اولر برای اولین بار قانون نیوتن را در حرکت ذرات سیال به‌کار برد، برای بررسی، اولر یک حجم کوچک استوانه‌ای شکل از سیال را در نظر گرفت وبرای حالتی که این حجم تحت اثر نیروهای فشار و وزن با شتابی برابر a_s در حال حرکت است معادله نیوتن را نوشت. (توجه کنید که این حجم در راستای جهت حرکت ذرات در نظر گرفته شده است).

معادله اولر با توجه به سه فرض (۱) جریان بی‌اصطکاک (۲) جریـان دائمـی (۳) تغییرات در امتداد خط جریان، به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{dP}{\rho} + g dz + V\, dV = ۰ \qquad (۱۸-۳)$$

۳-۱۲ معادله برنولی در مورد سیالات ایده‌آل

معادله برنولی یکی از اساسی‌ترین معادلات مکانیک سیالات است و به جرات می‌تـوان گفت که تاکنون رابطه‌ای به این مهمی، در این رشته بیان شده است. این رابطه اولین بار درسال ۱۷۳۸ توسط برنولی دانشمند سویسی بیان و به نام وی موسوم شد.

معادله برنولی برای حالتی که جـرم مخصـوص ثابـت اسـت و بـا چهـار فـرض (۱)جریان بی‌اصطکاک (۲) تراکم‌ناپذیر (۳) جریان دائمی (۴) در طول یک خط جریـان ثابت، با انتگرال‌گیری از معادله اولر به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^۲}{۲} + gz = cte \qquad (۱۹-۳)$$

جملات معادله فوق معرف انرژی بر واحد جرم می‌باشد وواحد آنها متـر-نیـوتن بر کیلوگرم است. مقدارثابت(cte)بـرای هـرخط جریـان ثابـت بـوده واگـرخط جریـان تغییرکند، مقدار ثابت تغییرخواهد کرد.

فرم دیگر معادله برنولی به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{V^۲}{۲} + gz = cte \qquad (۲۰-۳)$$

جملات معادله فوق معرف انرژی برواحد وزن است وواحد آنها متـر-نیـوتن بـر نیوتن می‌باشد.

در رابطه برنولی سه عبارت به هم جمع شده‌اند که مجموع انرژی‌هـای فشـاری، جنبشی و پتانسیل می‌باشد. هر یک از جملات معادلـه برنـولی را مـی‌تـوان صـورتی از انرژی دانست که به‌صورت هد انرژی درآمده‌اند و آنها را می‌توان برحسب ارتفاع ستون سیال بیان نمود. z که انـرژی پتانسـیل بـر واحـد وزن اسـت، ارتفـاع هندسـی نامیـده می‌شود. $\frac{P}{\gamma}$ که انرژی جریانی بر واحد وزن است، ارتفاع فشاری نامیده می‌شـود. $\frac{V^۲}{۲g}$ که انرژی جنبشی بر واحد وزن است، ارتفاع سرعتی نامیده می‌شود.

برای سیال غیرقابل تراکم با جرم مخصوص ثابت معادله برنـولی بـدین صـورت

می‌باشد:

$$Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} \qquad \rightarrow H_1 = H_2 \qquad (۲۱-۶)$$

در این رابطه تمام اجزای فرمول از، جنس طول اند وبر حسب واحد (m) می‌باشند.

با افزایش هد انرژی فشاری، هد انرژی جنبشی کاهش می‌یابد، یعنی اینکه با هم رابطه عکس دارند.

با توجه به این که یکی از فرضیات معادله برنولی غیر لزج بودن سیال است، لذا از افتها که ریشه آن لزجت است، صرفنظر شده است. به همین دلیل برای تصحیح معادله برنولی، کاهش انرژی از تلفات وافتها به طرف دوم معادله برنولی ترم تلفات $\left(losses = \sum h_l\right)$ افزوده می‌شود و $\left(losses = \sum h_l\right)$کلیه تلفات اعم از طول لوله، اتصالات و. . . را شامل می‌شود و معادله برنولی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \sum h_l$$
$$\sum h_l = h_f + h_e \qquad (۲۲-۳)$$

در رابطه فوق h_f تلفات اصطکاکی یا طولی و h_e تلفات موضعی می‌باشد.

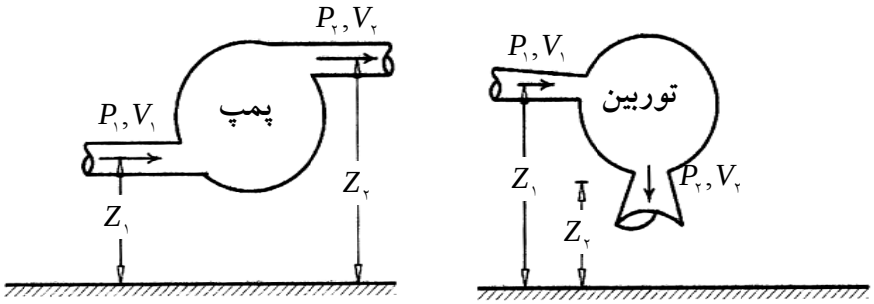
از آنجا که رابطهٔ برنولی را برای دو مقطع دلخواه و غیر مشخص ۱ و ۲ در نظر گرفتیم، لذا نتیجه می‌گیریم که ارتفاع کل H، یعنی مجموع ارتفاع هندسی، ارتفاع فشاری وارتفاع سرعتی، در تمام مقاطع مختلف یک سیال ایده‌آل تراکم ناپذیر مقدار ثابتی است. چنانچه مقدار انرژی در دو خط جریان متفاوت مد نظر باشد، مقادیر یکسانی برای H نخواهیم داشت. از طرفی مشخصی کردن خط جریان در مسائل نیز به‌طور دقیق ممکن نیست. لذاپیشنهاد می‌شود تا محور مرکزی لولهٔ جریان[1] به‌عنوان خط جریان در نظر گرفته شود و معادلهٔ برنولی بر روی نقاط واقع بر آن نوشته شود.

تفاوت رابطهٔ برنولی در مورد سیالات ایده‌آل با سیال حقیقی یکی افت انرژی $\sum h_l$، و دیگری دخالت ضریب αناشی از عدم غیر یکنواختی سرعتها در مقطع جریان است.

1. Centerline

۳-۱۳ ماشین‌های هیدرولیکی

ماشین‌های هیدرولیکی (آبی) تأسیساتی هستند که با قرارگیری در مسیر جریان، باعث کاهش یا افزایش دبی جریان می‌شوند. اگر ماشین آبی مانند پمپ، انرژی خارجی در اختیار جریان قرار دهد و سبب افزایش انرژی سیال شود، به آن دهندهٔ انرژی می‌گویند ولی چنانچه ماشین آبی مانند توربین، قسمتی از انرژی جریان را مصرف کند و باعث کاهش انرژی سیال شود، به آن گیرندهٔ انرژی گفته می‌شود.



شکل ۳-۲۲

اگر در مسیر نقطهٔ (۱) تا (۲) دستگاه‌هایی نظیر پمپ، توربین و یا هر دستگاه دیگری وجود داشته باشد، معادله برنولی نیاز به تصحیح دارد.

دستگاه‌هایی نظیر پمپ که در آنها توان (انرژی) مصرف می‌شود، توان خود را به سیال داده و باعث افزایش انرژی می‌شودبه همین دلیل طرف دوم معادله به اندازهٔ هد انرژی دریافتی از پمپ (H_p)، نسبت به طرف اول معادله برنولی انرژی بیشتری دارد، لذا برای اینکه طرفین معادله برنولی توازن داشته باشند بایستی هد انرژی مصرفی بایستی از طرف دوم معادله برنولی کم شود. معادله برنولی را می‌توان به‌صورت زیرنوشت:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1+H_P=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2+\sum h_l \qquad (۲۳-۳)$$

در رابطه فوق H_p هد انرژی انتقال یافته است و $\sum h_l$ هد انرژی مصرفی در سیستم می‌باشد.

برای دستگاهی نظیر توربین با توجه به اینکه توربین در مسیر سیال، انرژی سیال را گرفته و کار تولید می‌کند، لذا هد انرژی توربین (H_T) باید به طرف دوم معادله برنولی افزوده شود. داریم:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2+\sum h_l+H_T \qquad (۲۴-۳)$$

۳-۱۴ محاسبه توان پمپ وتوربین

در معادلهٔ برنولی هر جمله معرف انرژی در واحد وزن (ارتفاع نظیر انرژی) می‌باشد. هرگاه ارتفاع نظیرانرژی در دبی وزن سیال ضرب شود، حاصل برابر توان یا نرخ تبدیل انرژی خواهد بود.

$$P=\dot{m}gH=\rho gQH=\gamma QH \qquad (۲۵-۳)$$

که در رابطه فوق پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

P: توان یا نرخ تبدیل انرژی وواحد آن ژول در ثانیه یا وات است.

γ: وزن مخصوص سیال برحسب $\frac{N}{m^3}$ در سیستم SI و $(\frac{lb}{ft^3})$ در سیستم انگلیسی است.

Q: دبی جریان برحسب $\frac{m^3}{s}$ و ($\frac{ft^3}{s}$ در سیستم انگلیسی) است.

H: ارتفاع نظیر انرژی برحسب m(ft در سیستم انگلیسی) است در واقع H می‌تواند هر ارتفاع لازم برای کسب توان موردنظر باشد. برای مثال برای محاسبه توان حاصل از یک توربین به جای H از H_T، برای محاسبهٔ توان یک جت به جای Hاز $\frac{V_j^2}{2g}$ که در آن V_j سرعت جت است و برای محاسبهٔ توان تلف شدهٔ ناشی از اصطکاک سیال از h_f به جای H استفاده می‌شود.

۳-۱۴-۱ بازده η

وقتی توسط یک ماشین آبی به یک سیال توان منتقل شده (پمپ) یا بر عکس ازآن توان گرفته شود (توربین)، افت بوجود می‌آیدکه ناشی از اصطکاک است.

به دلیل این افت‌ها در یک پمپ، توان منتقل شده به سیال (قدرت سیال) همیشه

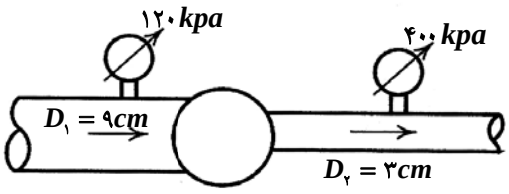
کمتر از توان ورودی محوراست براین اساس بازدهی یک پمپ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_P = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی به سیال}} \qquad (۲۶-۳)$$

در یک توربین (که توان را ازسیال به محور منتقل می‌کند) توان خروجی از محور همیشه کمتر از توان گرفته شده از سیال است بر این اساس بازدهی یک توربین به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_T = \frac{\text{توان حاصل از توربین}}{\text{توان گرفته شده از سیال}} \qquad (۲۷-۳)$$

مثال ۳-۹: در شکل زیر ارتفاع نظیر انرژی پمپ (H_P) را محاسبه کنید؟ دبی جریان $۲۰\ lit/s$ است و از کلیه تلفات صرفنظر می‌شود.



شکل ۳-۲۳

$$V_۱ = \frac{Q}{A_۱} = \frac{۰/۰۲}{\left(\frac{\pi \times ۰/۰۹^۲}{۴}\right)} = ۳/۱ m/s$$

$$V_۲ = \frac{Q}{A_۲} = \frac{۰/۰۲}{\left(\frac{\pi \times ۰/۰۳^۲}{۴}\right)} = ۲۸/۳ m/s$$

$$Z_۱ + \frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + H_P = Z_۲ + \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g}$$

$$\rightarrow ۰ + \frac{۱۲۰}{۹/۸۱} + \frac{۳/۱}{۲\times ۹۰۸۱} + h_P = ۰ + \frac{۴۰۰}{۹/۸۱} + \frac{۲۸/۳^۲}{۲\times ۹/۸۱} \rightarrow H_P = ۶۸/۹ m$$

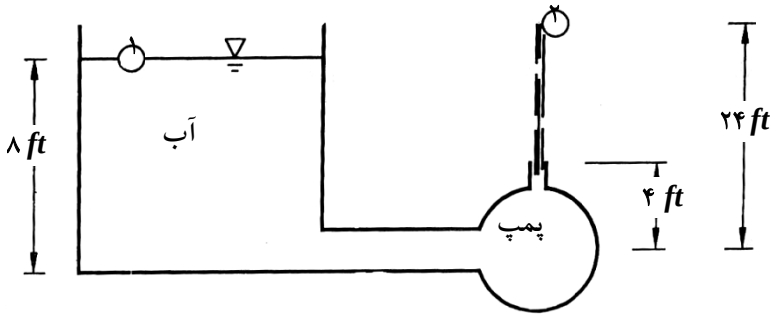
مثال۳-۱۰: اگردبی جریان آب در یک لولـه ۱۰ m^3/s وافـت بـار در یـک طـول ۱۰۰۰ متری از آن ۲۰ m باشد، مقدار انرژی تلف شده ناشی از اصطکاک در این لوله را به‌دست آورید؟

حل: نرخ انرژی تلف شده $= h_L \gamma Q = ۲۰(m) \times ۹۸۱۰ \left(N/m^3\right) \times ۱۰ \left(m^3/s\right)$

که در آن $H = h_L$ در نظر گرفته می‌شود بنابراین:

وات ۱۹۶۲۰۰۰ =نرخ انرژی تلف شده

مثال ۳-۱۱: هنگامی که دبی جریان در سیسـتم ۰/۶ ft^3/sباشـد، پمـپ نمـایش داده شده در آن به میزان $۸۸۰ \frac{ft.lb}{s}$ توان به آب اضافه می‌کند. مقدار افت بار بین سـطح آب در مخزن و رأس جت را محاسبه کنید؟



شکل مثال ۳-۲۴

حل: معادله انرژی را بین سطح آب در مخزن و رأس جت می‌نویسیم کـه در آن سطح مرجع محور لوله افقی می‌باشد:

$$z_۱ + \frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + H_p = z_۲ + \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + \sum h_l$$

که در آن $P_۱ = P_۲ = ۰$ (زیرا فشار نسبی در ۱و۲ صفر است)، $V_۱ = ۰$ (زیرا سـطح مخزن بزرگ است) و $V_۲ = ۰$ (زیرا در رأس جت (بالاترین نقطـهٔ جـت) سـرعت صـفر است .

برای تعیین H_p داریم:

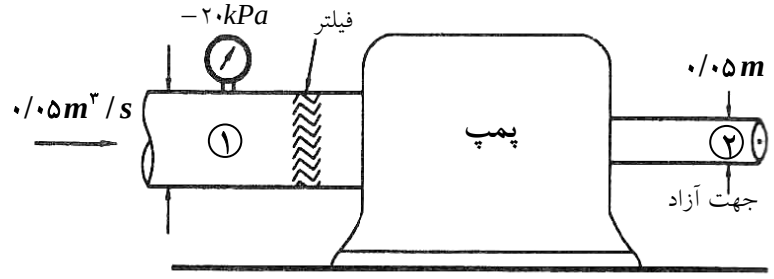
$$H_p = \frac{P}{\gamma Q} = \frac{۸۸۰}{۶۲/۴ \times ۰/۶} = ۲۳/۵\, ft$$

بنابراین رابطهٔ (۱) برابر می‌شود با:

$$\sum h = z_1 - z_2 + H_p = 8 - 24 + 23/5 \Rightarrow \sum h_l = 7/5\, ft$$

مقداری از تلفات مربوط به جریان آب داخل لوله و مقداری از آن مربوط به برخورد جت آب با هوای اطراف می‌باشد.

مثال۳-۱۲: پمپ نمایش داده شده در این مثال، توان ۲۰ کیلو وات را به جریان آب اضافه می‌کند. اگر تنها افت موجود در این شکل مربوط به صافی واقع در ورودی پمپ باشد، افت بار برای این صافی چقدر خواهد بود؟



شکل۳-۲۵

حل: معادله انرژی را بین نقاط ۱و۲ با در نظر گرفتن پمپ می‌نویسیم:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_P = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_l \qquad (1)$$

که در آن سطح مبنا از نقاط (۱) و (۲) عبور می‌کند $(z_1 = z_2)$، $P_1 = -20kPa$ و فشار نسبی در (۲) $P_2 = 0$ است (تخلیه به اتمسفر). همچنین داریم:

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0/05\ (m^3/s)}{\frac{\pi}{4}(0/1m)^2} = 6/37\, m/s$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0/05\ (m^3/s)}{\frac{\pi(0/05m)^2}{4}} = 25/5\, m/s$$

همچنین:

$$H_p = \frac{p}{\gamma Q} = \frac{20\times10^3\left(\frac{N.m}{s}\right)}{9810(N/m^3)\times(0/05\, m^3/s)} = 40/8m$$

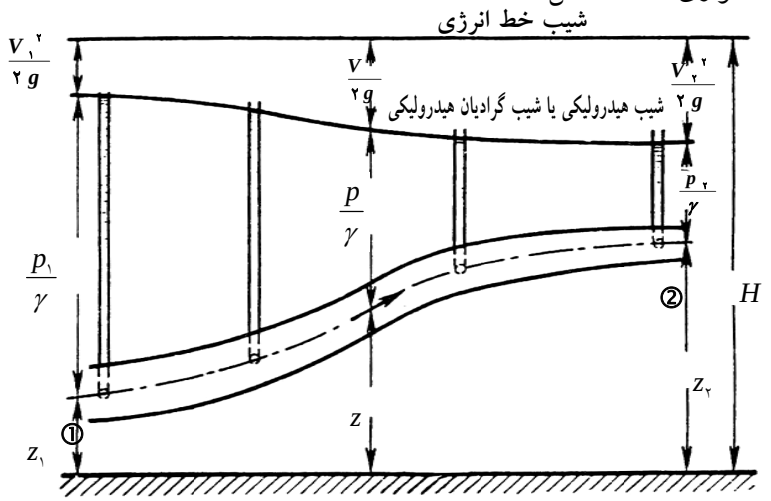
اکنون رابطه (۱) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\left(-۲۰\times۱۰^{۳}\,N/m^{۲}\right)}{۹۸۱۰\left(N/m^{۳}\right)}+\frac{\left(۶/۳۷\,m/s\right)^{۲}}{۲\times\left(۹/۸۱\,m/s^{۲}\right)}+۴۰/۸m=\frac{\left(۲۵/۵\,m/s\right)^{۲}}{۲\times\left(۹/۸۱\,m/s^{۲}\right)}+h_f$$

$$\Rightarrow h_f=۷/۶۹m$$

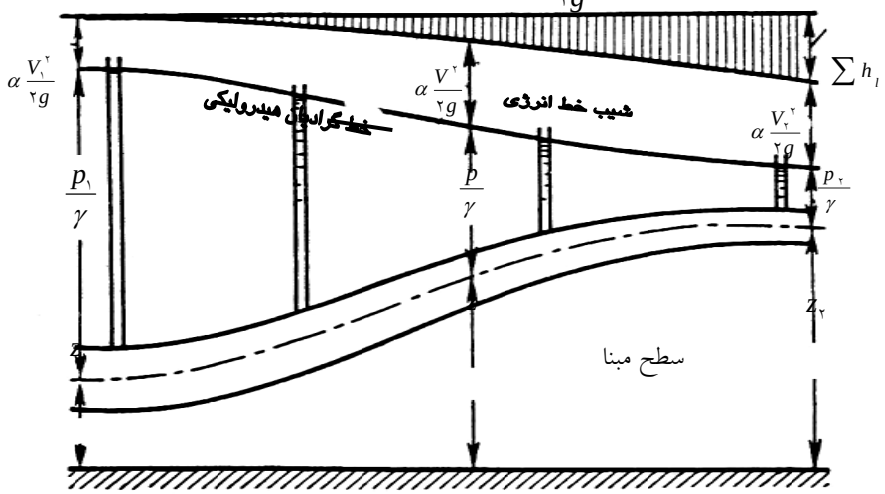
۳-۱۵ تغییرات انرژی در یک سیستم سیال (خط شیب انرژی و خط شیب هیدرولیکی)

به‌طوری‌که از شکل پیداست، اگر پیزومترهایی را در نقاط مختلف مسیر جریان، مطابق شکل (۱۰-۴) در یک لوله نصب کنیم، مایع تا ارتفاع $\frac{p}{\gamma}$ در پیزومتر صعود خواهد کرد. با در نظر گرفتن معادلهٔ برنولی، به‌عبارت $\left(Z+\frac{P}{\gamma}\right)$، ارتفاع پیزومتریک گفته می‌شود. شیب پیزومتریک یا شیب هیدرولیکی مکان هندسی نقاطی است که از ترسیم سطح آب در پیزومترها به‌دست می‌آید وآن را معمولاً به HGL نمایش می‌دهند. اگرارتفاع نظیر سرعت $\left(\frac{V^{۲}}{۲g}\right)$ به خط شیب هیدرولیکی اضافه شود، شیب انرژی یا خط انرژی کل $\left(\frac{p}{\gamma}+\frac{V^{۲}}{۲g}+Z=cte\right)$ به‌دست خواهد آمد که آن را به EGL نمایش می‌دهند و به‌طوری‌که از شکل پیداست، در مورد سیالات ایده‌آل، این خط با سطح مبنای اولیه، موازی است. شکل(۳-۲۶)



شکل ۳-۲۶ بیان ترسیمی رابطهٔ برنولی درمورد سیالات ایده‌آل تراکم‌ناپذیر [۳]

در سیال ایده‌آل خط شیب هیدرولیکی و خط شیب انرژی دارای شیب یکسان بوده و به موازات یکدیگر ترسیم می‌شوند (مگر در زمانی که مقطع جریان ثابت نباشد) ولی دارای اختلافی به میزان $\frac{V^2}{2g}$ خواهند بود.



شکل صفحه ۳-۲۷ بیان ترسیمی رابطه برنولی برای سیالات حقیقی[۳]

همچنین اگر در جریان سیال اصطکاک وجود داشته باشد و سیال واقعی باشد، درآن صورت در طول جریان با افت انرژی مواجه خواهیم شد. در اینجا خط انرژی افقی نیست و در مقطع دوم به اندازهٔ $\sum h_l$ سقوط کرده است شکل (۳-۲۷). باید توجه داشت که افت انرژی $\sum h_l$ تلف شدن انرژی محسوب نمی‌شود بلکه موید بخشی از انرژی مفید است که به گرما تبدیل شده است (این مقدار انرژی باعث بالارفتن دمای سیال می‌شود).

نکاتی برای کاربرد معادله برنولی و ترسیم خطوط شیب هیدرولیکی و شیب انرژی

در سیستم مورد مطالعه دو نقطه که در آنجا تعداد مجهولات حداقل است انتخاب کنید.

یک سیستم مرجع را پایین نقطه سیستم به دلخواه انتخاب کنید تا از علامت‌های منفی در محاسبات جلوگیری شود و سپس معادله برنولی را در جهت جریان بنویسید.

همان‌طوری که در معادله برنولی مشاهده می‌شود با افزایش هد انرژی فشاری، هد انرژی جنبشی کاهش می‌یابد، یعنی این که با هم رابطهٔ عکس دارند.

برای سهولت محاسبات به‌ویژه در مایعات از فشار نسبی استفاده کنید زیرا اگر یک نقطه در سطح آب در یک مخزن باز یا در خروجی یک جت انتخاب شود، فشار در آنجا فشار جو بوده، در نتیجه فشار نسبی صفر خواهد بود.

اگر سرعت‌ها در دو نقطهٔ مورد انتخاب برای کاربرد معادلهٔ برنولی مجهول باشند، آنها را توسط معادلهٔ پیوستگی به یکدیگر مرتبط کنید.

معادلهٔ برنولی بیان ریاضی اصل (کار ـ انرژی) است که بر طبق آن کار انجام شده روی یک ذره توسط تمام نیروهای وارد بر آن برابر تغییر انرژی جنبشی ذره می‌باشد.

برای محاسبه جهت جریان آب در یک لوله، معادله انرژی را برای جریان از مقطع (۱) به (۲) و همچنین از مقطع (۲) به (۱) می‌نویسیم. افت بار به‌دست آمده توسط معادلهٔ انرژی برای جهت صحیح جریان مثبت و برای جهت نادرست جریان منفی خواهد بود.

معادله برنولی اساساً بین دو نقطه از یک سیال مشخص نوشته می‌شود، نه دو سیال متفاوت.

در جریان‌های لزج به دلیل وجود اصطکاک ارتفاع خط EGL در طول جریان افت می‌کند.

یک پمپ باعث صعود ناگهانی EGL و HGL می‌شود. زیرا در این حالت پمپ به جریان انرژی می‌دهد. به‌طور مشابه، اگر به‌طور ناگهانی انرژی از جریان گرفته شود (برای مثال توسط توربین) در این صورت EGL و HGL به‌طور ناگهانی نزول خواهند کرد.

اگر در مسیر جریان شیر یا انبساط یا انقباض ناگهانی وجود داشته باشد در ارتفاع خط EGL افت ناگهانی صورت خواهد گرفت.

برحسب تعریف، خط شیب انرژی به مقدار $\alpha\frac{V^2}{2g}$ بالای شیب هیدرولیکی قرار می‌گیرد. بنابراین اگر سرعت صفر باشد، برای مثال سرعت در سطح آب در یک مخزن یا دریاچه، خطوط شیب هیدرولیکی و انرژی بر سطح آب منطبق خواهند شد. همچنین خط EGL همواره بالاتر از خط HGL است.

در سطح آب یک کانال باز یا تخلیه جریان از یک لوله به اتمسفر فشار نسبی صفر است، بنابراین به دلیل $\frac{P}{\gamma}=0$ شیب هیدرولیکی بر سطح آب منطبق خواهد بود. از

این موضوع می‌توان برای تعیین HGL در برخی سیستم‌های فیزیکی استفاده کرد.

افت بار جریان در یک لوله یا کانال همیشه به این معناست که EGL دارای شیب به‌طرف پایین در جهت جریان است. تنها استثناء در این قاعده زمانی رخ می‌دهد که یک پمپ به مایع انرژی دهد. در نتیجه یک صعود ناگهانی در EGL و HGL در جهت پایین دست به‌وجود خواهد آمد.

با تغییر قطر لوله یا سطح مقطع کانال، سرعت جریان نیز تغییر خواهد کرد. در نتیجه فاصلهٔ بین EGL و HGL تغییر خواهد نمود.

اگر چه بسیاری از اتصالات باعث تغییر در شیب هیدرولیکی و انرژی می‌شوند که دارای جزئیات جالبی می‌باشند، اما اغلب از انحراف موضعی بین HGL به EGL ناشی از تغییرات موضعی $\frac{V^2}{2g}$ چشمپوشی می‌شود.

هرگاه در یک خط لوله، فشار بخشی ازلوله کمتر از اتمسفر باشد خط HGL زیر لوله قرار خواهد گرفت یا مقدار $\frac{p}{\gamma}$ منفی خواهد شد. لذا در فاصله‌ای که خط لوله زیر خط تراز هیدرولیکی واقع می‌شود، این پدیده را سیفون گویند.

۳-۱۶ضریب تصحیح انرژی جنبشی

از آنجایی که در معادلهٔ برنولی لزجت سیال برابر صفر در نظر گرفته شده است، بایستی در مقایسهٔ با حالت واقعی که لزجت مقداری مخالف صفر دارد تصحیحی در نظر بگیریم. به همین دلیل برای انرژی جنبشی $\frac{V^2}{2g}$ ضریب تصحیح α را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\alpha = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{u}{V}\right)^3 dA = \frac{\int u^3 dA}{V^3 A} \qquad (۳-۲۸)$$

V: سرعت متوسط در سطح مقطع

u: سرعت در هر نقطه از سطح مقطع

A: مساحت سطح مقطع

بنابراین معادلهٔ انرژی بین دو نقطهٔ (۱) و (۲) برای سیال تراکم‌ناپذیر به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\gamma}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_2+\sum h_l \qquad (۲۹-۳)$$

برای جریان آرام در لوله‌ها $\alpha=2$ و برای جریان‌های آشفته در لوله‌ها مقدار α بین $1/01<\alpha<1/10$ تغییر می‌کند و در صورتی که توزیع سرعت یکنواخت باشد $\alpha=1$ و بجز در کارهای دقیق در سایرموارد ازآن صرفنظر شده و برابر واحد در نظر گرفته می‌شود.

۳-۱۷ ضریب تصحیح اندازهٔ حرکت

با توجه به اینکه سرعت در تمامی مقطع سطح کنترل ثابت نمی باشد بنابراین برای تصحیح آن ضریبی در نظر گرفته می‌شود که به آن ضریب تصحیح اندازهٔ حرکت β گویند.

ضریب تصحیح اندازه حرکت برابر است با:

$$\beta=\frac{1}{A}\int_A\left(\frac{u}{V}\right)^2 dA=\frac{\int u^2 dA}{V^2A} \qquad (۳۰-۳)$$

برای جریان آرام درون لوله مدور مستقیم مقدار $\beta=\frac{4}{3}$ و برای جریان یکنواخت $\beta=1$ بوده و همواره $\beta>1$ خواهد بود.

بنابراین معادلهٔ اندازه حرکت بین دو مقطع و برای سیال تراکم ناپذیر به‌صورت زیر در می‌آید:

$$F=\dot{m}(\beta_2V_2-\beta_1V_1)=\rho Q(\beta_2V_2-\beta_1V_1) \qquad (۳۱-۳)$$

مثال ۳-۱۳: در لوله‌ای آب با سرعت ۴۰ متر بر ثانیه جریان دارد. اولاً ارتفاع نظیر سرعت آن را برحسب متر آب تعیین کنید. ثانیاً این مقدار ارتفاع معادل چه مقدار فشار است.

حل:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{40^2}{2 \times 9/81} = 81/5$$

$$p = \gamma h = 1000 \times 9/81 \times 81/5 = 799515 \quad N/m^2$$

مثال۳-۱۴: روغنی به جرم مخصوص نسبی ۰/۷۵ از درون لوله‌ای به قطر ۶ اینچ و تحت فشار ۱۰ بار در جریان است. اگر ارتفاع نظیر انرژی کل مایع نسبت به سطح مبنایی که ۲/۵ متر زیر محور لوله قرار گرفته برابر ۱۸۰ متر باشد، شدت جریان روغن را محاسبه کنید؟

حل: براساس رابطهٔ برنولی داریم:

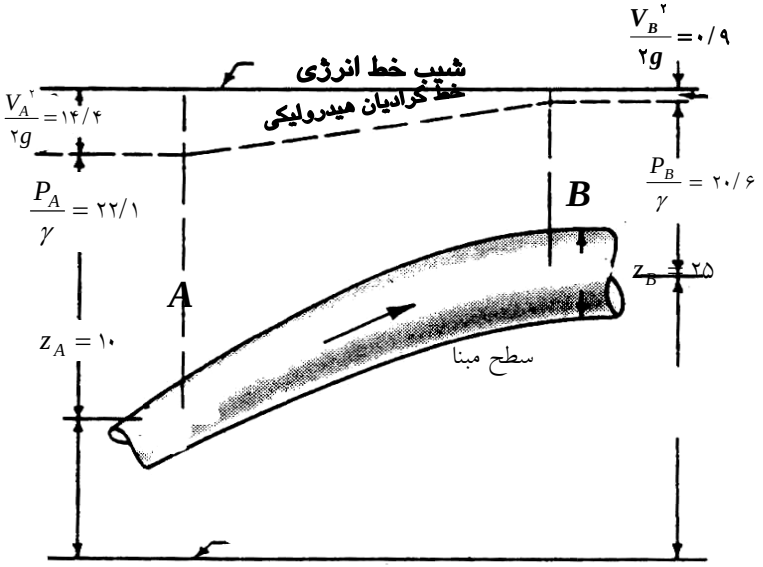
$$\text{ارتفاع نظیر انرژی کل روغن} = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

$$180 = 2/5 + \frac{10 \times 10^5}{0/75 \times 9/8 \times 1000} + \frac{V^2}{2 \times 9/81}$$

$$V = 28/58 \, m/s$$

$$Q = AV = \frac{\pi}{4}\left(\frac{6 \times 2/54}{100}\right)^2 \times 28/58 = 0/521 \, m^3/s = 521 lit/s$$

مثال۳-۱۵: مطابق شکل ۶-۴ آب از نقطه A به نقطه B با شدت جریان ۱۳/۲ متر مکعب در ثانیه جریان دارد و فشار در نقطه A معادل ۲۲/۱ متر آب است. اگر از افت انرژی در طول AB صرفنظر کنیم، فشار در نقطه B را محاسبه و خطوط فشار و انرژی را رسم کنید؟ قطر لوله در قسمت A و B به ترتیب ۱ و ۲ متر است.



شکل۳-۲۸ مربوط به مثال ۶-۳[۵]

حل: رابطه برنولی بین دو نقطه A و B به‌صورت زیر است:

$$z_A+\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}=z_B+\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}$$

$$V_A=\frac{Q}{A}=\frac{۱۳/۲}{\frac{\pi}{۴}(۱)^2}=۱۶/۸m/s \quad ,V_B=\frac{Q}{A_B}=\frac{۱۳/۲}{\frac{\pi}{۴}(۲)^2}=۴/۲m/s$$

$$۱۰+۲۲/۱+\frac{(۱۶/۸)^2}{2g}=۲۵+\frac{P_B}{\gamma}+\frac{(۴/۲)^2}{2g}$$

برای رسم خط انرژی، می‌توان فاصله آن را (H) از طریق مجموع انرژی‌های مایع در یکی از نقطه A و B به‌دست آورد:

$$H=z_A+\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}=۱۰+۲۲/۱+۱۴/۴=۴۶/۵$$

$$H=z_B+\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}=۲۵+۲۰/۶+۰/۹=۴۶/۵\ mH_2O$$

۳-۱۸ کاربردهای معادلهٔ برنولی

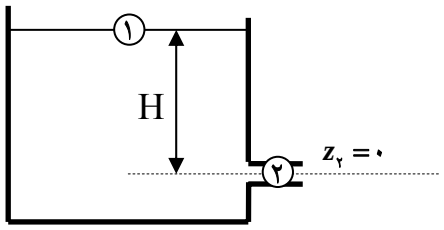
مسائل مختلفی وجود دارند که می‌توان با استفاده از معادله انرژی یا برنولی آنها را حل کرد. در ادامه به تحلیل برخی از حالات معمول جریان سیال می‌پردازیم که در آنها از معادله برنولی استفاده می‌شود. در همه موارد فرض بر این است که سیال ایده آل باشد (یعنی اتلاف انرژی نداریم).

۳-۱۸-۱ سرعت تخلیه مخزن

اگر مخزن شکل(۳-۵) را در نظر بگیرید و نقاط (۱) و (۲) را در دو نقطه روی یک خط جریان فرض کنید، معادله برنولی بین آن دو نقطه به‌صورت زیر است:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2$$

نقاط (۱) و (۲) در محیط اتمسفری بوده و فشار آنها با هم برابر است $(p_1=p_2=p_{atm})$ همچنین با فرض $z_2=0$ و انتخاب نقطه (۲) به‌عنوان مبنا (Datum) رابطه ساده‌تر نیز خواهد شد.



شکل ۳-۲۹

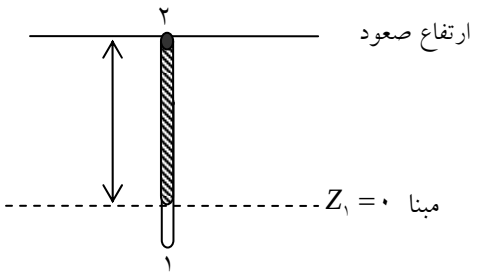
بنابراین داریم:

$$0+0+H=\frac{V^2}{2g}+0+0 \quad \Rightarrow V_2=\sqrt{2gH} \qquad (۳۲-۳)$$

معادله فوق بیان می‌کند که سرعت جریان خروجی برابر است با سرعت سقوط آزاد از سطح مخزن. این موضوع به نام قضیهٔ توریچلی معروف است. همچنین مقدار دبی از حاصلضرب سرعت در سطح مقطع به‌دست می‌آید.

۳-۱۸-۱ ارتفاع صعود مایع پس از خارج شدن از لوله

لولهٔ آبی را در نظر بگیرید که مایعی با سرعت V_1 از آن رو به بالا خارج می‌شود، با نوشتن معادله برنولی برای آن، طبق شکل (۳-۳۰) ارتفاع صعود به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.



شکل ۳-۳۰

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

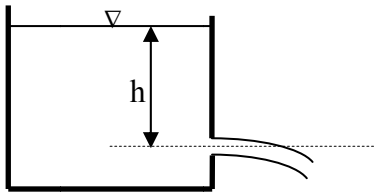
$$p_1 = p_2 = p_{atm} \qquad z_1 = 0 \quad و \quad z_2 = H \quad و V_2 = 0 \Rightarrow H = \frac{V_1^2}{2g}$$

۳-۱۸-۲ اندازه‌گیری دبی به‌وسیله روزنه

روزنه مجرایی است که در داخل یک صفحه ایجاد می‌گردد وبا قرار دادن آن به‌صورت عمود بر جهت جریان، میزان دبی را با استفاده از یکسری روابط خاص محاسبه می‌نمایند. روزنه‌ها به شکل اشکال مختلف وجود دارند اما سه فرم دایره، مربع و مستطیلی آن از همه متداول‌تر است.

همان‌طور که می‌دانیم ذرات آب پس از خروج از روزنه با شتاب ثقل آزاد رها می‌شوند به همین دلیل سرعت آنها از رابطه $V = \sqrt{2gh}$ پیروی می‌کند. که در رابطه h فاصله سطح آب تا مرکز ثقل روزنه است. بنابراین با توجه به رابطه $Q = AV$ داریم:

$$V = A\sqrt{2gh} \qquad (۳۳-۳)$$



شکل ۳-۳۱ مقطع قائم یک روزنه

اما به دلیل آنکه روزنه باعث ایجاد افت در سرعت وتخلیه می‌گردد کـه آن را بـه وسیله دو ضریب تصحیح می‌نماییم. بنابراین فرمول (۳-۳۳) به‌صورت زیر در می‌آید:

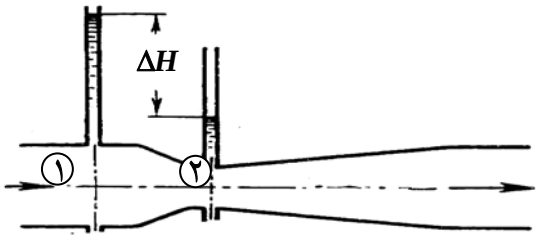
$$Q = C_V . C_d . A\sqrt{2gh} \qquad (۳۴-۳)$$

C_V:ضریب تصحیح سرعت که بین ۰/۶ تا۰/۷ است.

C_d:ضریب تخلیه که حدود0/6 تا ۰/۹ است.

۳-۱۸-۳ لولهٔ وانتوری

وانتوری برای اندازه گیری شدت جریان سیال(دبی سـیال) در لولـه‌هـا بـه‌کـار مـی‌رود (شکل ۳-۳۲). مطابق شکل، قسمت ورودی وانتوری از یک لولـه بـا مقطـع مخروطـی تشکیل شده که به دنبال آن، یک لوله واگرا قرار گرفته است. از آنجا که مطـابق شـکل، سطح مقطع ۱-۱ بزرگ‌تر از سطح مقطع ۲-۲ است، لذا در مقطع اول، سـرعت کمتـر و فشار زیادتر است و اختلاف فشار دو مقطع را می‌توان به‌وسیله فشار سنج‌هـایی کـه در این دو قسمت تعبیه شده است، اندازه گیـری نمـود. اگـر فشـار در مقطـع ۱ برابـر P_1، سرعت آن V_1 و مقطع آن A_1 باشد و مقادیر نظیر آن برای مقطع ۲ به ترتیـب P_2، V_2 و A_2 فرض شود، با فرض توزیع یکنواخت سرعت در مقاطع و صرفنظر از افت، می‌توان رابطه برنولی را در مورد دو مقطع یاد شده به شرح زیر نوشت:



شکل ۳-۳۲ وانتوری[۲]

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}$$

از آنجا که $\frac{p_1-p_2}{\gamma}=\Delta H$ است بنابراین رابطه به‌صورت زیر درخواهد آمد:

$$\frac{P_1-P_2}{\gamma}=\Delta H=\frac{V_2^2-V_1^2}{2g} \qquad (۳۵-۳)$$

و چون طبق رابطه پیوستگی داریم $Q=A_1V_1=A_2V_2$، بنابراین خواهیم داشت:

$$V_1=\frac{Q}{A_1} \qquad \text{و} \qquad V_2=\frac{Q}{A_2}$$

با قرار دادن مقادیر در رابطه ۶-۷۸ نتیجه زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\Delta H=\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{A_1^2-A_2^2}{A_1^2A_2^2}\right) \qquad (۳۶-۳)$$

ویا

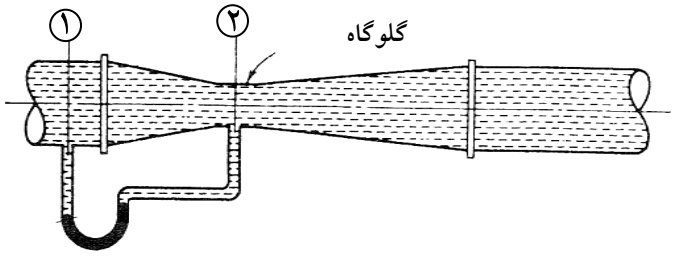
$$Q=\frac{A_1A_2}{\sqrt{A_1^2-A_2^2}}\sqrt{2g\Delta H} \qquad (۳۷-۳)$$

از آنجا که $\frac{A_1A_2}{\sqrt{A_1^2-A_2^2}}\sqrt{2g}$ مقدار ثابتی است که به هندسه وانتوری بستگی دارد لذا اگر این مقدار را با C نشان دهیم، رابطه به‌صورت ساده زیر درمی‌آید:

$$Q=C\sqrt{\Delta H} \qquad (۳۸-۳)$$

به عبارت دیگر، شدت جریان، تابعی از ΔH است و بدین ترتیب، می‌توان فشارسنج را مستقیماً برحسب شدت جریان مدرج کرد.

مثال۳-۱۶: برای اندازه‌گیری دبی جریان روغن به چگالی ۰/۹ از یک لولهٔ وانتوری استفاده کرده‌ایم که قطر آن در مقطع ۱ برابر $15cm$ و در مقطع ۲ برابر $10cm$ است. اختلاف فشار دو مقطع $20kpa$ می‌باشد. دبی جریان را به‌دست آورید؟



شکل ۳-۳۳

حل: ابتدا معادلهٔ پیوستگی بین مقطع ۱و۲ را می‌نویسیم:

$$Q = A_1V_1 = A_2V_2 = \frac{\pi}{4}(0/15)^2V_1 = \frac{\pi}{4}(0/1)^2V_2$$

و به‌دست می‌آوریم: $V_1 = 56/59Q$ $\qquad$ $V_2 = 127/32Q$

حال معادلهٔ برنولی را با توجه به $z_1 = z_2$ به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}$$

داریم:

$$p_1 - p_2 = 20kpa \quad \text{و} \quad \gamma = 0/9 \times 9806 = 8825\frac{N}{m^3}$$

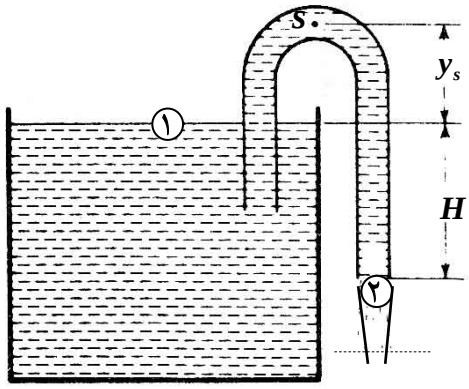
با جایگذاری این مقادیر و نیز جایگذاری V_1وV_2 بر حسب Q داریم:

$$\frac{20000}{8825} = \frac{Q^2}{2g}\left[(127/32)^2 - (56/59)^2\right]$$

با حل معادلهٔ فوق به‌دست می‌آوریم: $Q = 58/4\,Lit/s$

۳-۱۸-۴ سیفون

لوله‌ای که مایع را از سطح آزاد بالاتر می‌برد و سپس آن را در ارتفاعی پایین‌تر از سطح آزاد تخلیه می‌کند، سیفون نام دارد. نکته جالب توجه این که فشار در بالاترین نقطه لوله سیفون در مقطع s کمتر از فشار جو است. بنابراین اگر این نقطه را بیش از اندازه از سطح آزاد مایع بالا ببریم، فشار در نقطه s به فشار بخار اشباع رسیده و سیفون دیگر قادر به تخلیه مایع نخواهد بود زیرا مایع به سرعت بخار شده و حباب‌های بخار مانع حرکت آن می‌شوند.



شکل۳-۳۴ سیفون

فرض می‌کنیم که مایع سیفون را کاملاً پر کرده باشد وبه‌طور پیوسته درآن جریان داشته باشد. معادلهٔ انرژی را بین نقاط ۱و۲ می‌نویسیم:

$$H = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_l$$

$$H = \frac{V^2}{2g} + K\frac{V^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

K مجموع تمام ضرایب افت موضعی است. از ارتفاع نظیر سرعت فاکتور می‌گیریم:

$$H = \frac{V^2}{2g}(1 + K + \frac{fL}{D}) \qquad (۳-۳۹)$$

روش حل این معادله مانند روش حل مسائل سادهٔ جریان در لوله‌هاست. اگر دبی معلوم باشد، مستقیماً می‌توان Hرا تعیین کرد. اگر H معلوم باشد، برای تعیین دبی باید مقداری برای f فرض کرد و معادله را به روش آزمون وخطا حل نمود.

پس از حل معادلهٔ (۳-۳۹) می‌توانیم معادلهٔ را بین نقاط ۱وs بنویسیم وفشار در بالاترین نقطهٔ سیفون را به‌دست آوریم:

$$0 = \frac{V^2}{2g} + \frac{P_s}{\gamma} + y_s + K'\frac{V^2}{2g} + f\frac{L'}{D}\frac{V^2}{2g}$$

K'مجموع ضرایب افت موضعی بین نقاط موردنظر است. L'طول لوله تا s می‌باشد. از معادلهٔ فوق ارتفاع فشاری در بالاترین قسمت سیفون به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{P_s}{\gamma} = -y_s - \frac{V^2}{2g}(1 + K' + \frac{fL'}{D}) \qquad (۴۰-۳)$$

این معادله نشان می‌دهد که فشار نسبی در قلهٔ سیفون منفی است.

مثال۳-۱۷:سیفون نشان داده شده در شکل (۳-۳۴) دارای لوله به قطر ۱۲ mm بوده وارتفاع سطح آزاد مایع درون مخزن آن از سطح مبنا 3/5m است. ارتفاع بالاترین نقطه لوله از سطح مبنا 4/8m و ارتفاع سطح خروجی لوله از سطح مبنا 2/2m و قطر مایع خروجی در مقطع ۲، 10mm می‌باشد. دبی ایده‌آلی که از سیفون می‌گذرد راحساب کنید. فشار در بالاترین نقطه سیفون چقدر است؟

حل:

در این حالت: $H = ۳/۵ - ۲/۲ = ۱/۳m$

با استفاده از معادله توریچلی داریم:

$$V_۲ = \sqrt{۲gH} = \sqrt{۲ \times ۹/۸۱ \times ۱/۳} = ۵/۰۵ m/s$$

$$Q = V_۲ A = ۵/۰۵ \times \pi \times \frac{۰/۰۱^۲}{۴} = ۰/۳۹۷ L/s$$

برای تعیین فشار در مقطع ۳ از معادله برنولی بین نقاط ۱و۳ استفاده می‌کنیم. داریم:

$$P_۱ = ۰ \qquad P_۳ = ?$$

$$V_۱ = ۰ \qquad V_۳ = ۵/۰۵ \times \left(\frac{۱۰}{۱۲}\right)^۲ = ۳/۵۱ m/s$$

$$h_۱ = ۳/۵ m \qquad h_۳ = ۴/۸ m$$

$$\rho = ۱۰^۳ kg/m^۳$$

در نتیجه:

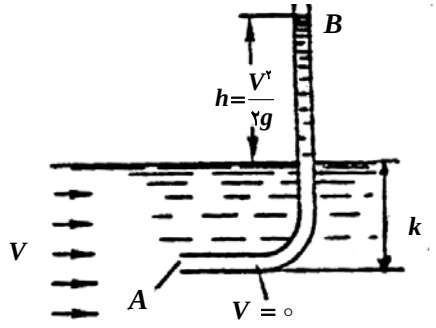
$$\frac{V_۱^۲}{۲g} + \frac{p_۱}{\gamma} + z_۱ = \frac{V_۳^۲}{۲g} + \frac{p_۳}{\gamma} + z_۳$$

$$۰ + ۰ + ۳/۵ = \frac{p_۳}{۱۰^۳ \times ۹/۸۱} + \frac{۳/۵۱^۲}{۲ \times ۹/۸۱} + ۴/۸$$

$$p_۳ = -۱۸/۹ kPa$$

۳-۱۸-۵ لولهٔ پیتو

لوله پیتو دستگاهی است که برای تعیین سرعت جریان به‌کار می‌رود و در حقیقت از یک لوله خمیده تشکیل شده است، که یک شاخهٔ آن در امتداد جریان و دهانه آن به طرف بالا دست قرار می‌گیرد و شاخهٔ دیگر لوله قائم بوده و به اتمسفر مربوط است که آن را مطابق شکل (۳-۳۵) در جهت جریان قرار می‌دهند.



شکل ۳-۳۵ لوله پیتو[۳]۲۲۰صفحه

اگر رابطه برنولی را بین نقطه Aونقطه B بنویسیم، با توجه به اینکه فشار در نقطه B برابر فشار اتمسفر است، خواهیم داشت:

$$\frac{p_۱}{\gamma}=۰ \qquad ,z_۲=k+h$$

$$z_۱+\frac{p_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}=z_۲+\frac{p_{۲۱}}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}$$

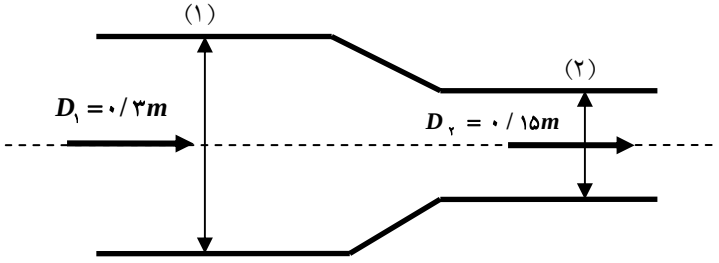
$$۰+k+\frac{V_۱^۲}{۲g}=h+k+۰ \Rightarrow h=\frac{V_۱^۲}{۲g} \qquad V_۱=\sqrt{۲gh} \qquad (۴۱-۳)$$

بنابراین ارتفاع h برابر ارتفاع نظیر سرعت مایع است و به کمک آن، می‌توان سرعت جریان را محاسبه کرد.

با توجه به‌کاربردهای معادله برنولی در زیر مثالهای متعددی آورده شده است.

مثال۳-۱۸: نفت از یک لوله به قطر ۰/۳ متر با فشار ۳۰۰ kPa به لوله‌ای به قطر ۰/۱۵ متر که در آن فشارkPa ۱۲۰ است جریان دارد. اگر لوله‌ها افقی باشند و از اثرات لزجت صرف نظر کنیم، مقدار دبی نفت را محاسبه کنید؟

$$\gamma_{\text{نفت}}=۶/۶۷ kN/m^۳$$



شکل ۳-۳۶

حل:

نقاط (۱) و (۲) را مطابق شکل بر روی محور دو لوله که در یک امتداد قرار دارند انتخاب می‌کنیم. همچنین بهتر است سطح مرجع را در لوله‌های افقی محور لوله در نظر بگیریم که در این صورت $z_۱=z_۲$ خواهد شد.

اکنون رابطهٔ برنولی را بین نقاط ۱و۲ می‌نویسیم:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

چون $z_1 = z_2$ است، بنابراین:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \qquad (1)$$

با توجه به داده‌های مسأله، در معادلهٔ فوق دو مجهول V_2, V_1 وجود دارد بنابراین بـه یک معادله دیگر (معادله پیوستگی) نیاز است، براساس معادلهٔ پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_1V_1 = A_2V_2 \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} \times V_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} V_2$$

$$V_2 = \left(\frac{0/3}{0/15}\right)^2 V_1 \Rightarrow V_2 = 4V_1$$

اگر در معادلهٔ (۱) به جای V_2 معادل آن را برحسب V_1 از معادلهٔ (۲) بگـذاریم و ساده کنیم داریم:

$$15V_1^2 = 2g\left(\frac{p_1 - p_2}{\gamma}\right)$$

$$V_1^2 = \frac{2 \times 9/81}{15} \times \left(\frac{300 - 200}{6 - 67}\right) \Rightarrow V_1 = 5/94 \, m/s$$

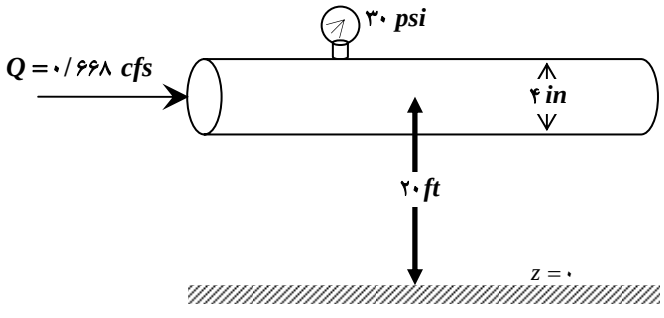
$$Q = A_1V_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \times V_1 = \frac{\pi (0/3)^2}{4} \times 5/94 \Rightarrow Q = 0/42 \, m^3/s$$

مثال ۳-۱۹: از لوله‌ای به قطر ۰/۶۶۶ فوت مکعب بر ثانیه آب تحت فشار ۳۰psi عبور می‌کند.

الف) ارتفاع نظیر فشار را بر حسب فوت آب حساب کنید؟

ب) ارتفاع نظیر سرعت را محاسبه کنید؟

ج) بار کل را نسبت به سطح مرجعی که ۲۰ فوت زیر لولـه قـرار دارد بـه‌دسـت آورید؟



شکل ۳-۳۷

حل:

الف)

$$\frac{P}{\gamma}=\frac{۳۰\frac{Ib}{in^{۲}}\times\left(۱۴۴\ \ in^{۲}/ft^{۲}\right)}{۶۲/۴\left(Ib/ft^{۳}\right)}=۶۹/۲ft$$

ب)

$$V=\frac{Q}{A}=\frac{۰/۶۶۸}{\frac{\pi}{۴}\left(\frac{۴}{۱۲}ft\right)^{۲}}=۷/۶۵ft/s$$

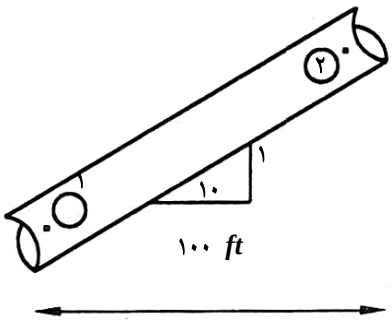
بنابراین:

$$\frac{V^{۲}}{۲g}=\frac{(۷/۶۵)^{۲}}{۲\times۳۲/۲}=۰/۹۰۹\ ft$$

ج)

$$z+\frac{P}{\gamma}+\frac{V^{۲}}{۲g}=۲۰+۶۹/۲+۰/۹۰۹=۹۰/۱ft$$

مثال۳-۲۰: آب به‌طور دائمی از یک مقطع به مقطع دیگر لوله شیب داری مطابق شکل این مثال جریان دارد. اگر در مقطع (۱)فشار استاتیک $۱۲psi$ و در مقطع (۲) فشار استاتیک $۵psi$ باشد، آب در کدام جهت جریان خواهد داشت؟



شکل۳-۳۸

ابتدا معادله انرژی را از مقطع ۱ به مقطع ۲ می‌نویسیم:

$$z_{۱}+\frac{P_{۱}}{\gamma}+\frac{V_{۱}^{۲}}{۲g}=z_{۲}+\frac{P_{۲}}{\gamma}+\frac{V_{۲}^{۲}}{۲g}+\sum h_{l}$$

$$۰+\frac{۱۲\frac{lb}{in^۲}\times ۱۴۴\frac{in^۲}{ft^۲}}{۶۲/۴\frac{slug}{ft^۳}}+\frac{V_۱^۲}{۲g}=۱۰+\frac{۵\frac{lb}{in^۲}\times ۱۴۴\frac{in^۲}{ft^۲}}{۶۲/۴\frac{slug}{ft^۳}}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+\sum h_l$$

چون سطح مقطع لوله ثابت است بنابراین $V_۱=V_۲$ خواهد بود که در نتیجه از طرفین رابطه فوق حذف خواهند شد. بنابراین پس از ساده کردن رابطهٔ فوق خواهیم داشت:

$$\sum h_l=۶۱/۱۵\,ft$$

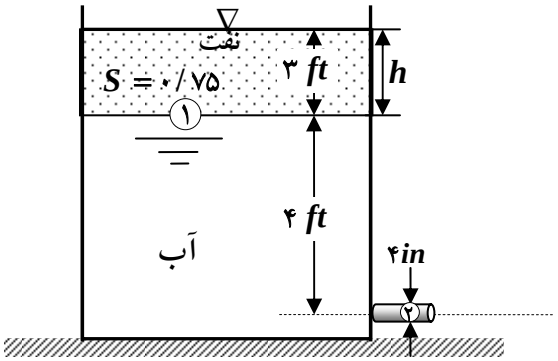
همچنین اگر معادله انرژی را از مقطع (۲) به مقطع (۱) بنویسیم:

$$z_۲+\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}=z_۱+\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+\sum h_l$$

$$\sum h_l=z_۲-z_۱+\frac{P_۲-P_۱}{\gamma}=۱۰+\frac{(۵-۱۲)\times ۱۴۴}{۶۲/۴}=-۶/۱۵\,ft$$

چون افت بار محاسبه شده از (۱) به طرف (۲) مثبت است، بنابراین جهت صحیح جریان از (۱) به طرف (۲) می‌باشد.

مثال ۳-۲۱: با چشم‌پوشی از تلفات، مقدار دبی جریان در شکل (۳-۳۹) را به‌دست آورید؟



شکل ۳-۳۹

حل: اگر برای این مسأله نقاط ۱ و ۲ را مطابق مثال قبل در سطح مخزن و خروجی در نظر بگیریم، پاسخ مسأله درست نخواهد بود، زیرا مخزن از دو نوع مایع

تشکیل شده است. به این دلیل نقطه (۱) را در فصل مشترک دو مایع، نقطه ۲ را در خروجی جت از مخزن و سطح مرجع را محور جت خروجی در نظر می‌گیریم. بنابراین می‌توان نوشت:

$$z_۱ + \frac{p_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} = z_۲ + \frac{p_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g}$$

می دانیم فشار در نقطه ۱ در شکل فوق برابر ارتفاع ستون نفت در روی آن است، یعنی:

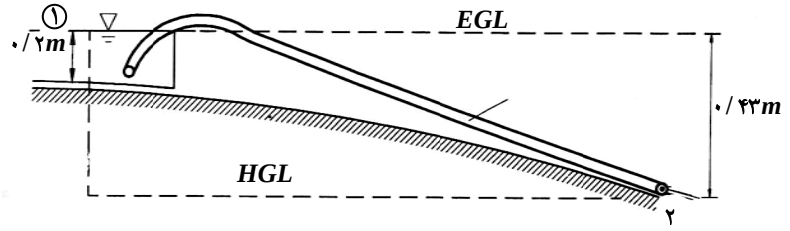
$$P_۱ = SG_{\text{نفت}} \times \gamma \times h \Rightarrow \frac{P_۱}{\gamma} = SG_{\text{نفت}} \times h = ۰/۷۵ \times ۳ = ۲/۲۵\, ft$$

همچنین $V_۱ = ۰$ چون سطح مخزن بزرگ است، $P_۲ = ۰$ چون فشار نسبی در ۲ صفر است و $Z_۲ = ۰$ چون سطح مرجع از (۲) می‌گذرد. بنابراین رابطهٔ (۱) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$۴ + ۲/۲۵ + ۰ = ۰ + ۰ \frac{V_۲^۲}{۲g} \Rightarrow ۶/۲۵ = \frac{V_۲^۲}{۲ \times ۳۲/۲} \Rightarrow V_۲ = ۲۰/۰۵\, ft$$

$$Q = A_۲ V_۲ = \frac{\pi}{۴}\left(\frac{۴}{۱۲}\ ft\right)^۲ \times ۲۰/۰۵ = ۱/۷۵\ ft^۳/s$$

مثال۳-۲۲: از یک لوله پلاستیکی به قطر mm ۲۰ برای تخلیه آب استخری استفاده می‌شود. خط شیب هیدرولیکی HGL و خط شیب انرژی EGL را برای شکل این مثال ترسیم کنید؟ از تلفات چشم‌پوشی کنید.



شکل ۳-۴۰

چون $P_۱ = P_۲ = ۰$ (فشار نسبی در ۱و۲ صفر است) $V_۱ = ۰$ (مخزن بزرگ است)، $Z_۲ = ۰$ (سطح مرجع از ۲ می‌گذرد)

بنابراین: $z_۱ = ۰/۲ + ۰/۲۳ = ۰/۴۳m$

$$z_1+\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=z_2+\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}$$

$$0/43+0+0=0+0+\frac{V_2^2}{2g}\Rightarrow\frac{V_2^2}{2g}=0/43m$$

چون جریان ایده‌آل (بدون تلفات) است و هیچ پمپ یا توربینی در مسیر جریان وجود ندارد، شیب انرژی EGL افقی و هم سطح با ارتفاع آب در مخزن خواهد بود. شیب هیدرولیکی HGL به مقدار $\frac{V^2}{2g}$ پایین‌تر از EGL مطابق شکل قرار دارد. چون قطر لوله ثابت است. بنابراین سرعت جریان در لوله ثابت خواهد بود و نمودار فوق به‌دست خواهد آمد.

مثال۳-۲۳: روغنی به جرم مخصوص نسبی ۰/۷۶۱ از مخزن A به مخزن E در جریان است. (شکل ۳-۴۱). انرژی در قسمت‌های مختلف سیستم، از روابط زیر به‌دست می‌آید:

از A تا B رابطه $0/6\frac{V_1^2}{2g}$

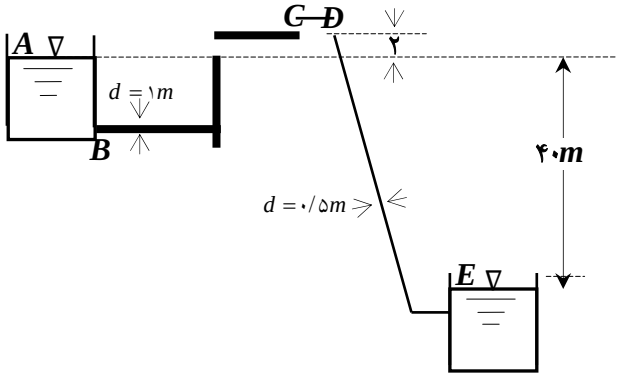
از B تا C از رابطه $9\frac{V_1^2}{2g}$

از C تا D از رابطه $0/4\frac{V_{0.5}^2}{2g}$

از D تا E از رابطه $9\frac{V_{0.5}^2}{2g}$

الف) شدت جریان Q را محاسبه کنید؟

ب) فشار در نقطه C را به‌دست آورید؟



شکل۳-۴۱

حل:

الف) با توجه به اینکه سرعت در نقاط A و E ناچیز است، بنابراین می‌توان آنها را معادل صفر در نظر گرفت. اگر فشار نسبی هوا را صفر فرض کنیم و ارتفاع نقطه E را به‌عنوان مبنا در نظر گیریم، رابطه برنولی بین A و E به‌صورت زیر خواهد بود:

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} + \sum h_{A\to E}$$

$$40+0+0=0+0+0+\left(0/6\frac{V_1^2}{2g}+9\frac{V_1^2}{2g}+0/4\frac{V_{0/5}^2}{2g}+9\frac{V_{0/5}^2}{2g}\right)$$

$$40=9/6\frac{V_1^2}{2g}+9/4\frac{V_{0/5}^2}{2g}$$

با توجه به رابطه پیوستگی داریم:

$$\frac{\pi}{4}(1)^2\times V_1=\frac{\pi}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^2\times V_{0/5}\Rightarrow V_1=\frac{1}{4}V_{0/5}$$

بنابراین اگر از این رابطه مقدار V_1 را برحسب $V_{0/5}$ حساب کرده و در رابطهٔ قبلی قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$Q=\frac{\pi}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^2\times 8/86=1/74 m^3/s \quad , \quad V_{0/5}=8/86 m/s$$

ب) با نوشتن رابطه برنولی بین A و C و انتخاب A به‌عنوان مبنا خواهیم داشت:

$$0+0+0=2+\frac{P_C}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+(0/60+9/0)\frac{V_1^2}{2g}$$

از طرفی بر اساس رابطه پیوستگی داریم:

$$V_1=2/21\ m/s \quad , \quad \frac{V_1^2}{2g}=\frac{1}{16}\frac{V_{0/5}^2}{2g}=\frac{(8/86)^2}{16\times 2g}=\frac{1}{4}$$

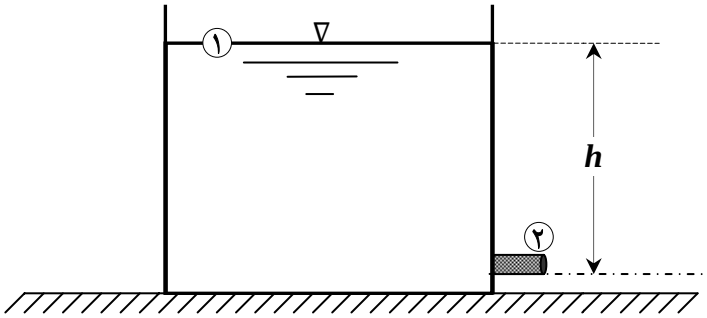
اگر این مقدار را در رابطه قبلی قرار دهیم، فشار در نقطه C به شرح زیر حاصل خواهد شد:

$$h=\frac{P_C}{\gamma}=-0/15 \quad \text{متر روغن}$$

برای تبدیل این فشار به پاسکال به شرح زیر عمل می‌کنیم:

$$P_C=\gamma h=0/761\times 1000\times 9/81(-0/15)=-11\,19/8 Pa$$

مثال۳-۲۴: مطابق شکل یک مخزن بزرگ حاوی مایع، دارای یک سوراخ بعنوان خروجی می‌باشد، سرعت جت خروجی از این مخزن چقدر است؟



شکل۳-۴۲

در اینجا چون مخزن فقط حاوی یک نوع مـایع اسـت پـس نقـاط ۱و۲را مطـابق شکل انتخاب می‌کنیم و سطح مبنا را محور جت خروجی در نظر می‌گیریم.

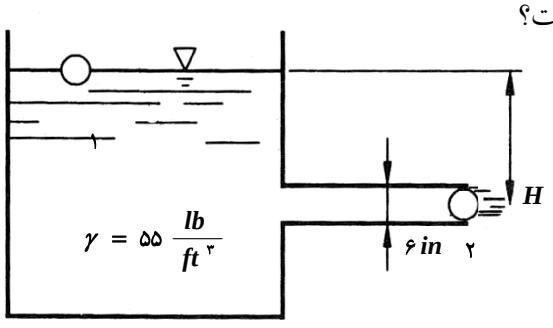
$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$P_1 = 0$ (چون فشار نسبی در سطح مخزن صفر است)، $V_1 = 0$ (چون سطح مخـزن خیلی بزرگ است) $P_2 = 0$ (چون فشار جت خروجی برابر فشار اتمسفر است و از آنجا که در محاسبات از فشار نسبی اسـتفاده مـی‌شـود، فشـار خروجـی در(۲) صفراسـت). همچنین $z_2 = 0$ چون واقع بر سطح مرجع است و $z_1 = h$ است.

از رابطهٔ (۱) نتیجه می‌شود:

$$h + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh}$$

مثال ۳-۲۵: تراز آب سطح مخزن نسـبت بـه محـور لولـه خروجـی $H = 25\ ft$ می‌باشد. اگر مقدار تلفات مطابق شکل ذیل معادل $\frac{3V_2^2}{2g}$ برحسب ft باشد؛ مقدار دبی جریان چقدر است؟



شکل۳-۴۳

حل:

$$z_۱ + \frac{p_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} = z_۲ + \frac{p_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + \sum h_l$$

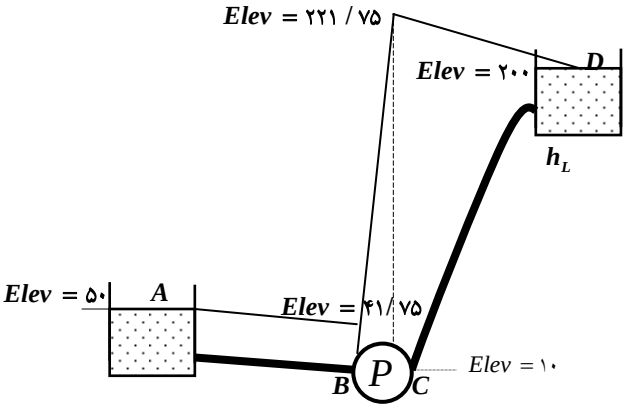
$$H + ۰ + ۰ = ۰ + ۰ + \frac{V_۲^۲}{۲g} + \frac{۳V_۲^۲}{۲g}$$

دقت کنید فشار نسبی در نقاط (۱) و (۲) صفر است و سطح مرجع محور لوله $(z_۲ = ۰)$ است. چون سطح مخزن بزرگ است $V_۱ = ۰$ می‌باشد.

بنابراین: $V_۲ = ۲۰/۰۵ \; ft/s$

$$Q = A_۲V_۲ = \frac{\pi}{۴}\left(\frac{۶}{۱۲}\right)^۲ \times ۲۰/۰۵ = ۳/۹۴ \;\; cfs\left(ft^۳/s\right)$$

مثال۳-۲۷: در شکل(۳-۴۵) روغنی به جرم مخصوص نسبی ۰/۷۶۲ به وسیله پمپ BC از مخزن A به مخزن D منتقل می‌شود. اگر افت انرژی از A تا B معادل ۸/۲۵ متر آب و از C تا D معادل ۲۱/۷۵ متر آب باشد، قدرت پمپ را محاسبه و خط انرژی در طول خط لوله را رسم کنید؟ قطر لوله در تمام قسمت‌ها یک متر و شدت جریان مایع در لوله ۶۰ لیتر در ثانیه است.



شکل ۳-۴۵

حل: سرعت مایع در مخازن A و D به قدری ناچیز است که می‌توان از آن صرفنظر کرد. اگر خط BC را به‌عنوان مبنا در نظر گیریم و از فشار هوا صرفنظر کنیم و رابطه برنولی را بین A و D بنویسیم، خواهیم داشت:

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V^2_A}{2g} + H_{Pump} = Z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V^2_D}{2g} + \sum h_l$$

$$40 + 0 + 0 + H_{Pump} = 190 + 0 + 0 + (8/25 + 21/75)$$

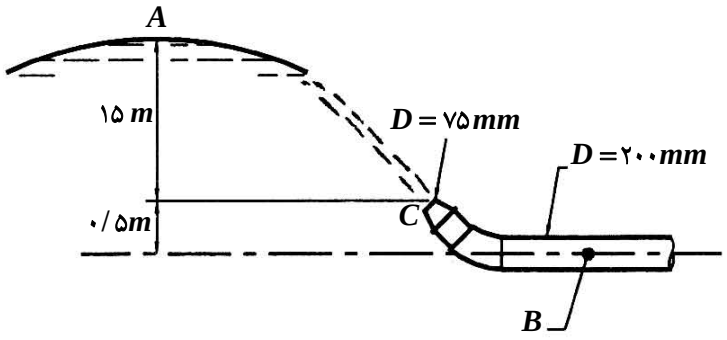
$$H_{Pump} = 180\ m$$

$$P_{Pump} = \gamma HQ = 9/81 \times 1000 \times 180 \times 0/060 = 105948\ W = 106\ KW$$

برای رسم خط انرژی به این نکته توجه می‌کنیم که این خط در نقطهٔ A در ارتفاع ۵۰ متری بالای خط مبنای صفر قرار دارد. از نقطه A تاB خط انرژی به اندازه ۸/۲۵ متر سقوط می‌کند به‌طوری که ارتفاع آن در نقطه B برابر ۴۱/۷۵=۸/۲۵–۵۰ متر خواهد بود. در اثرپمپ، ارتفاع خط انرژی به اندازه ارتفاع نظیر پمپ یعنی ۱۸۰ متر بالاترمی رود و ارتفاع آن معادل ۲۲۱/۷۵=۴۱/۷۵+۱۸۰ متر خواهد شد. بین نقاط C وD خط انرژی به اندازه ۲۱/۷۵ متر سقوط می‌کند و ارتفاع آن در نقطه D برابر ۲۰۰=۲۱/۷۵–۲۲۱/۷۵ متر است.

به کمک این اطلاعات، می‌توان خط انرژی را مطابق شکل رسم کرد.

مثال ۳–۲۸: در شکل(۳–۴۴)، سرعت در نقطهٔ A برابر با $18\ m/s$ می باشد، فشار در نقطه B را به‌دست آورید؟ از اصطکاک صرفنظر کنید.



شکل۳-۴۴

$$\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}+z_B=\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+z_A+\sum h_l$$

$$\frac{P_B}{9/8}+\left(\frac{V_B^2}{2\times 9/807}\right)+0=0+\left(\frac{18^2}{2\times 9/807}\right)+(0/5+15)+0$$

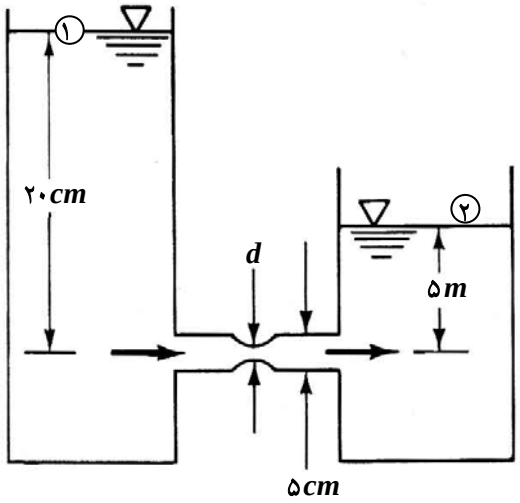
$$P_B=-0/49991\times V_B^2+313/78 \qquad ,\frac{P_C}{\gamma}+\frac{V_C^2}{2g}+z_C=\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+z_A+h_C$$

$$0+\frac{V_C^2}{(2\times 9/807)}+0=0+\frac{18^2}{2\times 9/807}+15+0\Rightarrow V_C=24/86$$

$$A_BV_B=A_CV_C\Rightarrow\left[(\pi)\left(\frac{200}{1000}\right)^2\frac{1}{4}\right](V_B)=\left[(\pi)\left(\frac{75}{1000}\right)^2\frac{1}{4}\right](V_C)$$

$$V_B=3/496\ \ m/s \qquad ,P_B=(-0/4991)(3/496)^2+313/78=307/68\ \ kN/m^2$$

مثال۳-۲۹: دبی جریان بین دو مخزن مطابق شکل، $16\frac{L}{s}$ می‌باشد، افت بار در لوله‌ها را به‌دست آورید؟ اگر فشار اتمسفر $100kPa$ و فشار بخار آب $8kPa$ باشد، کاویتاسیون در چه قطری (D) رخ می‌دهد؟ از تلفات ناشی از تغییر قطر ونتوری صرفنظر کنید.



شکل۳-۴۶

حل:

$$\frac{P_۱}{\gamma}+\frac{V_۱^۲}{۲g}+z_۱=\frac{P_۲}{\gamma}+\frac{V_۲^۲}{۲g}+z_۲+h_f$$

$$V_{\text{گلویی}}=\frac{Q}{A_{\text{گلویی}}}$$

$$۰+۰+۲۰=۰+۰+۵+h_f=۱۵\ m$$

با فرض اینکه در مرکز تنگ شدگی یعنی $\frac{۱۵}{۲}=۷/۵m$، افت بار درهرطرف تنگ شدگی مساوی $\left(h_f=۷/۵m\right)$ باشد، داریم:

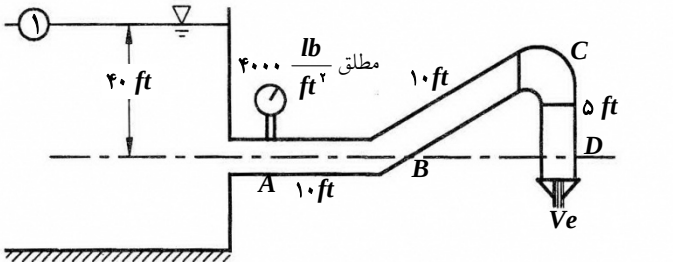
$$V=\left[\frac{۰/۰۱۶}{\frac{\pi d^۲}{۴}}\right]$$

معادلهٔ برنولی را بین نقطه (۱)و تنگ شدگی مقطع با در نظر گرفتن $P_۱=P_{atm}=۱۰۰\ kPa$ و $P_{\text{گلویی}}=۸kPa$ می‌نویسیم:

$$\frac{۱۰۰}{۹/۸}+۰+۲۰=\frac{۸}{۹/۸}+\left(\frac{V_{\max}^۲}{۲\times۹/۸}\right)+۰+۷/۵\Rightarrow V_{\max}=۲۰/۷\ m/s$$

$$۲۰/۷=\left[\frac{۰/۰۱۶}{\frac{\pi d^۲}{۴}}\right]\Rightarrow d=۰/۰۳۱۴\ m$$

مثال۳-۳۰: در سیستم شکل (۳-۴۷) قطر لوله in ۶ و قطر شیپوره (Nozzle) خروجی in۳ است. سرعت جریان خروجی V_e را محاسبه کنید؟ از تلفات چشم‌پوشی کنید.



شکل ۳-۴۷

حل:

در ایـن مثـال چـون فشـارمطلقAداده شـده اسـت، لازم اسـت فشـار اتمسـفر (۱۴/۷Psi) را در نقطه ۱در نظر بگیریم:

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=z_A+\frac{p_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}$$

$$40\,(ft)+\frac{14/7\left(lb/ft^2\right)\times 144\,in^2/ft^2}{62/4\,lb/ft^3}+0=0+\frac{4000\left(lb/ft^2\right)}{62/4\left(lb/ft^3\right)}+\frac{V_A^2}{2\times 32/2\left(ft/s^2\right)}$$

$$V_A=25./14\ ft/s$$

و چون قطر لوله در D,A یکسان اسـت، بنـابراین $V_A=V_D=25/14\ ft/s$ خواهـد بود. اکنون رابطهٔ پیوستگی را بین D وخروجی شیپوره می‌نویسیم:

$$A_DV_D=A_eV_e$$

$$\frac{\pi}{4}\left(\frac{6}{12}\right)^2\times 2514=\frac{\pi}{4}\left(\frac{3}{12}\right)^2\times V_e\Rightarrow V_e=100/56\ ft/s$$

دقت کنید اگر دراین مثال، معادلهٔ برنولی بین نقطه (۱) و خروجی شیپوره نوشـته می‌شد، جواب فوق برای V_e حاصل نمی‌شد. دلیل این امر عدم استفاده از فشار مطلـق معلوم در $A\left(4000\,lb/ft^2\right)$و نامشخص بودن فاصلهٔ قائم خروجی شیپوره از سطح مرجع عبوری از D می‌باشند.

سؤالات فصل جریان سیالات، مفاهیم و معادلات اصلی

۱. درجریان آشفته.....

۱)ذرات سیال به‌طور منظم حرکت می‌کنند.

۲) نیروی پیوستگی مولکول‌ها از انتقال مومنتم درایجاد تنش برشی مؤثرتر است.

۳) انتقال مومنتم فقط درمقیاس مولکولی صورت می‌گیرد.

۴)عموماً تنش برشی درجریان آرام مشابه بیشتر است.

۲. لزجت گردابی.....

۱)یک خاصیت فیزیکی است.
۲)به آشفتگی جریان و جرم مخصوص سیال وابسته است.
۳)مستقل از نوع جریان است.
۴)تابع دما و فشار سیال است.

۳. جریان یک بعدی:
۱)جریان یکنواخت دائمی است.
۲)جریان یکنواخت است.
۳)جریانی است که درآن تغییر مشخصات در امتداد عمود بر جریان ناچیز است.
۴) منحصر به جریان درخط مستقیم است.

۴. جریان آشفته عموماً در حالتی اتفاق می‌افتد که.....
۱)سیال بسیار لزج باشد.
۲)مجاری جریان مانند لوله‌های مویین بسیار باریک باشند.
۳)لزجت سیال کم سرعت جریان زیاد و مجاری جریان بزرگ باشد.
۴)حرکت سیال بسیار آرام باشد.

۵. سیال ایده‌آل.....
۱)بسیار لزج است ۲)ازقانون لزجت نیوتن پیروی می‌کند.
۳)دارای اصطکاک و تراکم‌پذیر می‌باشد. ۴)بدون اصطکاک وتراکم ناپذیرمی باشد.

۶. درجریان آرام.....
۱)حتی برای حالات بسیار ساده محتاج به انجام آزمایش هستیم.
۲)قانون لزجت نیوتن صادق است.
۳)ذرات سیال در مسیرنامنظم ودرهم حرکت می‌کنند.
۴)لزجت سیال دارای اهمیت نیست.

۷. جریان یکنواخت جریانی است که.....
۱)دائمی باشد. ۲)درکلیه نقاط آن $\frac{\partial V}{\partial t}$ صفر باشد.
۳)درهرنقطه بردار سرعت آن ثابت بماند. ۴) درآن $\frac{\partial V}{\partial s}$ صفر باشد.

۸. از جریان‌های زیر کدامیک نمونهٔ عملی جریان دائمی غیر یکنواخت است؟
۱)جریان آب دریاچه در اطراف کشتی

۲)جریات آب رودخانه در اطراف پایه‌های پل
۳)جریان با دبی افزایش یابنده در لوله
۴)جریان با دبی کاهش یابنده در یک مجرای همگرا

۹. خط جریان.....
۱)خطی است که از نقاط وسط مقاطع جریان می‌گذرد.
۲)تنها برای جریان یکنواخت تعریف می‌شود.
۳)درهر نقطه بر بردار سرعت عمود است.
۴)درجریان دائمی در فضا ثابت است.

۱۰. حجم کنترل.....
۱)ناحیه معینی از فضا است.
۲)جرم معینی از فضا است.
۳)یک سیستم ایزوله است.
۴)یک فرآیند برگشت‌پذیر است.

۱۱. معادله پیوستگی.....
۱)ایجاب می‌کند که قانون دوم نیوتن در تمام نقاط برقرار باشد.
۲)بیان کننده رابط انرژی و کار است.
۳)بیان می‌کند که سرعت واقعی در روی مرز نسبت به مرز صفر است.
۴)مومنتم بر واحد حجم را برای دو نقطه روی خط جریان به یکدیگر ارتباط می‌دهد.

۱۲. آب در لوله‌ای به قطر $۵۰cm$ با سرعت $۳ m/s$ جریان دارد دبی جریان برحسب مترمکعب در ثانیه کدام است؟
۱) ۰/۵۸۹
۲) ۱/۵۰
۳) ۲/۵۳۶
۴) ۴/۷۱

۱۳. معادله پیوستگی برای جریان سیال ایده‌آل.....
۱)بیان می‌کند که دبی حجمی خالص ورودی به داخل هر حجم کوچک صفر می‌باشد.
۲)بیان می‌کند که انرژی درطول خط جریان ثابت است.
۳)بیان می‌کند که انرژی در تمام نقاط سیال یکسان است.
۴)تنها برای جریان چرخشی به‌کار می‌رود.

۱۴. واحد جملات معادله $z+\frac{P}{\gamma}+\frac{V^۲}{۲g}=C$ کدام است؟

۱) $m.N/s$ ۲) N

۳) $m.N/kg$ ۴) $m.N/N^۳$

۱۵. ضریب تصحیح انرژی جنبشی.....

۱)در معادله پیوستگی به‌کار می‌رود. ۲) با رابطه $\frac{۱}{A}\int_A\left(\frac{u}{V}\right)^۲dA$ بیان می‌شود.

۳)با رابطه $\frac{۱}{A}\int_A\frac{u}{V}dA$ بیان می‌شود. ۴)با رابطه $\frac{۱}{A}\int_A\left(\frac{u}{V}\right)^۳dA$ بیان می‌شود.

۱۶. ضریب تصحیح انرژی جنبشی برای توزیع سرعت خطی بین دو صفحه چقدر است؟

۱) ۰ ۲) ۱

۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) ۲

۱۷. برای به‌دست آوردن معادله $\sum F_x=\rho Q\left(V_{x(out)}-v_{x(in)}\right)$ با کدامیک از فرضیات زیر بیان می‌شود؟

۱)سرعت روی مقاطع ثابت است. ۲)جریان دائمی است.

۳)جریان یکنواخت است. ۴)سیال تراکم‌ناپذیر است.

۱۸. ضریب تصحیح مومنتم به کدامیک از صورت‌های زیر بیان می‌گردد؟

۱) $\frac{۱}{A}\int_A\frac{u}{V}dA$ ۲) $\frac{۱}{A}\int\left(\frac{u}{A}\right)^۲dA$

۳) $\frac{۱}{A}\int_A\left(\frac{u}{V}\right)^۳dA$ ۴) $\frac{۱}{A}\int_A\left(\frac{u}{V}\right)^۴dA$

۱۹. برای توزیع سرعت خطی بین دو صفحه، ضریب تصحیح مومنتم چقدراست؟

۱) ۰ ۲) ۱

۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) ۲

۲۰. دریک خم ۱۸۰° به قطر $۵۰mm$ مایعی به جرم مخصوص $۱۰۰۰\ kg/m^۳$ جریان دارد سرعت $۶m/s$ و فشار نسبی صفر است. نیروی جداکننده خم از لوله برحسب نیوتن کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۷۰/۵
۳) ۱۴۱ ۴) ۵/۵

۲۱. معادله برنولی بـه شـرطی بـین دو نقطـه از جریـان یـک سـیال صـادق اسـت کـه ..... باشد.

۱) خطوط جریان موازی
۲) خطوط جریان دارای انحناء
۳) سیال غیرچرخشی، غیرویسکوزیته و غیرقابل تراکم
۴) سیال غیرقابل تراکم و غیرویسکوز

۲۲. اگر آب در رودخانه‌ای با سرعت v جریان داشته باشد فشار آب وارد بر پایـه پلـی در مسیر این جریان چقدر است؟

۱) $p = \rho gh$ ۲) $p = \frac{1}{2}\rho v^2$
۳) $p = p_0 + \rho gh$ ۴) $p = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2$

۲۳. خط جریان عبارت است از:

۱) خطی که کل انرژی جریان را نشان می‌دهد.
۲) خطی که جریان مقطع عرضی (سطح مقطع) را نشان می‌دهد.
۳) خطی که در هر نقطه از مقطع زمانی معلوم، بردار سرعت مماس بر آن است.
۴) خطی که در هر نقطه از مقطع زمانی معلوم، بردار سرعت ترسیمی عمـود بـر آن است.

۲۴. کدام عبارت زیر معادل شیب خط انرژی سیال است؟

۱) گرایان انرژی جنبشی سیال در طول لوله
۲) گرادیان انرژی پتانسیل در طول لوله
۳) گرادیان پیزومتریک یک سیال در طول لوله
۴) گرادیان مجموع انرژی جنبشی و پیزومتریک سیال در طول لوله

۲۵. معادله برنولی در امتداد خط جریان در کدام شرایط صادق است:

۱) جریان دایم، غیرچرخشی و غیر ویسکوز
۲) جریان دایم غیرچرخشی و قابل تراکم
۳) جریان دایم غیرقابل تراکم و غیرویسکوز

۴) جریان غیرچرخشی، غیرقابل تراکم و غیرویسکوز

۲۶. جریان غیرلزج جریانی است که در آن:

۱) گرادیان فشار ناچیز باشد ۲) گرادیان سرعت ناچیز باشد.

۳) لزجت سیال صفر باشد ۴) ویسکوزیته نداشته باشد.

۲۷. رابطه برنولی $\frac{P_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2}+gz_1=\frac{P_2}{\rho}+\frac{V_2^2}{2}+gz_2$ را می‌توان در هر لحظه

۱) در تمام میدان یک جریان تراکم‌ناپذیر غیرچرخشی بین هر دو نقطه نوشت.

۲) درجریان بالا جهت خیلی کم مثل هوا در امتداد یک لوله جریان در هر طولی نوشت.

۳) در امتداد خط جریان در لایه مرزی لامینار نوشت.

۴) فقط در امتداد دو نقطه هر خط جریان وقتی که ρ سیال ثابت باشد، می‌توان نوشت.

۲۸. در چه صورتی می‌توان از معادله برنولی بین دو نقطه دلخواه استفاده کرد؟

۱) خطوط جریان همگرایی داشته باشند.

۲) سیال غیرلزج باشد.

۳) از افت فشار صرفنظر گردد.

۴) در هر شرایطی می‌توان از معادله برنولی بین هر دو نقطه دلخواه استفاده کرد.

فصل چهارم

جریان عبوری از لوله‌ها

۴-۱ مقدمه

یکی از راههای انتقال وتوزیع آب شرب در شهرها سیستم لوله‌هامی باشد. معمولاً آب از محل سدها یا چاه‌ها با لوله‌هایی که قطر آنها تأمین‌کنندهٔ نیاز محل مصرف است، به مخازن تصفیه و سپس به منازل منتقل می‌گردد. مساله اصلی مربوط به لوله‌ها، افت انرژی ناشی از حرکت سیال است. حرکت آب در لوله‌ها از محلی که انرژی بیشتری دارد به سمت محلی که انرژی کمتری است بر طبق معادله انرژی یا برنولی صورت می‌گیرد.

در فصول گذشته معادلات اصلی مربوط به تحلیل جریان سیال را تشریح کردیم. در اغلب موارد فرض کردیم که سیال بی اصطکاک وتلفات صفر باشد، بی‌آنکه در مورد علل ایجاد آنها تفحص کنیم. دراین فصل به بررسی جریان سیال واقعی می‌پردازیم، یعنی وضعیتهایی را مطالعه می‌کنیم که در آنها تلفات اهمیت دارد. یکی از علل پدید آمدن تلفات، لزجت سیال است که باعث می‌شود در جریان تنش‌های برشی به‌وجود آیند.

برای درک مفهوم لزجت، سه بطری هم اندازه را در نظر بگیرید. اولین بطری را با یک مایع سبک مثل الکل، دومین بطری را با آب و سومین بطری را با روغن به یک میزان پر کنید. اگر هر سه بطری را به یک مقدار کج کنید، متوجه خواهید شد که بطری حاوی الکل ابتدا خالی می‌شود و سپس به ترتیب بطری‌های آب و روغن خالی خواهند شد. با تحلیل این مسئله درمی‌یابیم که هر مایع دارای خاصیتی به نام لزجت است که

دبی جریان مایع را کنترل می‌کند.

۴-۲ انواع جریان در لوله‌ها

جریان سیالات در لوله‌ها به دو گونه ۱. آرام (لایه‌ای) ۲. آشفته (درهم) صورت می‌گیرد که در این بخش به بررسی آنها می‌پردازیم.

۴-۲-۱ جریان آرام[1] (ورقه‌ای)

هنگامی که حرکت سیال به‌صورت لایه‌های موازی با یکدیگر صورت گیرد، جریان از نوع آرام است که مربوط به مایعات بسیارلزج مثل حرکت روغن یا گلیسیرین در لوله یا مایعات با سرعت کم می‌باشد. این نوع جریان به ندرت در طبیعت یافت می‌شود. برای مثال حرکت آب در لایه‌های زیرزمین که سرعت آن درحدود چند متر در سال است نمونه‌هایی از جریان آرام هستند.

۴-۲-۲ جریان آشفته[2] (متلاطم یا درهم)

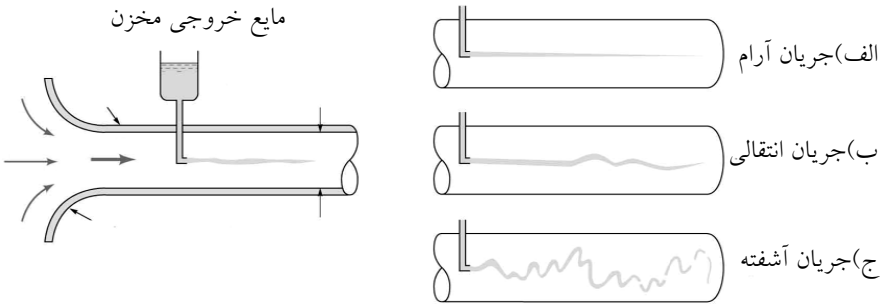
جریان آشفته جریانی است که در آن بی ثباتی و ناپایداری به‌طور مداوم وجود دارد، همچنین در جریان آشفته قسمت‌های مختلف سیال با هم مخلوط شده و فشار و سرعت جریان در هر نقطه نسبت به زمان متغیر است. در حالت جریان متلاطم، فقط امتداد تقریبی خطوط جریان از شکل بستر تبعیت می‌نماید و در حالت کلی حرکت ذرات سیال نامنظم بوده و مسیر آنها به‌صورت منحنی‌های نامشخص می‌باشد. در این حالت تبادل مومنتم شدیدی بین ذرات وجود خواهد داشت. برای مثال حرکت آب در لوله‌ها با سرعت زیاد و جریان در رودخانه‌ها کوهستانی نمونه‌هایی از جریان آشفته هستند.

۴-۳ معیار آرام یا آشفته بودن جریان با استفاده از عدد رینولدز

مخزن شکل (۴-۱)را در نظر بگیرید که مایع درون مخزن توسط لوله‌ای از انتهای مخزن در حال تخلیه است. در ابتدای آزمایش، لوله توسط شیری بسته شده است. درون لوله،

1. Laminar
2. Turbulent flow

ظرف کوچکی حاوی یک ماده رنگی است که در صورت جاری شدن مایع درون لوله، ماده رنگی نیز حرکت خواهد کرد. اگر شیر را به مقدار کمی باز کنیم، مایع درون لوله با سرعت کم درون لوله حرکت خواهد کرد. ماده رنگی نیز به واسطه حرکت مایع درون لوله حرکت می‌کند. در سرعت‌های پایین مایع، ماده رنگی به‌صورت یک لایه نازک درون لوله حرکت می‌کند. با افزایش سرعت مایع (باز شدن بیشتر لوله) هنوز ماده رنگی به‌صورت لایه درون لوله جاری است تا اینکه به حالت حدی می‌رسیم که در آن ماده رنگی از حالت لایه آرام و صاف خارج شده وشروع به نوسان می‌کند.



شکل ۴-۱

حالتی که ماده رنگی به‌صورت لایه‌ای درون لوله حرکت می‌کند را جریان آرام و حالتی که مایع از حالت لایه‌ای خارج می‌شود را جریان انتقالی (گذرا یا بینابین) گویند. با افزایش سرعت مایع، نوسان ماده رنگی بیشتر شده ولی هنوز پیوستگی خود را حفظ کرده ودر لوله پخش نشده است وجریان هنوز انتقالی است. با افزایش بیشتر سرعت مایع به حالت حد دوم می‌رسیم که در آن ماده رنگی درون لوله پخش شده و هیچ تمایز بین ماده رنگی ومایع اولیه وجود ندارد. به این حالت، جریان آشفته یا مغشوش گویند. (شکل ج ۴-۱)

برای اینکه این آزمایش را برای مقاطع مختلف تکرار نکنیم وبرای سهولت کار عدد بدون بعدی به نام عدد رینولدز تعریف می‌شود که معیاری برای تعیین نوع جریان می‌باشد.

شرایطی که سبب بروز هر کدام از جریان‌های آرام و آشفته می‌شود در سال

۱۸۸۳توسط شخصی به نام آزبون رینو لدز[1] بررسی گردید. وی دریافت که سه عامل در نوع حرکت نقش دارند:

۱. سرعت سیال:هر چه سرعت بالاتر باشد تمایل به آشفتگی بیشتر است.

۲. لزجت (ویسکوزیته یا گرانروی) سیال: هر چه لزجت کمتر باشد تمایل به آشفتگی بیشتر است.

۳. قطر لوله: هر چه قطر لوله بیشتر باشد تمایل به آشفتگی بیشتر است.

لذا رینو لدز نتایج فوق را در یک عدد که شاخص نوع حرکت باشد خلاصه نمود. این عدد یک کمیت بدون بعد است و بنام عدد رینولدز معروف شده است وبه‌صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\mathrm{Re} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجت}} = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{\rho VD}{\mu} \qquad (۱-۴)$$

که در آن: Re: عدد رینو لدز؛ V: سرعت متوسط جریان در لوله؛ D: قطر لوله؛ υ: لزجت سینماتیکی، ρ: چگالی سیال و μ: لزجت دینامیکی سیال است.

عدد رینولدز نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجی است. حال اگر این نسبت کوچک باشد، به این معنی است که نیروی لزجی قابل ملاحظه است و می‌تواند از آشفتگی جریان جلوگیری کند. در این حالت جریان سیال آرام خواهد بود. ولی اگر عدد رینولدز بزرگ باشد، نیروی لزجی در برابر اینرسی قابل صرفنظر کردن است. در این حالت اینرسی سبب ایجاد شتاب در سیال و آشفتگی جریان می‌شود.

اگر عدد رینولدز کمتر از ۲۳۰۰ (در برخی کتب کمتر از ۲۱۰۰ یا ۲۰۰۰) باشد جریان به‌صورت آرام است و اگر عدد رینولدز بیشتر از ۴۰۰۰ باشد، جریان به‌صورت آشفته می‌باشد. چنانچه عدد رینولدز بین ۲۳۰۰ تا ۴۰۰۰ باشد، جریان به‌صورت گذرا یا بینابین یا انتقالی خواهد بود که پس از این، جریان ازحالت آرام به حالت متلاطم تبدیل می‌شود.

عدد رینولدز	نوع جریان
$\mathrm{Re} < ۲۳۰۰$	مطمئناً جریان آرام یا لایه‌ای یا ورقه‌ای
$۲۳۰۰ < \mathrm{Re} < ۴۰۰۰$	احتمال دارد آرام و یا آشفته باشد (بینابین)
$\mathrm{Re} < ۴۰۰۰$	جریان سیال آشفته خواهد بود.

1. Osbonne Reynolds

عدد رینولدز ۲۳۰۰ را عدد رینولدز بحرانی می‌گویند و تبدیل جریان آرام به متلاطم در هر لوله هنگامی رخ می‌دهد که عدد رینولدز ازعدد رینولدز بحرانی $(\mathrm{Re} > ۲۳۰۰)$ تجاوز نماید.

مثال۴-۱: آب در درجه حرارت $۵۰^{\circ}F$ در یک لوله به قطر D=۰/۷۳in جریان دارد، مطلوب است محاسبه:

الف) حداقل زمان لازم برای پر کردن یک ظرف به حجم $۰/۰۱۲۵\ ft^{۳}$ با آب، اگر جریان در لوله آرام باشد.

ب) حداکثر زمانی که برای پر کردن همان ظرف با آب طول می‌کشد، اگر جریان در لوله آشفته باشد.

حل: برای درجه حرارت F ۵۰° مقدار لزجت دینامیکی برابر $(\mu = ۲/۷۳\times ۱۰^{-۵}\ \ lb.s/ft^{۲})$

همچنین می‌دانیم $\rho = ۱/۹۴\ slug/ft^{۳}$ است.

الف) برای جریان آرام، حداقل زمان لازم برای پر کردن ظرف هنگامی است که عدد رینولدز، حداکثر مقدار مجاز برای جریان آرام را داشته باشد. در این مثال حداکثر مقدار مجاز را $\mathrm{Re} = ۲۳۰۰$ فرض می‌کنیم بنابراین:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho VD}{\mu} = ۲۳۰۰ \Rightarrow V = \frac{۲۳۰۰\mu}{\rho D} = \frac{۲۳۰۰ \times ۲/۷۳\times ۱۰^{-۵}}{۱/۹۴\times \frac{۰/۷۳}{۱۲}} \Rightarrow V = ۰/۵۳۲\ ft/s$$

$$Q = \frac{\forall}{t} \Rightarrow t = \frac{\forall}{Q} = \frac{\forall}{AV} = \frac{۰/۰۱۲۵}{\frac{\pi}{۴}\left(\frac{۰/۷۳}{۱۲}\right)^{۲}\times ۰/۵۳۲} = ۸/۰۸ \quad \text{ثانیه}$$

ب) اگر جریان در لوله آشفته باشد، حداکثر زمان برای پر کردن ظرف هنگامی است که عدد رینولدز، حداقل مقدار مجاز برای جریان آشفته را داشته باشد یعنی:

$\mathrm{Re} = ۴۰۰۰$، بنابراین:

$$\frac{\rho VD}{\mu} = ۴۰۰۰ \Rightarrow V = \frac{۴۰۰۰ \times ۲/۷۳\times ۱۰^{-۵}}{۱/۹۴\times \frac{۰/۷۳}{۱۲}} = ۰/۹۲۵\ ft/s$$

$$Q = \frac{\forall}{t} \Rightarrow t = \frac{\forall}{Q} = \frac{۰/۰۱۲۵}{\frac{\pi}{۴}\left(\frac{۰/۷۳}{۱۲}\right)^{۲}\times ۰/۹۲۵} \Rightarrow t = ۴/۶۵ \text{ ثانیه}$$

علت وجود دبی جریان (Q) بیشتر در جریان آشفته نسبت به جریان آرام، مقاومت کمتر در مقابل جریان آشفته است.

مثال۴-۲: سرعت بحرانی (V_C) نفت هنگامی که در یک لوله به قطر $0/15\,m$ جریان دارد، چقدر است؟ $\left(\upsilon = 8\times10^{-5}\,m^2/s\right)$

حل: می‌دانیم عدد رینولدز بحرانی (تبدیل جریان آرام به جریان گذرا (بینابین) برابر $\mathrm{Re}=2300$ است، بنابراین:

$$\mathrm{Re}=\frac{V_C D}{\upsilon}\Rightarrow V_C=\frac{2300\,\upsilon}{D}=\frac{2300\times8\times10^{-5}}{0/15}=1/22\,m/s$$

اگر به جای $\mathrm{Re}=2300$ از $\mathrm{Re}=2100$ استفاده کنیم، $V_C=1/12\ m/s$ خواهد شد.

مثال۴-۳: قطر یک لوله را طوری تعیین کنید که در آن مایعی با لزجت سینماتیکی $\upsilon=6/55\times10^{-5}\,m^2/s$ با دبی $0/201\ m^3/s$ به‌صورت جریان آرام در حرکت باشد.

حل:

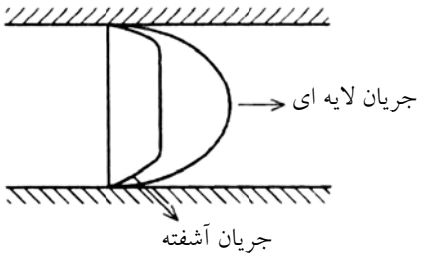
$$Q=AV\Rightarrow 0/201=\frac{\pi D^2}{4}\times V\Rightarrow V=\frac{0/804}{\pi D^2}$$

همچنین برای جریان آرام در لوله داریم:

$$\mathrm{Re}=\frac{VD}{\upsilon}\Rightarrow 2300=\frac{0/804\,D}{D^2\times6/55\times10^{-5}}\Rightarrow D=1/69\,ft$$

۴-۴ نیمرخ توزیع سرعت‌ها

از جمله تفاوتهای دیگر جریان آشفته و آرام این است که منحنی توزیع سرعت‌ها نیز در این دو حالت متفاوت است. البته منحنی توزیع سرعتها در مورد جریان آشفته را باید برای یک لحظه زمانی خاص بررسی کردزیرادرلحظات مختلف، این منحنی‌ها متفاوت‌اند. بدیهی است برای مقایسه دو منحنی در یک لوله، باید دو سیال مختلف را انتخاب کرد که سرعت واحدی، در مورد یکی جریان آرام و در مورد دیگری جریان آشفته را به‌وجود آورد.



شکل۴-۲ مقایسه نیمرخ توزیع سرعت‌ها در جریان آرام وآشفته[۳]

مقایسه منحنی توزیع سرعت‌ها در مورد یک لوله معین و با یک شدت جریان ثابت در دو حالت جریان آرام و آشفته، تفاوت‌های بارزی را آشکار می‌سازد (شکل ۴-۲). چنانچه از شکل دیده می‌شود، منحنی مزبور در مورد جریان آشفته، نسبت به منحنی نظیر جریان آرام، یکنواخت تر وشیب آن در جداره‌های لوله زیادتر است. بنابراین، ضریب α در رابطه برنولی، که بستگی به نحوه توزیع سرعت‌ها داشت، در جریان آشفته به مراتب کوچکتر از جریان آرام است.

۴-۵ جریان‌های داخلی و خارجی

جریان‌ها را بر اساس وسعت میدان جریان به دو دسته داخلی و خارجی تقسیم‌بندی می‌نمایند. جریان داخلی[1] چنانچه از نام آن بر می‌آید، به جریان سیال در داخل یک ناحیهٔ محصور اطلاق می‌شود. مانند جریان در لوله یا شیپوره. جریان خارجی[2] به جریان سیال در یک ناحیهٔ نامحصور اطلاق می‌شود و در آن توجه ما معطوف است به الگوی جریان در پیرامون جسمی که در معرض جریان قرار دارد. مانند جریان در اطراف ایرفول یا قایق یازیر دریایی.

۴-۶ لایهٔ مرزی

حرکت سیال واقعی به شدت متأثر از حضور مرز جامد است. ذراتی از سیال که با مرز تماس دارند، ساکن می‌مانند. در مجاورت مرز ناحیه‌ای به‌وجود می‌آید که در آن گرادیان سرعت بزرگ است وتنش‌های برشی اهمیت دارند. این ناحیه، لایه مرزی

1. Internal Flow
2. External Flow

نامیده می‌شود. در روی یک مرز یک تنش برشی به سیال وارد می‌شود که سرعت آن را کاهش می‌دهد.

۴-۷ جریان کاملا توسعه‌یافته[1]

ناحیهٔ ورودی ناحیه‌ای است از ورودی لوله شروع شده وتا نقطه‌ای که لایه‌های مرزی در مرکز لوله به هم می‌رسند ادامه می‌یابد. طول این ناحیه را طول ورودی می‌نامیم.

در شکل (۴-۳) جریان در ناحیه ورودی یک لوله را درنظر می‌گیریم. در ورودی لوله سرعت یکنواخت است. با توجه به اصل عدم لغزش، سرعت در دیواره لوله در کل مسیر برابر صفر است. دیواره لوله یک نیروی برشی اعمال می‌کند که در نتیجه آن سرعت جریان در کنار سطح کاهش پیدا می‌کند. کاهش سرعت وکند شدن جریان از محور مرکزی تا خط مرزی لوله ادامه می‌یابد.

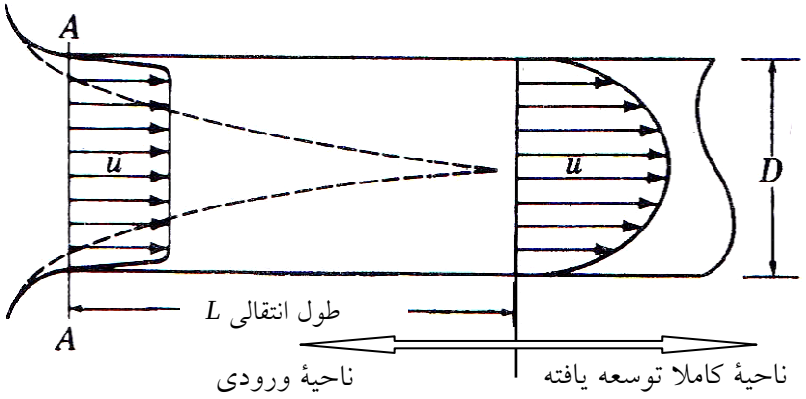
ناحیه پس از ناحیه ورودی را ناحیه توسعه یافته می‌نامیم، در این ناحیه توزیع سرعت تثبیت می‌شود.

طول ناحیه ورودی(L)در جریان آرام وآشفته از روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{جریان آرام:} \frac{L}{D} = ۰/۰۵۸\,\mathrm{Re} \qquad (۴-۲)$$

$$\text{جریان آشفته(درهم):} ۱۰ \le \frac{L}{D} \le ۶۰ \qquad (۴-۳)$$

L طول ورودی، D قطر لوله وRe عدد رینولدز می‌باشد.



شکل ۴-۳ ناحیه ورودی لوله

1. fully developed flow

با توجه به رابطه جریان درهم، مشاهده می‌شود که طول ورودی تابع عدد رینولدز نیست وطول ناحیه ورودی در جریان درهم بسیار کوتاه‌تر از جریان آرام است.

مثال۴-۴: سیال تراکم‌ناپذیری در لوله‌ای به قطر D و طول L جریان دارد. در حالتی که عدد رینولدز در لوله ۱۰۰ باشد، طول توسعه یافته نسبت به قطر لوله تقریباً چقدر است؟

۱) $\frac{L}{D} \cong ۶$ ۲) $\frac{L}{D} \cong ۰/۶$

۳) $\frac{L}{D} \cong ۶/۰$ ۴) $\frac{L}{D} \cong ۰/۰۶$

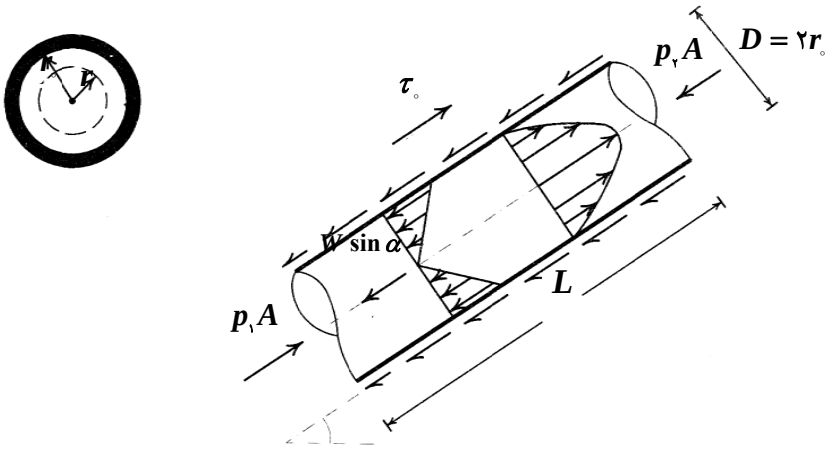
حل: برای جریان آرام داریم:

$$\frac{L}{D} = ۰/۰۶\,\mathrm{Re} = ۰/۰۶ \times ۱۰۰ = ۶$$

گزینه ۱ صحیح است.

۴-۸ تنش برشی در لوله‌ها

برای محاسبه تنش برشی درلوله مدوررا وقتی جریان دائمی، تراکم‌ناپذیر و یکنواخت است بدین‌صورت عمل می‌نماییم. مطابق شکل (۴-۴) قطعه‌ای از لوله به طول L را در نظر می‌گیریم و دیاگرام آزاد آن را رسم می‌کنیم:



شکل۴-۴

با نوشتن معادله مومنتم و استفاده ازروابط برنولی برای حجم کنترل در داخل لوله خواهیم داشت:

$$\tau_{\circ} = \frac{h_f \gamma D}{۴L} = \frac{h_f \gamma r_{\circ}}{۲L} \qquad (۴-۴)$$

که در این رابطه:

$\tau_{\circ}$: تنش برشی روی جدارهٔ لوله

h_f: میزان افت انرژی ناشی از اصطکاک در طول L از جریان

L: طولی ازجریا ن که درآن افت h_f اتفاق افتاده است.

γ: وزن مخصوص سیال

$r_{\circ}, D$: به ترتیب قطر و شعاع لوله

نکته (۱): رابطه (۴-۴) برای هر دو نوع رژیم جریان یعنی جریـان آشـفته و آرام صادق است.

نکته(۲): اگر فاصله یک نقطه دلخواه سیال از محور هندسی لولـه را بـا r نشـان دهیم، ثابت می‌شود که تنش برشی در آن نقطه برابر است با:

$$\tau = \frac{h_f \gamma r}{۲L} = \tau_{\circ}\left(\frac{r}{r_{\circ}}\right) \qquad (۵-۴)$$

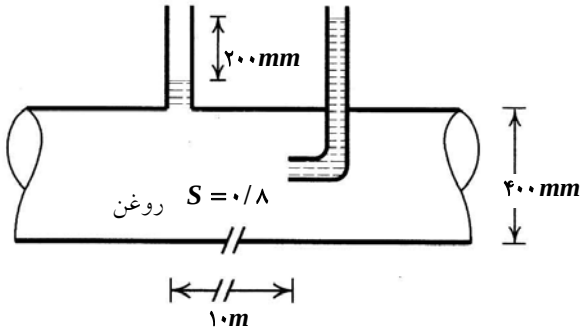
بنابراین می‌توان گفت، تنش برشی در لوله دارای رابطهٔ خطی بـا شـعاع اسـت و مقادیر حداکثر وحداقل آن به ترتیب درجداره‌ها($\tau_{max} = \tau_{\circ}\ ,\ r = r_{\circ}$)ودرمحور هندسـی لوله ($\tau_{min} = ۰\ , r = ۰$)می باشد.

نکنه(۳): اگر لوله مدور بصورت افقی باشد، در آنصورت خواهیم داشت:

$$Z_۱ = Z_۲ \rightarrow h_f\ \gamma = \Delta p \rightarrow \tau_{\circ} = \frac{\Delta P D}{۴L} = \frac{\Delta P}{L}\left(\frac{D}{۴}\right) \qquad (۶-۴)$$

مثال۴-۵: اگر دبی عبوری از لولهٔ نشان داده شده در شکل $۱۲۰\frac{lit}{s}$ باشـد، تـنش برشی وارد بر جدار لوله چقدر است؟

$$\left(\pi \approx ۳\ , g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$$



شکل ۴-۵

روی محور لوله نقاط (۱)و(۲) را به ترتیب زیر پیزومتر و در دهانه ورودی لولـه پیتو در نظر می‌گیریم. با نوشتن معادله برنولی بین این دو نقطه خواهیم داشت:

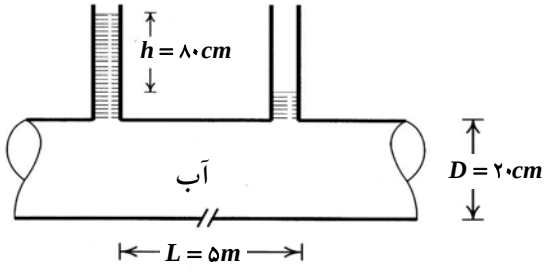
$$\frac{P_1}{\gamma}+0+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+0+0+h_f \rightarrow h_f=\frac{\Delta P}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}$$

$$\begin{cases} V_1=\dfrac{Q}{A}=\dfrac{120\times10^{-3}}{\left(\dfrac{\pi\times0/4^2}{4}\right)}=1\dfrac{m}{s} \\ \dfrac{\Delta P}{\gamma}=200mm=0/2m \end{cases} \qquad \rightarrow h_f=0/2+\frac{1^2}{2\times10}=0/25m$$

مقدار تنش برشی در جدار لوله برابر است با:

$$\tau_0=\frac{h_f\gamma D}{4L}=\frac{0/25\times10\times0/8\times0/4}{4\times10}=0/02KPa=20\,Pa$$

مثال۴-۶: در شکل زیر مقدار تنش برشی وارده بر جدار لوله چقدر اسـت؟ اگـر تنش دو برابر شود افت فشار در واحد طول چند برابر می‌شود؟



شکل ۴-۶

$$\tau_{\circ} = \frac{\Delta PD}{۴L} = \frac{۰/۸ \times ۹/۸۰۶ \times ۰/۲}{۴ \times ۵} = ۰/۰\ ۷۵KPa = ۷۸Pa$$

۴-۹ جریان آرام در لوله با سطح مقطع مدور

توزیع تنش برشی در لوله‌های مدور به‌صورت خطی وتوزیع سرعت در لوله مدور به‌صورت سهمیگون است. همچنین مقدار سرعت متوسط ودبی جریان وافت انرژی ناشی از اصطکاک (رابطه هاگن ـ پوازی) به‌صورت زیر بیان می‌شود:

سرعت متوسط:

$$V = \frac{u_{\max}}{۲} \rightarrow V = \frac{\gamma h_f D^{۲}}{۳۲\mu L} \qquad (۷-۴)$$

دبی جریان در لوله‌های آرام:

$$Q = V.A = \left(\frac{h_f \gamma D^{۲}}{۳۲\mu L}\right)\left(\frac{\pi D^{۲}}{۴}\right) \rightarrow Q = \frac{\pi h_f \gamma D^{۴}}{۱۲۸\ \mu L} \qquad (۸-۴)$$

بنابراین برای یک لولهٔ افقی، دبی جریان آرام:

الف) به‌طور مستقیم متناسب با افت فشار است.

ب) به‌طور معکوس متناسب با لزجت و طول لوله است.

ج) به‌طور مستقیم متناسب با توان چهارم قطر لوله است. بنابراین با ثابت بودن تمام پارامترها، اگر قطر لوله دوبرابر شود، مقدار دبی جریان ۱۶ برابرخواهد شد.

اگر لوله غیر افقی باشد، دبی جریان آرام از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Q = \frac{\pi\left(\Delta P - \gamma L \sin\theta\right)D^{۴}}{۱۲۸\ \mu L} \qquad (۹-۴)$$

که در آن θ زاویه بین لوله و سطح افق است. برای جریان در لوله بطرف بالا $\theta > ۰$ و برای جریان بطرف پایین در لوله $\theta < ۰$ است.

افت انرژی ناشی از اصطکاک (رابطه هاگن ـ پوازی)

$$V = \frac{h_f \gamma D^{۲}}{۳۲\mu L} \rightarrow h_f = \frac{۳۲\mu VL}{\gamma D^{۲}} \qquad (۱۰-۴)$$

مثال۴-۷: در یک لولهٔ افقی به قطر2cm روغن با لزجت 0/18Pa. s وجرم مخصوص جریان دارد. افت فشار در واحد طول لوله $\frac{kPa}{m}$ ۱۲۰ است. دبی جریان را به‌دست آورید؟

$$Q=\frac{\pi\Delta P D^{۴}}{۱۲۸\ \mu L}=\frac{\pi D^{۴}}{۱۲۸\mu}(\frac{\Delta P}{L})=\frac{\pi\times ۰/۰۲^{۴}}{۱۲۸\times ۰/۱۸}\times(۱۲۰\times ۱۰^{۳})=۲/۶۲\times ۱۰^{-۳}\ \frac{m^{۳}}{s}=۲/۶۲\frac{Lit}{s}$$

حال صحت فرض اولیه را بررسی می‌کنیم:

$$V=\frac{Q}{A}=\frac{۲/۶۲\times ۱۰^{-۳}}{\left(\frac{\pi\times ۰/۰۲^{۲}}{۴}\right)}=۸/۳۴\frac{m}{s}$$

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{۱۴۵۰\times ۸/۳۴\times ۰/۰۲}{۰/۱۸}=۱۳۴۴$$

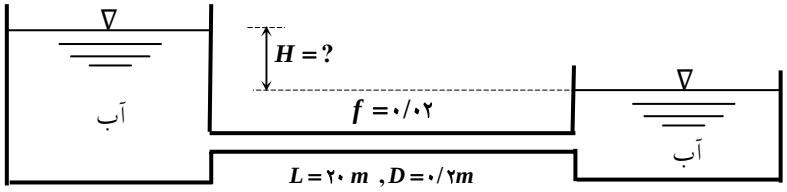
همان‌طور که ملاحظه می‌شود عدد رینولدز کوچکتر از ۲۳۰۰ است، یعنی فرض اولیه ما مبتنی بر آرام بودن جریان صحیح بوده است.

مثال۴-۸: در شکل زیر، $\frac{f}{D}.\frac{V^{۲}}{۲g}$ برابر ۰/۰۷۵است. اگرازافتهای موضعی صرفنظرشود، مطلوب است تعیین:

الف)مقدار ارتفاع H؟

ب)تنش برشی روی جدار لوله؟

ج)دبی جریان عبوری از لوله؟



شکل ۴-۷

$$h_f=f\frac{L}{D}.\frac{V^{۲}}{۲g}\rightarrow\frac{h_f}{L}=\frac{f}{D}.\frac{V^{۲}}{۲g}=۰/۰۷۵$$

$$h_f=۰/۰۷۵\times ۲۰=۱/۵m$$

الف) با نوشتن معادله برنولی بین دو نقطه‌ای که در بالادست و پایین دست جریان، روی سطح آزاد آب قرار گرفته‌اند، نتیجه می‌شود که:

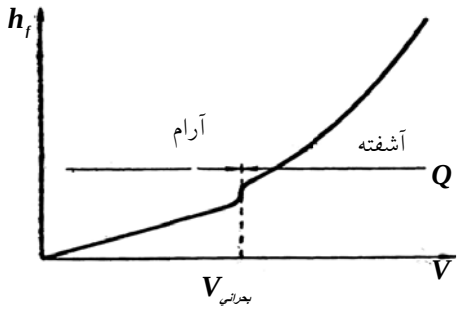
ب) $H = h_f = ۱/۵m$

ج) $\tau_۰ = \frac{h_f \gamma D}{۴L} = \frac{۰/۰۲ \times ۲ \times Q^۲}{۴ \times ۲۰} \rightarrow Q = ۰/۱۲ \frac{m^۳}{s} = ۱۲۰ \frac{lit}{s}$

۴-۱۰ محاسبه افت

افت انرژی و یا به عبارت دیگر ارتفاع نظیر افت انرژی، به عواملی نظیر شکل، اندازه و ناهمواری مسیر جریان، سرعت و لزجت سیال بستگی دارد و مستقل از فشار مطلق سیال است. میزان افت انرژی در دبی برابر در لوله، در مورد جریان آشفته و آرام متفاوت و در حالت آشفته، به مراتب زیادتر از حالت آرام است. افزایش افت، ناشی از تولید موج و اختلاط منحنی‌های مسیرذرات است. مورد جریان آرام، میزان افت با توان اول سرعت(یا شدت جریان) متناسب است، در صورتی که در تبدیل جریان به حالت آشفته، میزان افت به‌طور ناگهانی بالا می‌رود و در این حالت، منحنی تغییرات آن نسبت به سرعت، به‌صورت یک سهمی درمی‌آید (شکل ۴-۸)

از آنجا که مطالعه جریان آشفته فوق العاده پیچیده و محاسبه تحلیلی آن مشکل است، لذا مطالعات این حالت، بیشتر بر اساس کارهای تجربی و بررسی قوانین مختلف حرکت، با استفاده از مدلهای هیدرولیکی انجام می‌گیرد و در این مورد، فرمولهای متعددی وجود دارد که باید آنها را در مورد لوله‌های صاف و زبر به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار داد.



شکل ۴-۸ تغییرات افت نسبت به سرعت یا شدت جریان در حالات مختلف

افت انرژی بین دو نقطه از جریان یک سیال حقیقی را می‌توان طبق رابطهٔ برنولی، به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + \sum h \qquad (۱۱-۴)$$

بنابراین می‌توان گفت، در حالت کلی افت انرژی، مجموع دو افت(اصطکاکی) طولی و موضعی خواهد بود.

$$\sum h = h_f + h_L \qquad (۱۲-۴)$$

اگر اتلاف انرژی دراثر وجود اصطکاک باشد، به آن افت انرژی اصطکاکی یا h_f می‌گویند ولی چنانچه تغییر ناگهانی مقطع یا تغییر امتداد مسیر جریان سبب اتلاف انرژی شود، در آن صورت افت انرژی موضعی (h_L) خواهیم داشت.

علت افت انرژی در رابطهٔ فوق را باید در عوامل زیر جستجو کرد:

۱. وجود اصطکاک بین ذرات سیال در اثر وجود لزجت یا بین ذرات سیال و جدار لوله یا کانال هدایت سیال

۲. وجود جریان‌های گردابی در مسیر جریان به دلیل تغییر سریع مقطع و یا تغییر امتداد مسیر جریان که منجر به ایجاد حرکت‌های نامنظم در سیال می‌شود.

اگر افت فشار ایجاد شده در لوله‌ای به طول L و قطر D را با ΔP نمایش دهیم و سرعت سیال درون لوله برابر V باشد، برای تعیین افت ناشی از اصطکاک از معادله زیر که به معادله دارسی ـ ویسباخ است استفاده می‌کنیم:

$$h_f = \frac{\Delta P}{\gamma} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \qquad (۱۳-۴)$$

که در آن h_f افت ارتفاع یا افت خط تراز هیدرولیکی ؛ f ضریب اصطکاک؛ L طول لوله ؛ D قطر داخلی لوله و V سرعت متوسط در آن است. بُعد h_f طول است و بر حسب نیوتن- متر بر نیوتن بیان می‌شود.

رابطهٔ فوق به نام رابطه دارسی ـ ویسباخ معروف می‌باشد و برای جریان‌های آرام و آشفته صادق است. h_f هد تلفات اصطکاکی بوده و از تقسیم افت فشار ایجاد شده برحسب ΔP بر γ به‌دست می‌آید. f در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری ε می‌باشد و به نام ضریب اصطکاک *Moody* معروف است. در مورد لوله‌های صاف، افت ناشی از اصطکاک را می‌توان تماماً به کمک عدد رینولدز محاسبه کرد ولی در لوله‌های زبر، ضریب اصطکاک f علاوه بر عدد رینولدز، به زبری سطح داخلی لوله نیز بستگی دارد. یکی از مشکلات در این زمینه محاسبهٔ زبری مطلق εاست. به این

دلیل در عمل از زبری نسبی $\frac{\varepsilon}{d}$ برای محاسبه ضریب اصطکاک f در لوله‌ها استفاده می‌شود. در واقع علت تعریف زبری نسبی این است که زبری مطلق امکان دارد در مورد لوله‌های بزرگ چندان اهمیتی نداشته باشد در صورتیکه همین زبری، در لوله‌های کوچک می‌تواند افت قابل توجهی را ایجاد کند. علاوه بر زبری نسبی، شکل و نحوه توزیع ناهمواری‌ها نیز در مقاومت ودر نتیجه در میزان افت تاثیر دارد. ساده‌ترین حالت آن است که ناهمواری سطح یکنواخت و متجانس باشد که در این حالت لوله با زبری یکنواخت خوانده می‌شود. مقدار εبرای موادمختلف از جدول (۳-۷) به‌دست می‌آید.

جدول ۳-۷: نمونه مقادیر زبری دیواره برای مجراهای تجاری

مصالح (نو)	زبری (ε)	
	ft	m
فولاد پرچی	۰/۰۳ – ۰/۰۰۳	۰/۰۰۰۹ – ۰/۰۰۹
بتن	۰/۰۱ – ۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۳ – ۰/۰۰۳
چوب	۰/۰۰۰۶ – ۰/۰۰۳	۰/۰۰۰۲ – ۰/۰۰۰۹
چدن	۰/۰۰۰۸۵	۰/۰۰۰۲۶
آهن گالوانیزه	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۱۵
چدن قیراندود	۰/۰۰۰۴	۰/۰۰۰۱
فولاد تجاری یا فولاد نرم	۰/۰۰۰۱۵	۰/۰۰۰۰۴۶
لولهٔ برنجی یا لولهٔ مسی	۰/۰۰۰۰۰۵	۰/۰۰۰۰۰۱۵
شیشه و پلاستیک	«صاف»	«صاف»

از:Lewis F. mody (ضریب اصطکاک برای لوله جریان)

با توجه به این که تعیین ضریب اصطکاک f از دیاگرام مودی به‌ویژه درمسائلی که حل آنها مستلزم کاربرد روشهای آزمون و خطاست، نسبتاً وقت‌گیر است. بدین لحاظ در کارهای صنعتی برای محاسبات تلفات اصطکاکی معمولاً از فرمول‌های تجربی استفاده می‌کنند.

۴-۱۱ طریقهٔ محاسبه f (ضریب اصطکاک دارسی ویسباخ)

برای به‌دست آوردن f روش‌ها و معادلات تجربی زیادی به‌دست آمده است. نمودار مودی (شکل) امکان محاسبهٔ ضریب اصطکاک را به کمک عدد رینولدز (Re) و زبری

نسبی $\frac{\varepsilon}{D}$ فراهم می‌کند.

این نمودار به کمک کلبروک با استفاده از داده‌های تجربی نیکورادزه واز طریق رگرسیون آماری برای لوله‌های تجاری با دامنهٔ نسبی (۰/۳۳۳ > $\frac{\varepsilon}{D}$ > ۵ ×۰/۰۰۰۹۸) به‌دست آمده است.

ضریب اصطکاک در حالت کلی تابع عدد رینولدز وزبری نسبی است:

$$f = \phi(\mathrm{Re}, \frac{\varepsilon}{d}) \qquad (۱۴-۴)$$

همان‌طوری‌که درشکل(۴-۹) مشاهده می‌کنید دیاگرام مودی با توجه به رژیم جریان شامل سه ناحیه می‌باشد.

۱. **ناحیهٔ جریان آرام:** این ناحیه در سمت چپ دیاگرام مودی قراردارد وشامل اعداد کوچکتر ۲۳۰۰ می‌باشد. در این ناحیه ضریب اصطکاک تنها تابع عدد رینولدز است واز رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$f = \frac{۶۴}{\mathrm{Re}} \qquad (۱۵-۴)$$

۲. ناحیه جریان بینابین: این ناحیه که به آن ناحیه بحرانی نیز می‌گویند پس از ناحیه جریان آرام قرار دارد و مربوط به اعداد رینولدز بین ۲۳۰۰ و۴۰۰۰ است. در این حالت جریان ناپایدار بوده وکوچک‌ترین اغتشاشی در آن سبب تبدیل جریان ازحالت آرام به آشفته می‌گردد. ضریب اصطکاک درناحیه جریان عبوری تابعی ازعدد رینولدزوزبری نسبی لوله است ولی به علت ماهیت گذرای جریان دردیاگرام مودی قابل نمایش نمی باشد.

۳. ناحیه جریان آشفته: این ناحیه از عدد رینولدز ۴۰۰۰ به بعد شروع می‌شود.

در ناحیه جریان آشفته $f = \phi(\mathrm{Re}, \frac{\varepsilon}{d})$ می‌باشد وضریب مودی با تغییر Re و $\frac{\varepsilon}{D}$ تغییر می‌کند. تا این ناحیه با افزایش Re، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. در ناحیه کاملاً آشفته با رینولدزهای خیلی بالا ($\mathrm{Re} > ۱۰^{۸}$) ضریب مودی تنها تابع $\frac{\varepsilon}{D}$ می‌باشدوعدد رینولدز هیچ تاثیری روی f ندارد.

در حالت کلی می‌توان گفت: با افزایش عدد رینولدز، f کاهش می‌یابد، مگر در Re خیلی بزرگ $\left(\mathrm{Re} > ۱۰^{۸}\right)$که f تابعی از Re نیست. در ضمن در حالت کلی با

افزایش ε، ضریب اصطکاک افزایش می‌یابد.

تغییرات f با عدد رینولدز در نمودار مودی

الف) تا موقعی که جریان آرام است با افزایش عدد رینولدز، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد.

ب) در ناحیهٔ گذرا ضریب اصطکاک با سرعت افزایش می‌یابد.

ج) در ناحیهٔ جریان آشفته با افزایش عدد رینولدز، ضریب اصطکاک در امتداد منحنی لولهٔ صاف کاهش می‌یابد.

د) در اعداد رینولدز خیلی زیاد، جریان کاملاً زبر است و ضریب اصطکاک در یک مقدار ثابت، زبری نسبی به شکل خط راست درمی‌آید.

همچنین به غیر از نمودار مودی با استفاده از فرمول‌های تجربی می‌توان ضریب اصطکاک f را تعیین نمود. برای جریان در لوله‌های با جدار صاف و زبر فرمولهای تجربی زیادی بین Re و f به‌دست آمده که تعدادی از آنها به شرح زیر می‌باشد:

برای لوله‌های صاف:

فرمول بلازیوس:

$$f = ۰/۳۱۶۴ \mathrm{Re}^{-۰/۲۵} \qquad ۲۳۰۰ < \mathrm{Re} < ۱۰^{۵} \qquad (۱۶-۴)$$

فرمول کلبروک:

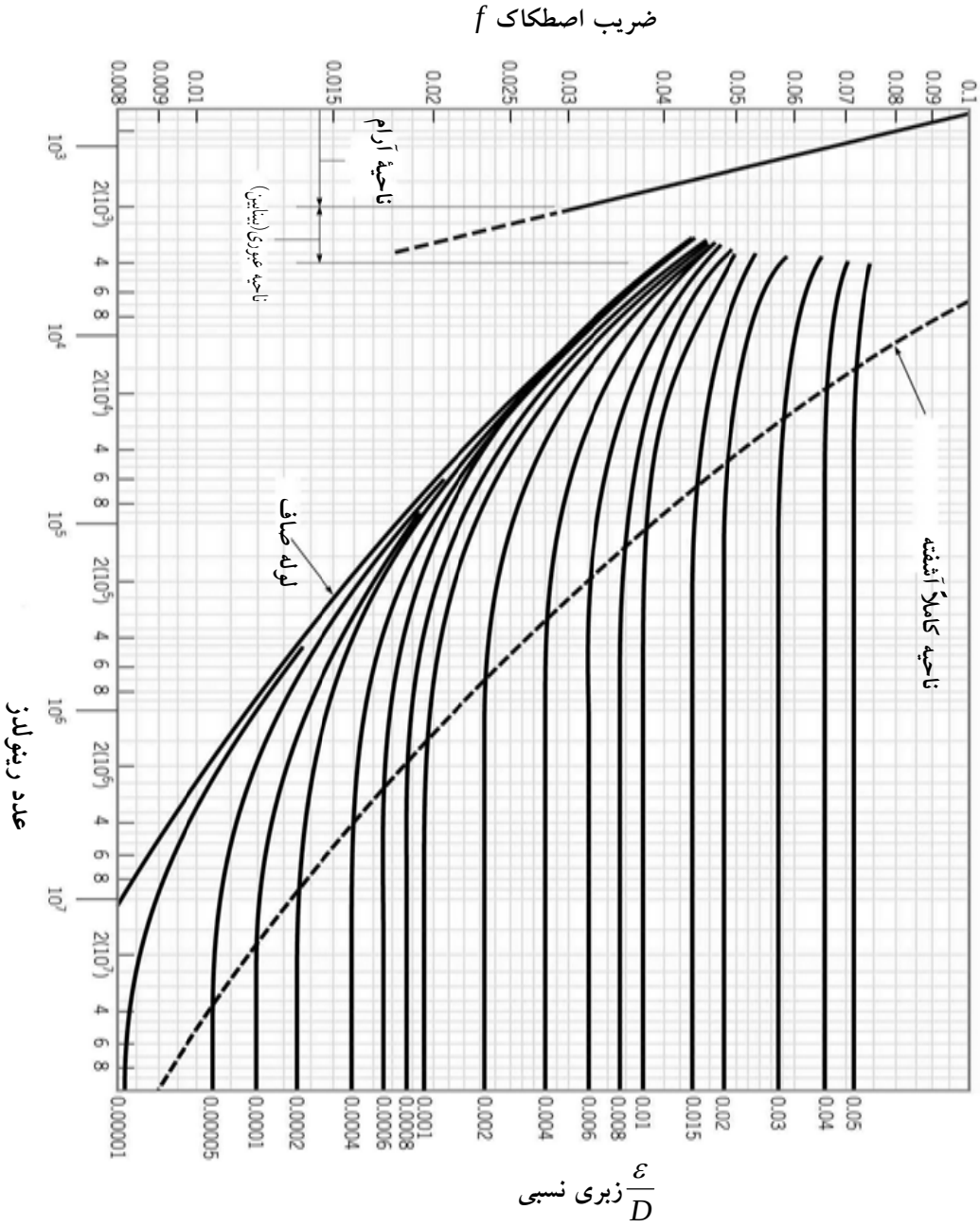
$$\frac{۱}{\sqrt{f}} = ۲Log\frac{\mathrm{Re}\sqrt{f}}{۲/۵۱} \qquad (۱۷-۴)$$

فرمول پرانتل:

$$f = \frac{۱}{\left[۲Log\left(\mathrm{Re}\sqrt{f}\right) - ۰/۸\right]^{۲}} \qquad \mathrm{Re} < ۴\times ۱۰^{۶} \qquad (۱۸-۴)$$

فرمول نیکورادزه:

$$f = ۰/۰۰۳۲ + ۰/۲۲۱ \mathrm{Re}^{-۰/۲۳۷} \qquad ۱۰^{۵} < \mathrm{Re} < ۱۰^{۸} \qquad (۱۹-۴)$$



شکل ۴-۹ نمودار مودی

۲. برای لوله‌های زبر:

فرمول کلبروک:

$$\frac{۱}{\sqrt{f}} = -۲Log\left(\frac{\varepsilon}{۳/۷۱\,d} + \frac{۲/۵۱}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \qquad (۲۰-۴)$$

فرمول پرانتل:

$$\frac{۱}{\sqrt{f}} = ۲Log\left(\frac{\varepsilon}{d}\right) \qquad (۲۱-۴)$$

برای ناحیهٔ کاملاً زبر:

$$f = \frac{۱}{\left[۱/۱۴ - ۲Log\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)\right]^{۲}} \qquad (۲۲-۴)$$

۳. برای ناحیهٔ انتقال:

فرمول کلبروک:

$$\frac{۱}{\sqrt{f}} = ۱/۱۴ - ۲Log\left(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{۹/۳۵}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \qquad (۲۳-۴)$$

۲-۳- برای محدودهٔ وسیعی از ناحیه انتقال و زبر:

$$f = \frac{۰/۲۵}{\log\left\{\left[\left(\frac{\varepsilon}{۳/۷d}\right) + \left(\frac{۵/۷۴}{\mathrm{Re}^{۰/۹}}\right)\right]\right\}^{۲}} \qquad (۲۴-۴)$$

برای اجتناب ازمعادلات ضمنی فوق (یعنی اگر Re و $\frac{\varepsilon}{D}$ معلوم باشند، مقدار f باید از طریق سعی وخطا محاسبه شود)، Haaland معادلهٔ صریح را ارائه کرده است:

$$\frac{۱}{\sqrt{f}} = -۱/۸Log\left(\frac{۶/۹}{\mathrm{Re}} + \frac{\frac{\varepsilon}{D}}{۳/۷}\right)^{۱/۱۱} \qquad (۲۵-۴)$$

نکات:

✍ **نکته:** معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ برای هر دو رژیم جریان آرام ودرهم قابل استفاده است.

✍ **نکته:** معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ را می‌توان برای هر مجرایی (دایروی، غیر دایروی و و کانال‌های روباز) به‌کار برد.

✍ **نکته**: با استفاده از معادله دارسی ـ ویسباخ داریم:

$$L = cte \Rightarrow h_f \propto \frac{Q^2}{d^5} \text{ یا } \frac{h_{f_2}}{h_{f_1}} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^5 \quad \text{و } f \qquad (۲۶-۴)$$

$$h_f = cte \Rightarrow Q \propto d^{2/5} \text{ یا } \frac{Q_2}{Q_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{2/5} \quad \text{و } L \text{ و } f \qquad (۲۷-۴)$$

✍ نکته: رابطهٔ بین h_f و سرعت به شکل زیر است:

$$h_f \propto V \text{ : جریان آرام} \qquad (۲۸-۴)$$

$$h_f \propto V^{1/5-2} \text{: جریان درهم} \qquad (۲۹-۴)$$

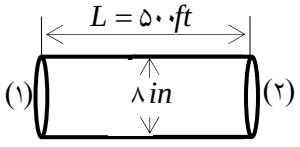
✍ **نکته**: در جریان کاملاً زبر h_f دقیقاً با توان دوم V تغییر می‌کند یعنی: $h_f \propto V^2$

✍ با افزایش سرعت، عدد رینولدز افزایش، f کاهش ولی h_f افزایش می‌یابد زیرا با توجه به رابطه $h_f = \frac{L}{D} f \frac{V^2}{2g}$ افزایش V^2 خیلی بیشتر از کاهش f می‌باشد و لذا افزایش h_f خواهیم داشت.

✍ **نکته**: دیاگرام مودی ضریب اصطکاک لوله‌های نو را مشخص می‌کند. برای لوله‌های کار کرده ضریب اصطکاک، بیشتر از لوله‌های نو است.

✍ **نکته**: توزیع سرعت در جریان آشفته تخت است و می‌توان سرعت متوسط را تقریباً برابر با سرعت ماکزیمم در نظر گرفت.

مثال ۴-۹: مطابق شکل از داخل یک لولهٔ افقی به قطر ۸ اینچ و طول ۵۰۰ فوت؛ آب با دبی در جریان است. اگر اختلاف فشار در دو سر لوله ۹/۸۰ فوت باشد، مطلوبست محاسبه ضریب اصطکاک در این لوله؟



شکل ۴-۱۰

می‌دانیم: $V = \frac{Q}{A} = \frac{۶/۳۱}{\frac{\pi}{۴}\left(\frac{۸}{۱۲}\right)^۲} \Rightarrow V = ۱۸/۱ \frac{ft}{s}$

رابطه انرژی را بین نقاط(۱) و(۲) می‌نویسیم:

$$z_۱ + \frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} = z_۲ + \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g}$$

محور لوله را به‌عنوان سطح مبنا انتخاب می‌کنیم. چون لوله افقی است، پس $z_۱ = z_۲$ همچنین چون سطح مقطع لوله ثابت است($D_۱ = D_۲$) در نتیجه رابطهٔ پیوستگی $V_۱ = V_۲$ خواهد بود. بنابراین رابطهٔ(۱) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{P_۱}{\gamma} = \frac{P_۲}{\gamma} + f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g} \\ \frac{P_۱ - P_۲}{\gamma} = \frac{\Delta P}{\gamma} = ۸۰/۹ \end{array}\right\} \Rightarrow ۸۰/۹ = f\frac{۵۰۰}{\frac{۸}{۱۲}} \times \frac{۱۸/۱^۲}{۲\times ۳۲/۲} \Rightarrow f = ۰/۰۲۱۲$$

۴-۱۲ معادلات تجربی برای تعیین دبی جریان

برای جریان آب در مجاری بسته و باز و در دماهای معمولی می‌توان از فرمولهای مانینگ و هیزن ـ ویلیامز استفاده کرد زیرا اثر لزجت در نظر گرفته نشده است و این دو فرمول فقط برای اعداد رینولدز بالا قابل استفاده می‌باشند.

۴-۱۲-۱ فرمول هیزن ـ ویلیامز

اگر چه معادلات دارسی ـ ویسباخ یکی از اساس ترین روشها برای تعیین افت بار ویا افت فشار در مجراهای بسته می‌باشد، معادلات تجربی نیز غالباً مورد استفاده واقع می‌شوند. یکی از معادلات که استفاده زیادی دارد معادله هیزن ـ ویلیامز می‌باشد.

$$\left.\begin{array}{rl} \text{SI)}\ V = ۰/۸۴۹۲\, CAR^{۰/۶۳}S^{۰/۵۴} & \text{(سیستم)} \\ V = ۱/۳۱۸\, CAR^{۰/۶۳}S^{۰/۵۴} & \text{(سیستم انگلیسی)} \end{array}\right\} \Rightarrow Q = VA \qquad \begin{array}{l} (۳۰-۴) \\ (۳۱-۴) \end{array}$$

V: سرعت جریان؛ R: شعاع هیدرولیکی؛ S: شیب خط تراز انرژی (افت هد

بر واحد طول مجرا)؛ A: سطح مقطع جریان؛ Q: دبی جریان و C: ضریب زبری هیـزن ـ ویلیامز (که در جدول ۴-۱ آورده شده است).

اگر را بدانیم وبخواهیم افت بار را محاسبه کنیم، معادله هیزن ویلیامز برای لوله‌ها را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

در سیستم بین‌المللی

$$h_f = \frac{۱۰/۷L}{(C^{۱/۸۵۲})(D^{۴/۸۷})} \qquad (۳۱-۴)$$

در این معادله D برحسب inch و L برحسب ft می‌باشد.

در سیستم انگلیسی:

$$h_f = \frac{۸/۵۲\times۱۰^{۵}L}{(C^{۱/۸۵۲})(D^{۴/۸۷})} \qquad (۳۲-۴)$$

در این معادلهD و L برحسب ftمی باشد.

جدول ۴-۱: نمونه مقادیر ضریب هیزن و ویلیامز C

لوله‌های مستقیم وبی نهایت هموار	۱۴۰
فولاد یا چدن نو	۱۳۰
چوب، بتن	۱۲۰
فولاد پرچ شده‌ی نو ورنگ شده	۱۱۰
چدن کهنه	۱۰۰
چدن بسیار کهنه وزنگ زده	۸۰

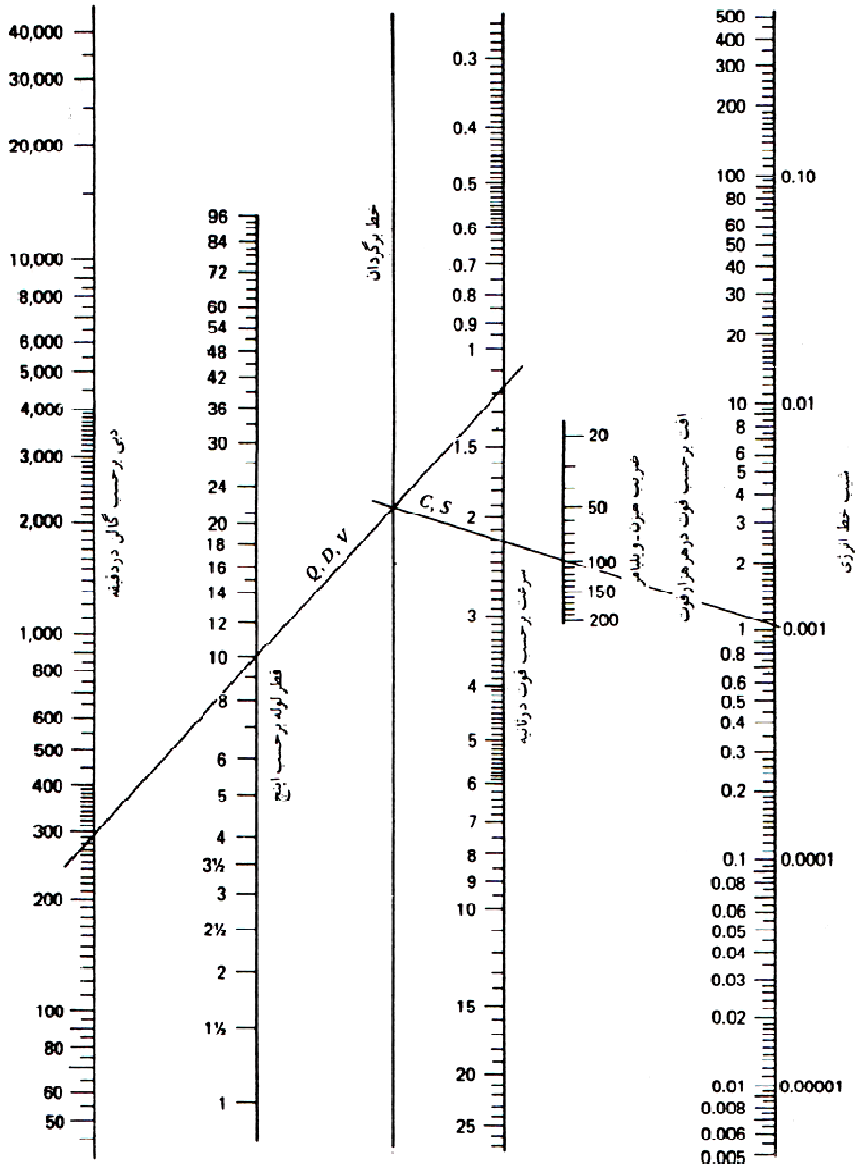
از روی دیاگرام هیزن ـ ویلیامز نیز می‌توان ضریب زبری C را به‌دسـت آورد کـه در شکل (۴-۱۱) آورده شده است.

۴-۱۲-۲ فرمول مانینگ

معادله تجربی دیگری که برای جریان در کانال‌های روباز استفاده می‌شود معادله مانینگ می‌باشد.

$$\left.\begin{aligned} V &= \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad \text{(سیستم SI)} \qquad (۳۳-۴) \\ V &= \frac{1/486}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad \text{(سیستم انگلیسی)} \qquad (۳۴-۴) \end{aligned}\right\} \Rightarrow Q = VA$$

n: ضریب زبری مانینگ (که در جدول ۴-۲ آورده شده است).



شکل ۴-۱۱ دیاگرام هیزن ـ ویلیامز

جدول ۴-۲: مقادیر n در فرمول مانینگ

سطح طبیعی	n	
	Min	***Max***
سطح سیمانی هیدراته نشده	۰/۰۱۰	۰/۰۱۳
لولهٔ چوبی دارای نوار فلزی	۰/۰۱۰	۰/۰۱۳
فلومهای تخته ای، هموار	۰/۰۱۰	۰/۰۱۴
لولهٔ فاضلاب لعابدار	۰/۰۱۰	۰/۰۱۷
فلومهای فلزی، هموار	۰/۰۱۱	۰/۰۱۵
بتن، پیش ساخته	۰/۰۱۱	۰/۰۱۳
سطوح ملات سیمانی	۰/۰۱۱	۰/۰۱۵
فلومهای تخته ای، ناهموار	۰/۰۱۱	۰/۰۱۵
سفال رسی زهکشی (در حالت کلی)	۰/۰۱۱	۰/۰۱۷
بتن، یکپارچه	۰/۰۱۲	۰/۰۱۶
آجر با ملات سیمان	۰/۰۱۲	۰/۰۱۷
چدن(نو)	۰/۰۱۳	۰/۰۱۷
سطوح سیمانی لاشه سنگی	۰/۰۱۷	۰/۰۳۰
فولاد پرچ شده	۰/۰۱۷	۰/۰۲۰
لوله‌های فلزی موجدار	۰/۰۲۱	۰/۰۲۵
کانالها و نهرها، زمین هموار	۰/۰۱۷	۰/۰۲۵
فلومهای فلزی، موجدار	۰/۰۲۲	۰/۰۳۰
کانالها:		
خاکبرداری در زمین، هموار	۰/۰۲۵	۰/۰۳۳
خاکبرداری در سنگ، هموار	۰/۰۲۵	۰/۰۳۵
بسترهای زبر و علفهای هرز در جداره‌ها	۰/۰۲۵	۰/۰۴۰
خاکبرداری در سنگ، ناهموار، نامنظم	۰/۰۳۵	۰/۰۴۵
رودخانه‌های طبیعی:		
هموارترین	۰/۰۲۵	۰/۰۳۳
ناهموارترین	۰/۰۴۵	۰/۰۶۰
دارای علف هرز زیاد	۰/۰۷۵	۰/۱۵۰

مثال۴-۱۰: جریانی از روغن ($\upsilon = ۱۰^{-۵} m^۲/s$) به میزان $۱۴۰ Lit/s$ از داخل یک لوله صاف به طول ۲۰۰ متر و قطر۲۰۰ متر عبور می‌نماید. افت بار انرژی در اینحالت چند متر روغن است؟

$$\left(f = \frac{۰/۳۱۶}{\mathrm{Re}^{۰/۲۵}} \ , \quad g = ۹/۸ m/s^۲ \ , \qquad \pi = ۳/۱۴ \right)$$

۱) 2/31 ۲) 4/63 ۳) 9/27 ۴) 18/48

حل:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{۰/۱۴}{\frac{\pi \times ۰/۲^۲}{۴}} = ۴/۴۵۹ m/s$$

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{۴/۴۵۹ \times ۰/۲}{۱۰^{-۵}} = ۸۹۱۷۲$$

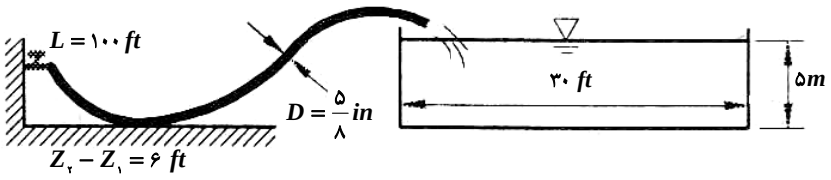
$$f = \frac{۰/۳۱۶}{\mathrm{Re}^{۰/۲۵}} = \frac{۰/۳۱۶}{۸۹۱۷۲^{۰/۲۵}} = ۰/۰۱۸۳$$

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^۲}{۲g} = ۰/۰۱۸۳ \times \frac{۲۰۰}{۰/۲} \times \frac{۴/۴۵۹^۲}{۲ \times ۹/۸} = ۱۸/۵۶ m$$

گزینه ۴ صحیح است.

مثال۴-۱۱: یک مخزن به قطر ۳۰ فوت وعمق ۵ فوت واقع در بالای سطح زمین توسط یک لوله با جدار داخلی صاف و طول ۱۰۰ فوت و قطر $\frac{۵}{۸}$ اینچ پر می‌شود. اگر فشار آب در شیر آبی که شیلنگ به آن متصل است مقدار ۵۵psi ثابت باشد، چقدر طول می‌کشد تا مخزن پر شود؟ آب از لوله به‌صورت یک جت آزاد به ارتفاع۶فوت بالای شیر آب خارج می‌شود.

$$\left[\upsilon = ۱/۲۱ \times ۱۰^{-۵}\ ft^۲/s\right]$$



شکل ۴-۱۲

حل:

$$z_۱ + \frac{p_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} = z_۲ + \frac{p_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + f \frac{L}{D} \frac{V^۲}{۲g}$$

$V_۱ = V_۲ = V$ (چون قطر لوله ثابت است و جریان دائمی است)

$P_۲ = ۰$ (چون فشار نسبی در ۲ صفر است)

$z_۱ = ۰$ (سطح مبنا) $z_۲ = ۶\,ft$ ، $p_۱ = ۵۵ lb/in^۲$ است.

بنابراین از رابطه (۱) داریم:

$$۰ + \frac{p_۱}{\gamma} + ۰ = z_۲ + ۰ + ۰ + f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g}$$

$$\frac{۵۵\times۱۴۴}{۶۲/۴} = ۶ + f\left[\frac{۱۰۰}{\left(\frac{۵}{۸}\right)/۱۲}\right]\frac{V^۲}{۲\times۳۲/۲}$$

یا

$$fV^۲ = ۴/۰۶ \qquad (۲)$$

همچنین عدد رینولدز برابر است با:

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{V\left[\frac{۵}{۸}/۱۲\right]}{۱/۲۱\times۱۰^{-۵}} \Rightarrow \mathrm{Re} = ۴۳۰۰V \qquad (۳)$$

برای جدار صاف $\varepsilon = ۰$ بنابراین $\frac{\varepsilon}{D} = ۰$ است.

همچنین نمودار مودی را برای فرایند سعی و خطا بعنوان رابطه (۴) در نظر می‌گیریم.

در اینجا لازم است برای محاسبه Re, V, f از روابط (۲)، (۳) و (۴) به طریق سعی و خطا استفاده کنیم.

ابتدا فرض می‌کنیم $f = ۰/۰۲$ باشد، در نتیجه از معادلهٔ (۲)، $V = ۱۴/۲\ ft/s$ و از معادله (۳) $\mathrm{Re} = ۶/۱۱\times۱۰^۴$ می‌شود. با استفاده از نمودار مودی مقدار $f = ۰/۰۱۹۶$ حاصل می‌شود که برابر مقدار فرض شده ۰/۰۲ نیست. اکنون $V = ۱۴/۴\ ft/s$ و $\mathrm{Re} = ۶/۱۹\times۱۰^۴$ می‌شود.

همچنین از نمودار مودی $f = ۰/۰۱۹$ می‌شود که برابر مقدار فرض شده است. بنابراین مقدار $V = ۱۴/۴\ ft/s$ صحیح است.

در نتیجه:

$$Q = AV = \frac{\pi}{۴}\left[\frac{\left(\frac{۵}{۸}\right)}{۱۲}\right]^{۲} \times ۱۴/۴ = ۰/۰۳۰۷\,\frac{ft}{s}$$

یا $\forall = Qt \Rightarrow t = \frac{\forall}{Q} = \frac{\frac{\pi}{۴}(۳۰)^{۲} \times ۵}{۰/۰۳۰۷}$ حجم استخر

$t = ۱/۱۵۱ \times ۱۰^{۵}$ ثانیه

مثال۴-۱۲: آب در داخل یک لوله پلاستیکی صاف $(\varepsilon = ۰)$ به قطر $۲۰۰mm$ و با دبی $۰/۱\frac{m^{۳}}{s}$ جریان دارد. ضریب اصطکاک برای جریان در این لوله را محاسبه کنید؟

حل: برای لولهٔ پلاستیکی صاف زبری مطلق (ε) صفر است، در نتیجه زبری نسبی نیز صفر خواهد بود.

همچنین می‌دانیم:

$$\frac{Q}{A} = \frac{۰/۱}{\frac{\pi}{۴}(۰/۲)^{۲}} = ۳/۱۸\ \ m/s$$

بنابراین:
$$Re = \frac{\left(۳/۱۸\ m/s\right)\left(۰/۲m\right)}{\left(۱/۱۲ \times ۱۰^{-۶}\ m^{۲}/s\right)} = ۵/۶۸ \times ۱۰^{۵}$$

اکنون با استفاده از نمودار مودی می‌توان مقدار f را به‌دست آورد: $f = ۰/۰۱۲۸$

مثال ۴-۱۳: دبی روغن برابر ۱۲۶ لیتر بر ثانیه با لزجت سینماتیکی $۰/۰۰۱\ m^{۲}/s$ از داخل لوله‌ای تحت فشار با قطر $۴۰\ cm$ و طول ۴۰۰۰ متر جریان دارد. مقدار انرژی تلف شده برحسب متر چقدر است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^{۲}}\right)$

حل:
$$V = \frac{Q}{A} = \frac{۰/۱۲۶}{\frac{\pi}{۴}(۰/۴)^{۲}} = ۱\ m/s$$

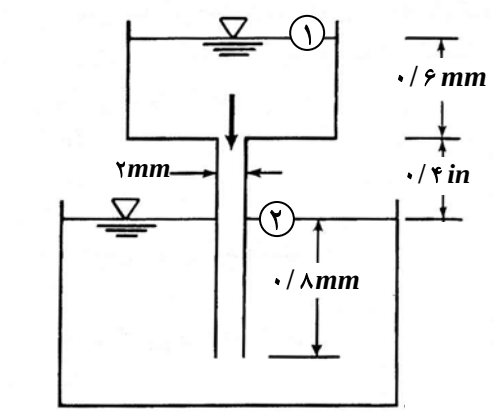
$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{۱ \times ۰/۴}{۰/۰۰۱} = ۴۰$$

چون $\mathrm{Re} = ۴۰۰ < ۲۰۰۰$، بنابراین جریان آرام می‌باشد. در نتیجه انرژی تلف شده از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$h_f = \frac{۳۲\upsilon VL}{gD^۲} = \frac{۳۲\times ۰/۰۰۱\times ۱\times ۴۰۰}{۱۰\times (۰/۴)^۲} \Rightarrow h_L = ۸۰m$$

مثال۴-۱۴: اگر سیال دارای چگالی $\rho = ۷۸۸kg/m^۳$ و همچنین ضریب لزجت دینامیکی $\mu = ۱/۲\times ۱۰^{-۳}\ N.s/m^۲$ باشد، مقدار دبی جریان سیال را برحسب لیتر در ساعت محاسبه کنید؟

حل: رابطه انرژی را بین نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم:



شکل۴-۱۳

$$Z_۱ + \frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} = Z_۲ + \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + h_f$$
$$(۰/۶ + ۰/۴) + ۰ + ۰ = ۰ + ۰ + ۰ + h_f$$
$$h_f = ۱\ m$$

توجه کنید فشار نسبی در نقاط (۱) و (۲) صفر است و به دلیل بزرگ بودن سطح مخازن $V_۱ = ۰$ و $V_۲ = ۰$ هستند. بنابراین:

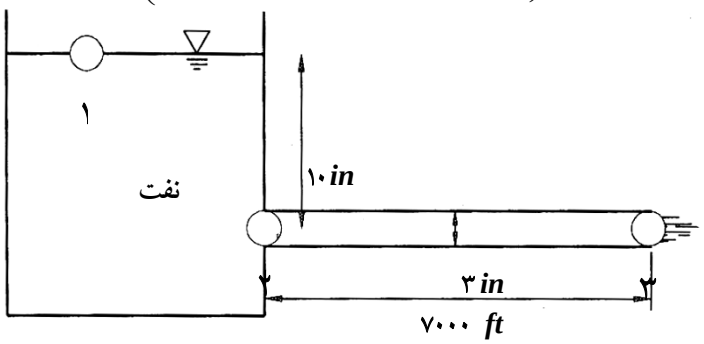
$$h_f = \frac{۱۲۸\ \mu LQ}{\pi\rho g D^۴}$$

$$۱ = \frac{۱۲۸\times ۱/۲\times ۱۰^{-۳}\times (۰/۴ + ۰/۸)Q}{\pi\times ۷۸۸\times ۹/۸۱\times ۰/۰۰۲^۴}$$

$$Q = ۷/۵۹ \, Lit/hr$$

مثال ۴-۱۵: یک مخزن بزرگ نفت به لوله‌ای بطول ۷۰۰۰ فوت و قطر ۳ اینچ مطابق شکل متصل است. فرض کنید جریان در لوله آرام است. سرعت ودبی نفت که به‌صورت آزاد از لوله خارج می‌شود، چقدر است؟ با محاسبه عدد رینولدز تحقیق کنید که آیا جریان آرام است یا خیر؟ فقط تلفات در طول را در نظر بگیرید و از تلفات در ورودی لوله چشمپوشی نمایند.

$$\left(SG_{\text{نفت}} = ۰/۸ \text{ و } \upsilon_{\text{نفت}} = ۱۰^{-۴} \ \frac{ft}{s} \right)$$



شکل ۴-۱۴

حل:

$$Z_۲ + \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} = Z_۳ + \frac{P_۳}{\gamma} + \frac{V_۳^۲}{۲g} + h_f$$

$$۰ + \frac{P_۲}{۰/۸ \times ۶۲/۴} + \frac{V_۲^۲}{۲g} = ۰ + ۰ + \frac{V_۳^۲}{۲g} + h_f$$

دقت کنید در رابطه فوق $Z_۲ = Z_۳ = ۰$ زیرا مبنا محور لوله است. همچنین $P_۳ = ۰$ است زیرا فشار نسبی در نقطه ۳ مساوی صفر می‌باشد. از طرف دیگر می‌دانیم قطر لوله ثابت است، در نتیجه $\frac{V_۲^۲}{۲g} = \frac{V_۳^۲}{۲g}$ خواهد بود. بنابراین رابطه فوق را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{P_۲}{۰/۸ \times ۶۲/۴} = h_f \qquad (۱)$$

$$h_f = \frac{۳۲\upsilon V_۲ L}{gD^۲} = \frac{۳۲\times ۱۰^{-۴}\times V_۲ \times ۷۰۰۰}{۳۲/۲\times\left(\frac{۳}{۱۲}\right)^۲} \Rightarrow h_f = ۱۱/۱۳V_۲ \qquad (۲)$$

همچنین رابطه انرژی را بین (۱) و (۲) می‌نویسیم:

$$Z_۱ + \frac{P_۱}{\gamma} + \frac{V_۱^۲}{۲g} = Z_۲ + \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + h_f$$

$$۱۰+۰+۰ = ۰ + \frac{P_۲}{۰/۸\times ۶۲/۴} + \frac{V_۲^۲}{۲\times ۳۲/۲} + ۰$$

$$\frac{P_۲}{۰/۸\times ۶۲/۴} = ۱۰ - \frac{V_۲^۲}{۲\times ۳۲/۲} \qquad (۳)$$

اگر روابط (۱) و (۲) را مساوی قرار دهیم:

$$\frac{P_۲}{۰/۸\times ۶۲/۴} = ۱۱/۱۳V_۲ \qquad (۴)$$

همچنین روابط (۳) و(۴) را مساوی قرار می‌دهیم:

$$۱۱/۱۳V_۲ = ۱۰ - \frac{V_۲^۲}{۲\times ۳۲/۲} \Rightarrow V_۲ = ۰/۸۹ \quad \frac{ft}{s}$$

$$Q = A_۲V_۲ = \frac{\pi D^۲}{۴}\times V_۲ = \frac{\pi}{۲}\left(\frac{۳}{۱۲}\right)^۲ \times ۰/۸۹ \Rightarrow Q = ۰/۰۴۳۷ \ cfs$$

برای آنکه بدانیم جریان آرام است، عدد رینولدز را محاسبه می‌کنیم:

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{۰/۸۹\times \frac{۳}{۱۲}}{۱۰^{-۴}} \Rightarrow \mathrm{Re} = ۲۲۲۵ < ۲۳۰۰$$

بنابراین جریان آرام است.

۵-۱۳ نیروی دراگ سیال (مقاومت سیال)

اصولاً بر هر جسم غوطه‌ور در یک سیال که نسبت به آن در حال حرکت باشد، نیرویی از طرف سیال وارد می‌شود که با حرکت آن مخالفت می‌کند به عبارت دیگر نیروی عکس‌العملی بر این جسم را در برابر نیروی ناشی از جریان، نیروی دراگ (مقاومت) گویند.

نیروی دراگ به سه صورت وجود دارد:

۱. نیروی دراگ جسم در مقابل انحراف مسیر جریان

۲. نیروی دراگ ناشی از نیروهای برشی اصطکاک که به دراگ اصطکاکی معروف

است

۳. نیروی دراگ ناشی از شکل هندسی جسم که به دراگ فشاری معروف است.

عوامل موثر بر نیروی دراگ وارده بر جسم غوطه ور عبارت اند از:

شکل آیرودینامیکی جسم (S)

سطح تصویر جسم بر روی صفحه‌ای عمود بر جهت جریان (A)

سرعت نزدیک شدن سیال به جسم

جرم مخصوص سیال (ρ)و لزجت سیال (μ)

در حالت کلی نیروی دراگ عبارت است از:

$$F_D = f(S \text{و} A \text{و} V \quad \rho \text{و} \mu) \qquad (۳۵-۴)$$

وبه عبارت دیگر:

$$F_D = f(\mathrm{Re}, S) \times \frac{۱}{۲} A\rho V^{۲}$$

یا (۳۶-۴)

$$F_D = C_D \frac{۱}{۲} A\rho V^{۲}$$

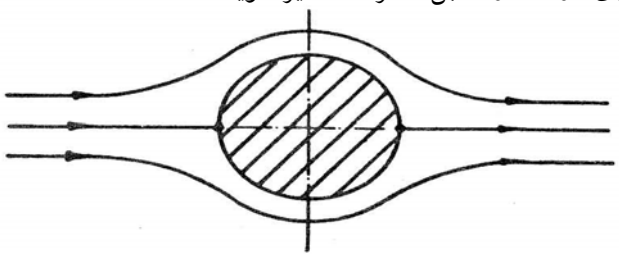
C_D: ضریب دراگ که تابعی از عدد رینولدز و شکل آیرودینامیکی جسم (S) می‌باشد.

برای هر جسم با شکل مشخص فقط یک رابطه خاص بین Re و C_D وجود دارد یعنی:

$$C_D = f(\mathrm{Re} \text{و} S) \qquad (۳۷-۴)$$

۵-۱۳-۱ نیروی دراگ جسم در مقابل انحراف مسیر جریان

خطوط جریان عبوری را در اطراف استوانه‌ای در نظر می‌گیریم که عدد رینولدز این جریان $\mathrm{Re} < ۰/۱$است. در این حالت تأثیرات لزجت غالب بوده و نیروی دراگ در مقابل جریان تماماً ناشی از مقاومت برشی سیال است. در چنین حالتی نیروی وارد بر جسم را نیروی دراگ در مقابل انحراف مسیر گویند.



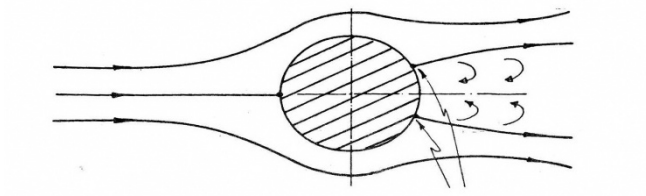
شکل۴-۱۵ خطوط جریان در اطراف استوانه $\mathrm{Re} < ۰/۱$

۵-۱۳-۲ نیروی دراگ ناشی از نیروهای برشی(یا نیروی دراگ اصطکاکی)

هنگامی که عدد رینولدز $Re > ۰/۱$ شود در اطراف جسم لایه بسیار نازکی از سیال به نام لایهٔ مرزی به وجود می‌آید. در این ناحیه سرعت جریان از صفر در مجاورت سطح جانبی جسم تا حد سرعت جریان تغییر می‌کند. منبع تنش‌ها در امتداد لایهٔ مرزی ایجاد نیروی دراگ سطحی که همان نیروی دراگ اصطکاکی است، می‌باشد.

۵-۱۳-۳ نیروی دراگ ناشی از شکل هندسی جسم

چنانچه شکل هندسی جسم به گونه‌ای باشد که موجب شود خطوط جریان سیال از بدنه جسم جدا شوند، در این صورت مانند شکل (۴-۱۴) در پشت جسم، حالت جریان آشفته به وجود آمده و فشار در این منطقه کاهش می‌یابد. اختلاف فشار ایجاد شده، جسم را در معرض نیروی جلو برنده قرار می‌دهد. این نیروی دراگ ناشی از شکل هندسی جسم است.



شکل ۴-۱۴ خط جریان جدا شده از اطراف استوانه

جریان عبوری در لوله‌ها

۱. ضریب اصطکاک در یک لولهٔ کاملاً زبردر جریان متلاطم..... است.

۱) تابعی از عدد رینولدز و زبری نسبی ۲) تابعی از زبری نسبی

۳) فقط تابعی از عدد رینولدز ۴) مستقل از عدد رینولدز و زبری نسبی

۲. یک لولهٔ جریان، متلاطم گفته می‌شود که در رژیم انتقالی باشد در صورتی که ضریب اصطکاک f ، ..... باشد.

۱) فقط مستقل از عدد رینولدز

۲) مستقل از زبری نسبی

۳) تابعی از عدد رینولدز و زبری نسبی

۴) هم مستقل از عدد رینولدز و هم مستقل از زبری نسبی

۳. دو مخزن بوسیلهٔ خط لوله‌ای شامل دو لولهٔ A و B با ضریب اصطکاک و طول یکسان، به‌صورت سری متصل می‌شوند. در صورتی که قطر لولهٔ A، ۲۰ ٪ بیشتر از قطر لولهٔ B باشد، نسبت افت هد در A نسبت به افت هد در B مساوی است با:

۱) ۰/۸۳۳ ۲) ۰/۶

۳) ۰/۵۲۹ ۴) ۰/۴۰۲

۴. دو مخزن بوسیلهٔ دو لولهٔ M و N با قطر و طول یکسان به‌طور موازی متصل می‌شوند. در صورتی که ضریب اصطکاک لولهٔ M، ۴ برابر ضریب اصطکاک لولهٔ N باشد، نسبت دبی در لولهٔ M به دبی در لوله N مساوی است با:

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۲۵

۳) ۲ ۴) ۴

۵. در فرمول هیزن ـ ویلیامز برای خطوط لوله، مقدار ضریب C_H برای لولهٔ آزبست سیمانی..... است.

۱) ۱۰ ۲) ۶۵

۳) ۱۴۰ ۴) ۳۴۰

۶. در طراحی خط لوله، مرسوم است که در فرض ناشی از کهنه شدن لوله‌ها.....

۱) ضریب اصطکاک f با زمان به‌طور خطی افزایش می‌یابد.

۲) اندازهٔ زبری معادل دانه ماسه با زمان به‌طور خطی افزایش می‌یابد.

۳) این لوله‌ها با زمان به‌طور خطی صاف تر می‌شوند.

۴) هیچ تغییر قابل توجهی در ضریب اصطکاک رخ نمی دهد.

۷. دو شبکهٔ لوله هنگامی گفته می‌شوند که در طولهایشان معادل می‌باشند که

۱) دبی‌ها و قطرها یکی باشند.

۲) هر دو شبکهٔ لوله به‌طور سری باشند.

۳) بوسیلهٔ دبی یکسانی در هر دو شبکه لوله، افت هد یکسانی ایجاد شود.

۴) در هر دو شبکهٔ لوله ضریب اصطکاک و دبی یکسانی موجود باشد.

۸. ضریب اصطکاک برای جریان آشفته در کانال‌های زبر.....

۱) به عدد رینولدز بستگی دارد

۲) به‌طور خطی با عکس عدد رینولدز بستگی دارد

۳) مستقل از زبری سطح است
۴) مستقل از عدد رینولدز جریان است.

۹. دو سیستم لوله گفته می‌شود که به‌طور سری معادل می‌باشند هنگامی که
۱) متوسط قطر در هر دو سیستم یکسان است.
۲) متوسط ضریب اصطکاک در هر دو سیستم یکسان است.
۳) طول کلی لوله‌ها در هر دو سیستم یکسان است.
۴) دبی تحت هد یکسان در هر دو سیستم یکسان است.

۱۰. اگر انتهای یک شیلنگ آب را فشار دهیم به‌طوری‌که آب از سطح مقطع کمتری خارج شود:
۱) سرعت فوران آب افزایش می‌یابد چون دبی جریان ثابت است و سطح مقطع کم می‌شود.
۲) سرعت فوران هیچ تغییری نمی کند.
۳) سرعت فوران کم می‌شود.
۴) سرعت فوران می‌تواند افزایش و یا کاهش می‌یابد چون دبی جریان ثابت نیست.

۱۱. در سرعت متوسط یکسان، نسبت افت هد در واحد طول برای لوله در حالت جریان پر به همان لوله در حالت جریان نیمه پر خواهد بود:
۱) ۲ ۲) ۱/۶۳
۳) ۰/۵ ۴) ۰/۶۱

۱۲. یک لوله با قطر ۲۰ cm دبی $۳۵\ Lit/s$ را از طریق یک ورودی ناگهانی از مخزن بزرگی انتقال می‌دهد. افت هد در این ورودی تقریباً مساوی است با:
۱) ۰/۰۱ ۲) ۰/۰۳m
۳) ۰/۰۶m ۴) ۰/۰۹ m

۱۳. در یک لولهٔ مدور قطر لوله به‌طور ناگهانی دو برابر می‌شود. در صورتی که ارتفاع نظیر سرعت جریان در این لوله قبل از افزایش قطر h باشد، بنابراین افت انرژی در افزایش ناگهانی قطر مساوی با..... خواهد بود.
۱) $\frac{h}{۴}$ ۲) $\frac{۳h}{۴}$
۳) $\frac{h}{۱۶}$ ۴) $\frac{۹h}{۱۶}$

۱۴. در صورتی که ضریب اصطکاک جریان آرام عبوری از لولهٔ مدوری ۰/۱ باشد، بنابراین عدد رینولدز این جریان خواهد بود:

۱) ۲۰۰۰ ۲) ۳۲۰

۳) ۶۴۰ ۴) ۶۴

۱۵. در داخل لوله‌ای یک بار جریان توسعه یافته آرام و بار دیگر جریان توسعه یافته درهم داریم. چنانچه سرعت مرکز لوله در هر دو حالت یکسان باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) دبی جریان رژیم درهم بیشتر از رژیم آرام است.

۲) دبی جریان رژیم درهم مساوی رژیم آرام است.

۳) دبی جریان رژیم درهم کمتر از رژیم آرام است.

۴) دبی جریان به عوامل دیگری بستگی دارد.

۱۶. در لوله‌ای با قطر d، جهت انتقال روغن با میزان جریان Q روی فاصلهٔ L، افت هد h است. این لوله با لولهٔ دیگری با نصف قطر $\left(\frac{h}{۲}\right)$ عوض می‌شود تمام عوامل دیگر ثابت باقی می‌مانند، افت هد در این حالت خواهد بود:

۱) ۰/۵ h ۲) ۲ h

۳) ۸ h ۴) ۳۲ h

۱۷. با استفاده از رابطهٔ دارسی ـ وایسباخ، در صورتی که قطر لوله‌ای به میزان ۲۰ درصد کوچک‌تر شود ولی سایر کمیت‌ها ثابت بماند، افت اصطکاکی در این لوله چند برابر می‌شود؟

۱) دو برابر ۲) چهار برابر

۳) سه برابر ۴) ۱/۲۵ برابر

۱۸. در لوله‌ای با طول و جنسهای یکسان به‌طور موازی با یکدیگر متصل می‌باشند. قطر لوله اول D و قطر لولهٔ دوم ۳D می‌باشد. نسبت دبی‌ها $\left(\frac{Q_۲}{Q_۱}\right)$ چقدر است؟

۱) ۱/۷ ۲) ۵/۲

۳) ۹ ۴) ۱۵/۶

۱۹. لوله‌های شمارهٔ (۱) و (۲) بین نقاط A و B به‌طور موازی کار گذاشته شده اند که در آن Lطول لوله، f ضریب اصطکاک دارسی ـ وایسباخ، D قطر لوله، V

سرعت جریان و Q دبی جریان را بیان می‌کند. با صرفنظر کردن از افت انرژی موضعی، مشخص کنید که بین این دو لوله کدامیک از روابط زیر صادق است؟

۱) $\frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{\frac{f_2L_2D_1^5}{f_1L_1D_2^5}}$ ۲) $\frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{\frac{f_1L_1D_1^5}{f_2L_2D_2^5}}$

۳) $\frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{\frac{f_2L_2D_2^5}{f_1L_1D_1^5}}$ ۴) $\frac{Q_1}{Q_2}=\sqrt{\frac{f_2L_2D_1^5}{f_1L_1D_2^5}}$

۲۰. کدام جمله در رابطه با ضریب f در رابطهٔ دارسی ـ وایسباخ غلط است؟

۱) برای اعداد رینولدز کاملاً بالا، به ازای یک زبری نسبی خاص، ضریب f ثابت است.

۲) ضریب f در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است و در جریان‌های آرام فقط ابع عدد رینولدز است.

۳) ضریب f در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است و در جریان‌های کاملاً آشفته فقط تابع زبری نسبی است.

۴) ضریب f در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری نسبی است و در جریان‌های آرام و انتقالی فقط تابع زبری نسبی است.

۲۱. سیالی با لزجت $\upsilon = ۵\times ۱۰^{-۴}\ m^۲/s$ در لوله‌ای به قطر ۳۵ سانتیمتر با سرعت $۲/۵\ m/s$ در جریان است. افت انرژی برای ۱۰۰ متر لوله مساوی چند متر از ارتفاع سیال است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳/۳۳

۳) ۵/۷۵ ۴) ۶/۶۷

۲۲. در داخل یک لوله زبر (در جریان Fully Turbulent Flow) ضریب اصطکاک بستگی به کدام یک از عبارت‌های زیر دارد؟

۱) Reو زبری

۲) عددRe

۳) زبری

۴) لایه آرام داخل لایه مرزی (Laminar Sub layer)

۲۳. هوا با ویسکوزیته سینماتیک $\upsilon = ۱/۵\times ۱۰^{-۵}\ m^۲/s$ با سرعت $۲۵\ m/s$ در یک کانال

کور که سطح مقطع آن مربعی به طول ضلع ۵۰ سانتی متر می‌باشد، عبور می‌نماید. در این حالت عدد رینولدز کدام است؟

۱) ۲۱۲۵۰۰ ۲) ۱۲۵۰۰۰۰

۳) ۲۲۵۰۰۰۰ ۴) ۶۰۰۰۰۰۰

۲۴. در داخل لوله‌ای به قطر D سیالی با چگالی ρ و لزجت μ جریان دارد. چنانچه افت فشار در طول L از لوله که در آن جریان توسعه یافته است، برابر a باشد تنش برشی برابر است با:

۱) $\frac{aD}{۴L}$ ۲) $\frac{aL}{۴D}$

۳) $\frac{aD}{\pi L}$ ۴) $\frac{aL}{\pi D}$

۲۵. کدام عبارت در مورد ویسکوزیته موثر سیال در رژیم جریان آشفته صحیح است؟ در ناحیه لایه آرام:

۱) تنش برشی سیال بزرگتر از تنش برشی سطح جسم است

۲) ویسکوزیته موثر کوچکتر از ویسکوزیته مولکولی سیال است

۳) ویسکوزیته موثر برابر ویسکوزیته مولکولی سیال است

۴) ویسکوزیته موثر بزرگتر از ویسکوزیته مولکولی سیال است

۲۶. طول ورودی جریان آرام فاصله‌ای است که.....

۱) افت فشار به‌طور خطی تغییر می‌کند

۲) جریان آرام به آشفته تبدیل می‌شود

۳) جریان سیال توسعه می‌یابد

۴) ضریب اصطکاک به‌طور خطی تغییر می‌کند

۲۷. اگر در جریان آرام و نیز توربولنت در داخل لوله هر دو نقش برشی روی دیواره برابر فرض شود، نسبت گرادیان فشار جریان آرام به جریان توربولنت کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۲۸. دو لوله با قطر و طول و دبی یکسان داریم. لولهٔ اولی از جنس سیمانو دومی از جنس شیشه کاملاً صاف می‌باشد. جریان آب در هر دو لوله ورقه‌ای $La\min ar$ و با لزجت یکسان است. کدام گزینه در خصوص افت انرژی در این لوله صحیح

است؟

۱) افت انرژی هر دو لوله یکسان است.

۲) افت انرژی لولهٔ سیمانی به علت تفاوت زبری، بیشتر است.

۳) چون لولهٔ شیشه‌ای صاف است، جریان با سرعت بیشتر حرکت خواهد کرد و در نتیجه افت انرژی در آن بیشتر خواهد بود.

۴) با اطلاعات داده داده شده، اظهار نظر در خصوص مقایسه افت انرژی دو لوله امکان پذیر نیست.

۲۹. جریان یک سیال لزج در داخل یک لوله با عدد رینولدز $\mathrm{Re} = ۱۵۰۰$ برقرار است. اگر طول لوله ۲۰ متر، قطر آن ۵ سانتی متر و لزجت سینماتیکی آن برابر $۲\times۱۰^{-۵}\ m^۲/s$ باشد، افت انرژی در طول لوله معادل چند متر خواهد بود؟

$$g = ۹/۸\ m/s^۲$$

۱) ۰/ ۲۱۱ متر ۲) ۰/ ۳۱۶ متر

۳) ۰ / ۴۷۴ متر ۴) ۰/ ۶۳۲ متر

۳۰. سیالی با لزجت سینماتیک $\upsilon = ۵\times۱۰^{-۴}\ m^۲/s$، در لوله‌ای به قطر ۳۵ سانتی متر با سرعت $۲/۵\ m/s$ در جریان است. افت انرژی برای ۱۰۰متر لوله مساوی چند متر از ارتفاع سیال است؟

۱) ۲/ ۵ ۲) ۳ / ۳۳

۳) ۵ / ۷۵ ۴) ۶ / ۶۷

۳۱. در یک جریان آشفته $(Turbulent)$ کدامیک از موارد زیر صحیح است؟

۱) لایه‌های سیال به‌طور موازی با هم حرکت می‌کنند.

۲) تنش بین لایه‌ها از حالت مشابه در جریان ورقه‌ای بیشتر است.

۳) چسبندگی بین لایه‌ها اثر مهم و تعیین کننده‌ای دارد.

۴) ضریب دارسی ـ وایسباخ در همه موارد فقط تابعی از عدد رینولدز است.

۳۲. دو لوله با طول و جنس‌های یکسان به‌طور موازی به یکدیگر متصل می‌باشند. قطر لوله اول D و قطر لوله دوم $۳D$ می‌باشد. نسبت دبی‌ها $\left(\frac{Q_۲}{Q_۱}\right)$ چقدر است؟

۱) ۱ / ۷ ۲) ۵ / ۲

۳) ۹۱۰ ۴) ۱۵ / ۶

۳۳. با استفاده از رابطهٔ دارسی ـ وایسباخ، نشان دهید که اگر قطر لوله‌ای به میزان ۲۰ درصد کوچکتر شود ولی سایر کمیت‌ها ثابت بماند، افت اصطکاکی در این لوله:

۱) دو برابر می‌شود. ۲) چهار برابر می‌شود.

۳) سه برابر می‌شود. ۴) ۲۵ / ۱ برابر می‌شود.

۳۴. روغن با چگالی نسبی ۰/ ۸۵ در یک لوله به قطر داخلی $۷۵\ cm$ با سرعت متوسط $۱/۵\ m/\sec$ را جریان می‌یابد. افت فشار در طول ۳۰۰ متری لوله برابر $۱۰/۷\ Kp$ می‌باشد. ضریب افت اصطکاکی لوله چقدر می‌باشد؟

۱) ۰/ ۰۲۴ ۲) ۰/ ۰۱۴

۳) ۰/ ۰۳۶ ۴) ۰/ ۰۲۸

۳۵. اگر در جریان کاملاً آشفته در لوله‌ها ارتفاع زبری معادل لوله‌ای دو برابر شود در این صورت دبی چه تغییری می‌کند؟

۱) نصف می‌شود. ۲) تغییری نمی کند.

۳) دو برابر می‌شود. ۳) بسته به مشخصات لوله و جریان دارد.

۳۶. اگر در جریان لایه‌ای در لوله‌ها فقط قطر دو برابر گردد (افت کل و طول لوله ثابت بماند) نسبت دبی جدید به دبی قدیم چقدر است؟

۱) ۱۶ ۲) ۳۲

۳) ۸ ۴) ۴

۳۷. در جریان آرام افت انرژی با سرعت:

۱) رابطهٔ معکوس دارد. ۲) رابطهٔ مستقیم دارد.

۳) با توان دوم سرعت رابطهٔ معکوس دارد.۴) ارتباط ندارد.

۳۸. افت بار خطی(Pressure Loss) درجریان درهم (متلاطم) در داخل یک لوله:

۱) به‌طور مستقیم با سرعت جریان بستگی دارد.

۲) به‌طور معکوس با توان دوم سرعت تغییر می‌کند.

۳) به‌طور معکوس با توان دوم قطر لوله بستگی دارد.

۴) به‌طور تقریبی با توان دوم سرعت تغییر می‌کند.

۳۹. در جریان مغشوش در حالت ناحیه جریان لوله جدار زبر می‌توان گفت:

۱) ضریب اصطکاک به زبری نسبی بستگی ندارد.

۲)افت انرژی تقریباً تابعی از توان دوم سرعت و ضریب اصطکاک تابعی از زبری نسبی

۳) لوله زبرتر ضریب اصطکاک مساوی لوله صافی تر است.

۴) ضریب اصطکاک تابعی است فقط از « رینولدز » جریان

۴۰. جریان هوا با سرعت ۱۰ m/s در لوله‌ای جریان دارد. چگالی هوا ۱/۲ Kg/m است. در صورتی که ضریب اصطکاک مودی برابر این جریان برابر ۰/۰۲ باشد، تنش برشی وارد بر جداره لوله چند نیوتن بر متر مربع (N/m) می‌باشد؟

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۵

۳) ۱/۲ ۴) ۲/۴

۴۱. جریانی از روغن $\left(\upsilon = ۱۰^{-۵}\ m^۲/s\right)$ به میزان $۱۴۰\ Lit/s$ از داخل یک لولهٔ صاف به طول ۲۰۰ متر و قطر ۲۰۰ میلی متر عبور می‌نماید. افت بار انرژی در این حالت چند متر روغن است؟

$\left(f = ۰/۳۱۶/\mathrm{Re}^{۰/۲۵}\ و\ g = ۹/۸\ m/s^۲\ و\ \pi = ۳/۱۴\right)$

۱) ۲ / ۳۱ ۲) ۴ / ۶۳

۳) ۹ / ۲۷ ۴) ۱۸ / ۴۷

۴۲. در جریان آرام یک سیال نیوتنی از داخل لوله افقی در صورتی که قطر لوله نصف گردد دبی جریان ثابت بماند، افت فشار در واحد طول چند برابر می‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۸

۳) ۳۲ ۴) ۱۶

۴۳. در لوله‌ای سیال با جریان آرام جاری است. در صورتی که قطر لوله دوبرابر شود ولی جریان همچنان آرام باقی بماند و تغییری نیز در سرعت ایجاد نگردد افت فشار چگونه است؟

۱) به $\frac{۱}{۲}$ تقلیل می‌یابد. ۲) ۲ برابر می‌شود.

۳) ۴ برابر می‌شود. ۴) به $\frac{۱}{۴}$ تقلیل می‌یابد.

۴۴. آب با سرعت ۲/۵ cm/s در یک لوله افقی به قطر ۵ cm جریان دارد. مقدار افت فشار بر واحد طول لوله برابر چند پاسکال می‌باشد؟

$\left(\rho_{H_2O} = ۱۰۰۰ Kg/m^3\right)$,$\nu_{H_2O} = ۱/۰\times ۱۰^{-۶} m^2/s$,$\pi = ۳/۱۴$

۱) ۰/۱۶ ۲) ۰/۳۲

۳) ۰/۶۴ ۴) ۰/۹۶

۴۵. در جریان متلاطم در لوله با رینولدزهای بسیار بالا فاکتور اصطکاک تابعی از:

۱) $f = f(\mathrm{Re})$ ۲) $f = f\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$

۳) $f = f(\mathrm{Re}, \varepsilon)$ ۴) $f = f\left(\mathrm{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right)$

۴۶. آب در لوله‌ای به قطر 10cm جریان دارد. به‌طور تقریبی در چه شدت جریانی انتقال از رژیم آرام به درهم اتفاق می‌افتد؟ $\nu_{H_2O} = ۱۰^{-۶} \frac{m^2}{s}$

۱) ۰/۰۴ ۲) ۴۰

۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۰۰

۴۷. افت فشار در یک خط لوله به قطر ۶۰ سانتیمتر و طول ۱۵ متر برابر ۷۰ کیلو پاسکال می‌باشد. تنش برشی (Shear Stress) در بدنه لوله چند پاسکال است؟

۱) ۲۲/۰ ۲) ۷۰/۰

۳) ۴۲۰/۰ ۴) ۷۰۰/۰

۴۸. اگر سیالی که ویسکوزیته آن با افزایش نرخ برش کاهش می‌یابد در لوله‌ای جریان یابد. مقدار افت فشار آن در مقایسه با سیالی که ویسکوزیته آن ثابت است:

۱) کمتر است ۲) بیشتر است

۳) تفاوتی نمی‌کند ۴) هیچکدام

۴۹. سرعت برای جریان آرام سیال درون یک لوله:

۱) در تمام سطح مقطع ثابت است.

۲) در دیواره، ماکزیمم مقدار را داراست.

۳) در جداره صفر و به طرف مرکز به‌طور خطی افزایش می‌یابد.

۴) در جداره صفر و به طرف مرکز به‌طور سهموی افزایش می‌یابد.

۵۰. در جریان آرام داخل لوله کدام یک از گزینه‌ها ی زیر صحیح می‌باشد؟

۱) ماکزیمم سرعت و ماکزیمم تنش برشی در مرکز لوله وجود دارند

۲) بیشینه سرعت در مرکز لوله و ماکزیمم تنش برشی روی دیواره لوله اتفاق می‌افتد

۳) محل ماکزیمم شدن سرعت و تنش برشی در جریانهای پایدار در مرکز لوله واقع می‌شوند.

۴) محل ماکزیمم شدن سرعت و تنش برشی بستگی به نوع جریان دارد و در جریانهای آرام و درهم متفاوت است.

۵۱. برای جریان در یک لوله معین، در حالتی که افت ارتفاع اصطکاکی متناسب با مجذور دبی است، ضریب اصطکاک f :

۱) ثابت است ۲) متناسب با Re است

۳) متناسب با Re^{-1} است. ۴) متناسب با $Re^{-0/25}$ است.

۵۲. اگر در جریان کاملاً آشفته در لوله‌ها ارتفاع زبری معادل لوله‌ای دو برابر شود در این صورت دبی چه تغییری می‌کند؟

۱) نصف می‌شود ۲) تغییری نمی‌کند

۳) دو برابر می‌شود ۴) بسته به مشخصات لوله و جریان دارد.

۵۳. شیب خط انرژی جریان تحت فشار در شرایط آشفته کامل:

۱) با افزایش عدد رینولدز کاهش می‌یابد

۲) به عدد رینولدز بستگی ندارد

۳) به زبری جداره لوله بستگی ندارد

۴) با افزایش عدد رینولدز افزایش می‌یابد.

۵۴. در جریان آرام افت انرژی با سرعت:

۱) رابطه معکوس دارد ۲) رابطه مستقیم دارد

۳) با توان دوم سرعت رابطه معکوس دارد ۴) ارتباط ندارد

فصل پنجم

محاسبهٔ افتها در لوله‌ها

۵-۱ افت انرژی در خطوط لوله

یکی از شاخه‌های کاربردی علم مکانیک سیالات، برآورد افت انرژی جریان سیال در سیستم‌های لوله کشی و به‌خصوص تأسیسات آبرسانی است. عموماً شبکه لوله‌ها به‌صورت سری، موازی وحلقوی در سیستم آبرسانی طراحی می‌گردند. بنابراین سنجش میزان افت انرژی در نقاط مختلف برای انجام محاسبات دقیق آبرسانی لازم است.

افت‌های حاصله در حرکت سیالات در لوله‌ها را می‌توان به دو بخش افت‌های اصطکاکی (طولی یا خطی) و موضعی (فرعی) تقسیم نمود که افت اصطکاکی ناشی از لزجت و اصطکاک داخلی سیال و افت موضعی به واسطهٔ عوارض موضعی و یا تغییر ناگهانی سطح مقطع پدید می‌آید. بنابراین افت کلی لوله از مجموع افت‌های اصطکاکی و موضعی آن به‌دست می‌آید.

$$\sum h_l = h_f + h_e \qquad (۱-۵)$$

برای محاسبه افت اعم از اصطکاکی و یاموضعی در یک لوله، ابتدا باید نوع جریان آن را تعیین کرد و برای این کار ابتدا عدد رینولدز مربوط به آن را محاسبه می‌کنند. با معلوم شدن نوع جریان، می‌توان با استفاده از فرمول‌ها، جداول و یا منحنی‌ها افت را محاسبه کرد.

۵-۲ افت اصطکاکی(طولی یا خطی) در خطوط لوله

قسمت اعظم افت حاصله در لوله‌ها را افت ناشی از اصطکاک تشکیل می‌دهد که این افت، از اصطکاک ذرات سیال ناشی می‌شود و در مواردی که هیچ گونه پدیدهٔ موضعی

نیز در لوله موجود نباشد باز هم وجود دارد.

اساسی‌ترین فرمول برای محاسبه افت اصطکاکی در لوله‌ها، رابطه دارسی ـ ویسباخ[1] به شرح زیر است:

$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} \qquad (۲-۵)$$

که در آن h_f افت انرژی (افت ارتفاع یا افت خط تراز هیدرولیکی)؛ L طول لوله؛ D قطر لوله؛ V سرعت متوسط و f ضریب اصطکاک لوله می‌باشد.

این رابطه را به‌صورت زیر نیز می‌توان نوشت:

$$j = \frac{h_f}{L} = \frac{f}{d}\frac{V^2}{2g} \qquad (۳-۵)$$

که در آن j افت حاصله به ازای واحد طول است.

رابطه (۵-۲) نشان می‌دهد که مقدارافت در لوله با طول لوله و با توان دوم سرعت رابطهٔ مستقیم دارد.این بدان معنی است که هرچه طول لوله بیشتر باشد، مقدار افت نیز به همان نسبت بیشتر می‌شود و هر چه سرعت بیشتر شود مقدار افت با توان دوم سرعت افزایش می‌یابد؛ یعنی اگر سرعت دو برابر شود، افت در لوله چهار برابر خواهد شد. این نکته به ما کمک می‌کند تا از طراحی سیستم لوله با سرعت زیاد اجتناب شود، تا ضمن جلوگیری از افت زیاد، احتمال ضربهٔ قوچ کاهش یابد.

مقدار افت با قطر لوله رابطهٔ معکوس دارد، یعنی با افزایش قطر افت کاهش می‌یابد و با کاهش قطر، افت افزایش خواهد یافت. البته با توجه این که مقدار V نیز به قطر بستگی دارد ($Q = VA = V.\frac{\pi D^2}{4}$)، در صورتی که که برای یک دبی مشخص قطر افزایش یابد، سرعت نیز به شدت کاهش خواهد داشت. به‌عنوان یک معیار اگر قطریک لوله دو برابر شود، سرعت نیز یک چهارم خواهد شد ودر نتیجه با دو برابر شدن قطر لوله سبب خواهد شد که افت $\frac{1}{32}$ شود، یعنی ۳۲ بار کوچک‌تر خواهد شد.

۵-۳ افت‌های موضعی[2]

در خطوط انتقال سیالات، در برخی نقاط، سرعت جریان از لحاظ مقدار و جهت تغییر

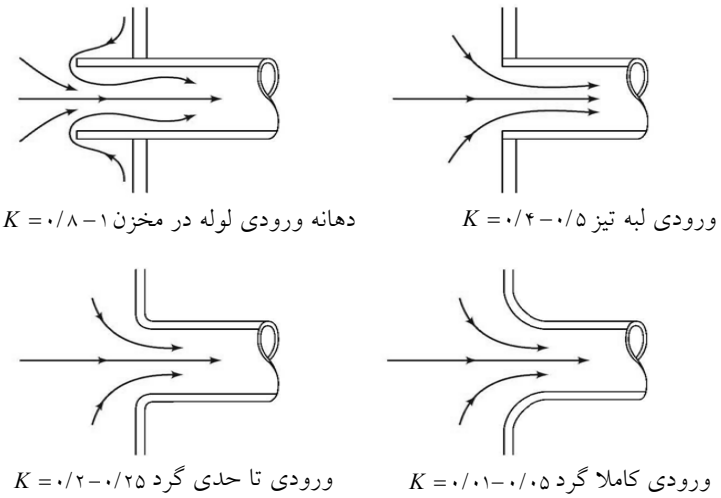
1. Darcey weisbach
2. Minor losses

می‌کند که این خود باعث تلاطم در جریان و کاهش انرژی در اثر جریان می‌شود. این تغییر سرعت می‌تواند ناشی از انبساط یا انقباض مقطع باشد یا در اثر وجود خم‌ها (زانویی‌ها) شیرفلکه و یا سایر اتصالات باشد.

در این حالت مقداری از انرژی جریان تلف می‌شود که به آن افت انرژی موضعی (فرعی) می‌گویند و طبق رابطهٔ عمومی زیر افت موضعی محاسبه می‌شود:

$$h_e = K\frac{V^2}{2g} \qquad (۴-۵)$$

در فرمول فوق V سرعت متوسط جریان در لوله و K ضریب افت است و K قویاً به مشخصات هندسی اتصالات مورد استفاده و مشخصات جریان که توسط عدد رینولدز ارائه می‌شود بستگی دارد. تقریباً تمام تلفات موضعی به‌طور تجربی وبا انجام آزمایش تعیین می‌شوند. یک استثناء مهم ناشی از انبساط ناگهانی است که آن را به‌طور تحلیلی به‌دست می‌آوریم. افت‌های موضعی در لوله‌های طولانی با توجه به مقدار یا جهت سرعت به‌وجود می‌آید که این خود باعث تلاطم درجریان و کاهش انرژی در اثر جریان می‌شود. برای کاهش تلفات ورودی از لوله‌های با دهانهٔ ملایم‌تر استفاده می‌شود. این لوله‌ها اثرات پدیدهٔ فشردگی[1] را کاهش می‌دهند و هر چه انتهای دهانه ورودی لوله ملایم‌تر باشد، ضریب افت بار موضعی K کوچک‌تر خواهد بود. شکل (۵-۱)



شکل ۵-۱ افت موضعی به هنگام ورود مایع از مخزن به لوله

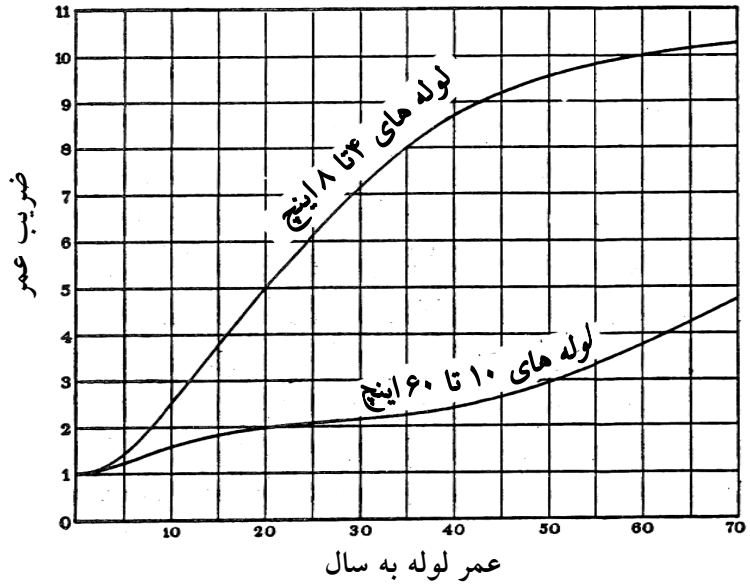
1.Vena

۵-۴ گذشت زمان و تأثیر آن در ضریب اصطکاک (*f*) لوله‌ها

ضریب اصطکاک در حالت کلی تابع عدد رینولدز و زبری سطح داخلی است ولی علاوه بر این مسائل، عامل زمان نیز در این ضریب موثر است.

ضریب اصطکاک بر اثر گذشت زمان افزایش می‌یابد که علت آن فرسودگی سطح داخلی لوله و رسوبات برجداره‌های لوله و افزایش زبری آن است که این عوامل بستگی به نوع لوله و خواص سیال در حال جریان در لوله دارد.

معمولاً در طراحی خطوط لوله، بسته به مدت استفاده از لوله، ضریب اصطکاک را بیشتر در نظر می‌گیرند تا در سالهای آینده نیز استفاده از خطوط لوله براحتی ممکن باشد. در نمودار شکل (۵-۲) رابطهٔ بین عمر لوله و ضریب عمر نشان داده شده است. از روی این منحنی ضریب عمر را تعیین کرده و با ضرب این ضریب در ضریب اصطکاک لوله، ضریب اصطکاک واقعی لوله به‌دست می‌آید.



شکل ۵-۲ تأثیر زمان در ضریب اصطکاک لوله‌ها

تأثیر گذشت زمان در مورد لوله‌های با قطر کم بسیار بیشتر از لوله‌های با قطر زیاد است چون زبری نسبی در مورد لوله‌های با قطر کمتر، اثر بسیار زیادی نشان

خواهد داد.در طراحی سیستم‌های لوله کشی با توجه به این که آن‌ها باید جوابگـوی ۲۰ یا ۲۵ سال آینده باشند، لذا باید زبری‌های ۲۰ یا ۲۵ سال در محاسـبات بـه کـار گرفتـه شوند تا از کارکرد صحیح سیستم در آینده اطمینان حاصل نمود.

۵-۴-۱ افت موضعی در اثرانبساط ناگهانی[1] مقاطع(واگرایی)

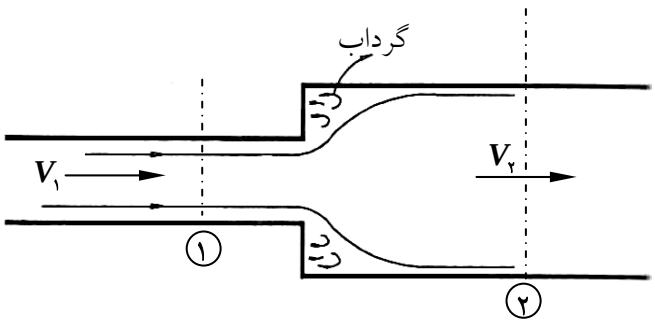
با توجه به شکل (۵-۳) سیال با سرعت V_1، مقطع (۱) به قطر D_1 را تـرک کـرده و بـا سرعت V_2 وارد مقطعی بـا قطـر D_2 مـی‌گـردد و بـه واسـطه افـزایش سـطح مقطـع وجدایش، افت فشاری ایجاد می‌شود که در این حالت افت انرژی موضعی، طبق رابطـهٔ تحلیلی زیر محاسبه می‌گردد:

$$h_e = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \qquad (۵-۵)$$

رابطهٔ (۵-۵) را می‌توان به شکل رابطهٔ کلی افت موضعی نیز در آورد:

$$h_e = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \frac{\left(V_1 - \frac{A_1 V_1}{A_2}\right)}{2g} = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right]^2 \frac{V_1^2}{2g} = K_1 \frac{V_1^2}{2g}$$

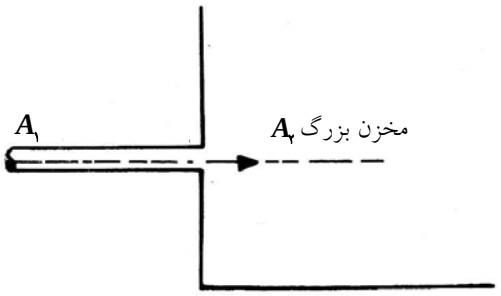
$$h_e = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \frac{\left(\frac{A_2 V_2}{A_1} - V_2\right)^2}{2g} = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)\frac{V_2^2}{2g} = \left[\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 - 1\right]\frac{V_2^2}{2g} = K_2 \frac{V_2^2}{2g}$$



شکل ۵-۳ انبساط مقطع لوله

1.Sudden expansion

در حالتی که لوله‌ها همانند شکل (۵-۴) به مخزن بزرگی متصل شود، با توجه به این که مقطع لوله (A_1) نسبت به مخزن (A_2) بسیار کوچک است لذا می‌توان از نسبت $\frac{D_1}{D_2}$ صرفنظر کرد و در نتیجه افت انرژی به‌صورت $h_e = \frac{V_1^2}{2g}$ در می‌آید. در این حالت انرژی جنبشی به‌طور کامل به انرژی حرارتی تبدیل شده و $K = 1$ می‌باشد.

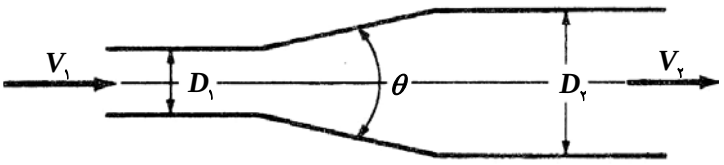


شکل ۵-۴ افت در محل ورود سیال به مخزن

۵-۴-۲ افت موضعی در اثر انبساط تدریجی[1] (انبساط مخروطی)

افت انرژی ناشی از انبساط تدریجی متناسب با فرم و زاویه رأس مخروط است. این افت شامل اثرات اصطکاک لوله در طول انبساط و تلاطم گردابی است و از فرمول زیر به‌دست می‌آید:

$$h_e = K\frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \qquad (۶-۵)$$



شکل ۵-۵ ضریب افت در انبساط تدریجی(انبساط مخروطی)

از این سیستم برای بازیافت و جبران فشار دستگاه‌های اندازه‌گیری فشار استفاده می‌شود (نظیر وانتوری و شیپوره). عموماً در شرایط قطرهای ورودی و خروجی یکسان

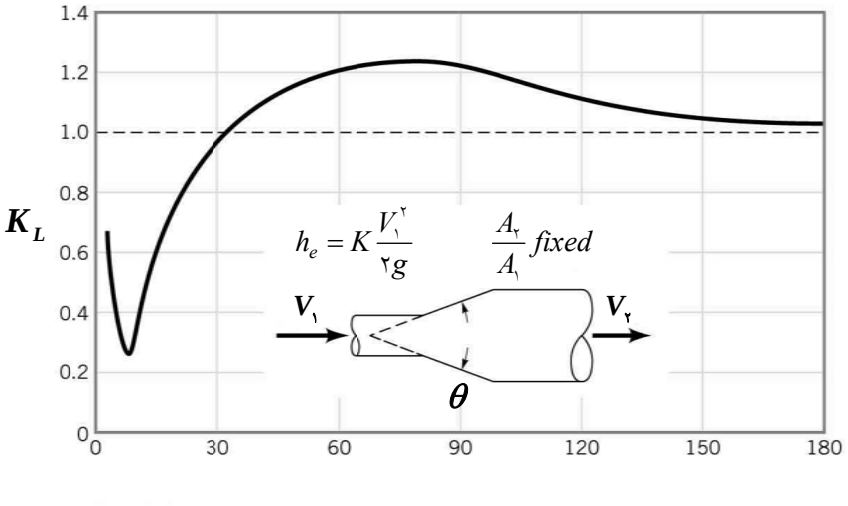
1. Gradual expansion

مقدار افت هد ناشی در انبساط تدریجی کمتر از افت هد ناشی از انبساط ناگهانی می‌باشد.

$$\theta \le ۴۵^\circ \rightarrow K = \frac{۲/۶۵ \ sin\left(\frac{\theta}{۲}\right)\left[۱-\left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^۲\right]}{\left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^۴} \qquad (۵-۷)$$

$$۴۵^\circ < \theta < ۱۸۰^\circ \rightarrow K = \frac{\left[۱-\left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^۲\right]}{\left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^۴} \qquad (۵-۸)$$

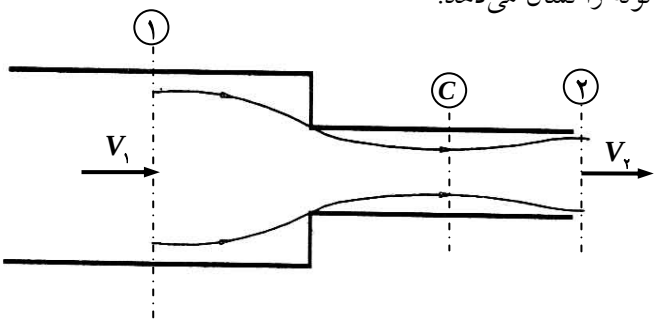
همان‌طور که در شکل (۵-۶) مشاهده می‌شود با افزایش θ مقدار K افزایش می‌یابد که منجر به افزایش تلفات می‌شود.



شکل ۵-۶ ضریب افت در انبساط تدریجی(انبساط مخروطی)

۵-۴-۳ افت موضعی در اثر انقباض ناگهانی[1] (همگرایی)

افت انرژی ناشی از انقباض ناگهانی با همان روشی که در انبساط ناگهانی تحلیل شد، بررسی می‌شود به شرطی که مقدار انقباض معلوم باشد. شکل (۵-۷) انقباض ناگهانی در مقطع لوله را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۷ انقباض ناگهانی در خط لوله

از مقطع (۱) تا (c) که در آن انقباض به حداکثر خود رسیده است، ارتفاع فشاری به ارتفاع نظیر سرعت تبدیل می‌شود و از مقطع (c) تا (۲)، مجدداً ارتفاع نظیر سرعت به ارتفاع فشاری تبدیل می‌گردد. از آنجاکه که فرایند تبدیل ارتفاع فشاری به ارتفاع نظیر سرعت راندمان بالایی دارد، تلفات از مقطع (۱) تا (c) در مقایسه با تلفات از مقطع (c) تا (۲) بسیار کوچک خواهد بود. بنابراین تلفات از مقطع (c) تا (۲) را به‌عنوان افت موضعی ایجاد شده در این حالت، در نظر می‌گیریم و با استفاده از رابطه انبساط ناگهانی مقطع، می‌نویسیم:

$$h_e = \frac{(V_c - V_۲)^۲}{۲g} = \frac{\left(\frac{V_۲ A_۲}{A_c} - V_۲\right)^۲}{۲g} = \left(\frac{A_۲}{A_c} - ۱\right)^۲ \frac{V_۲^۲}{۲g} \qquad (۹-۵)$$

نسبت مساحت جت در مقطع c (مقطع منقبض = Vena contracta) به مقطع ۲، ضریب انقباض نامیده می‌شود که آنرا با C_c نمایش می‌دهند. با جایگذاری $C_c = \frac{A_C}{A_۲}$ در رابطه افت موضعی، خواهیم داشت:

$$h_e = \left(\frac{۱}{C_c} - ۱\right)\frac{V_۲^۲}{۲g} \qquad (۱۰-۵)$$

1. Sudden contraction

از طرفی داریم: $h_e = K\frac{V_۲^۲}{۲g}$

بنابراین:

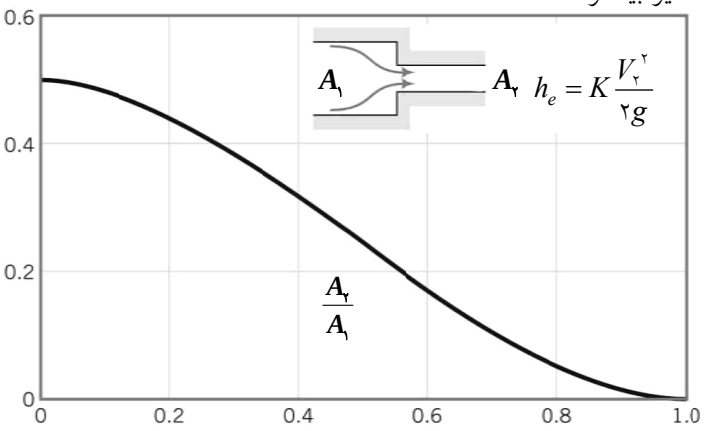
$$K = \left(\frac{۱}{C_c} - ۱\right)^۲ \qquad (۱۱-۵)$$

که در این حالت K را ضریب همگرایی می‌گویند.

به‌عنوان نمونه ضریب انقباض C_c برای آب در جدول زیر ارائه شده است.در $C_c = ۱$ که هیچگونه انقباضی رخ نمی‌دهد، افت برابر صفر است.

$A_۲/A_۱$	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹	۱/۰
C_c	۰/۶۲۴	۰/۶۳۲	۰/۶۴۳	۰/۶۵۹	۰/۶۸۱	۰/۷۱۲	۰/۷۵۵	۰/۸۹۲	۰/۸۱۳	۱/۰

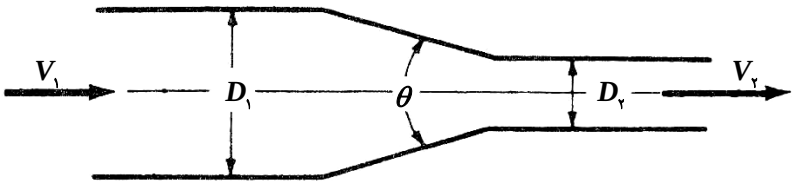
افت فشار در مدخل خط لوله از یک مخزن در صورتی که دهانه دارای لبه‌های تیز باشد را معمولاً $۰/۵\frac{V^۲}{۲g}$ در نظر می‌گیرند. برای دهانه‌ای که گرد شده باشد (مدور) افت حاصل بین $۰/۰۱\frac{V^۲}{۲g}$ و $۰/۰۵\frac{V^۲}{۲g}$ است و می‌توان از آن صرفنظر کرد. برای دهانه‌های تورفته مانند مواردی که لوله در درون مخزن ادامه یافته است، افت بین $۰/۸\frac{V^۲}{۲g}$ و $۱\frac{V^۲}{۲g}$ می‌باشد. با توجه به رابطه کلی افت ($h_e = k\frac{V^۲}{۲g}$)، هرچه K بزرگ‌تر باشد، افت نیز بیشتر است.



شکل۵-۸ ضریب افت موضعی در اثرانقباض ناگهانی (همگرایی)

۵-۴-۴ افت موضعی در اثر انقباض تدریجی(انقباض مخروطی)

افت انرژی در اثر انقباض تدریجی بسیار کم است و می‌توان از آن صرفنظر کرد. در رابطه (۵-۱۲) و (۵-۱۳) فرمول‌های مربوطه برای تعیین K داده شده است.



شکل ۵-۹ ضریب افت موضعی در اثر انقباض تدریجی(انقباض مخروطی)

$$۴۵^\circ < \theta < ۱۸۰^\circ \rightarrow K = \frac{۰/۸ \sin\left(\frac{\theta}{۲}\right)\left[۱-\left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^۲\right]}{\left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^۴} \qquad (۱۲-۵)$$

$$۴۵^\circ < \theta < ۱۸۰^\circ \rightarrow K = \frac{۰/۵\left[۱-\left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^۲\right]\sqrt{\sin\frac{\theta}{۲}}}{\left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^۴} \qquad (۱۳-۵)$$

۵-۵ افت به واسطه اتصالات[1] (زانویی، شیر و...)

به واسطه انواع اتصالات اعم از انواع شیرها، زانویی، سه راهی و... افت‌هایی به‌وجود می‌آید. همان‌طور که مشاهده گردید افت طبق رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$h_e = K\frac{V^۲}{۲g} \qquad (۱۴-۵)$$

لازم به یادآوری است که K برای هر اتصال مقدار مشخص دارد و هر چه افت بیشتر باشد، K نیز بیشتر خواهد شد.

برای انواع اتصالات مقدار K در جدول(۵-۱) زیر آمده است:

1. Losses Due To Fitting

جدول ۵-۱ ضریب افت (K) برای اتصالات مختلف

نوع اتصال	K (ضریب افت)
زانویی ۴۵°	۰/۲۵–۰/۴۵
زانویی ۹۰°	۰/۵–۰/۷۵
شیر توپی (کاملاً باز)	۱۰ /۰
شیر زاویه‌ای (کاملاً باز)	۵/۰
شیر یکطرفه (کاملاً باز)	۲/۵
شیر دروازه‌ای (کاملاً باز)	۰/۱۹
خم با بازگشت تند	۲/۲
سه راه استاندارد	۱/۸
زانویی استاندارد	۰/۹
زانو با شعاع متوسط	۰/۷۵
زانو با شعاع زیاد	۰/۶۰
ورود سیال از مخزن به لوله	۰/۵
ورود سیال از لوله به مخزن	۱/۰

۵-۶ طول معادل[1]

در اکثر مواقع به منظور خلاصه کردن معادلات در حل مسائل سیستم‌های انتقال آب، افتهای موضعی را با طولی از لولهٔ اصلی که افتی معادل آن ایجاد می‌نماید، جایگزین می‌نمایند. این طول را طول معادل لوله L_e گویند.

L_e طولی از لوله است که معادل افت فشار اتصال یا اتصالات را ایجاد می‌کند. افت ناشی از طول L_e برابر $h_f = f\frac{L_e}{D}\frac{V^2}{2g}$ و افت ناشی از اتصال برابر $h_e = K\frac{V^2}{2g}$ می‌باشد که با هم برابرند، لذا طول معادل L_e طبق رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$f\frac{L_{eq}}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{KV^2}{2g} \Rightarrow L_{eq} = \frac{KD}{f} \qquad (۱۵-۵)$$

1. Equivalant Length

که D قطر و f ضریب اصطکاک می‌باشد.

اگر مجموعه‌ای اتصالات در سیستم وجود داشته باشد، K برای مجموع Kها می‌باشد. مثلاً اگر در سیستم دو شیر توپی با $K=۱۰$ و یک زانویی استاندارد با $K=۰/۹$ داشته باشیم K معادل آنها برابر (۰/۹ +۱۰× ۲) می‌باشد.

معمولاً برای محاسبه کل افت بایستی موارد زیر را در نظر داشت:

افت اتصالات+ افت خروجی+ افت مقطع انقباض یافته + افت مقطع انبساط یافته + افت اصطکاک لوله‌ها + افت ورودی = افت کل

به‌طور کلی دو لوله را با هم یا یک سیستم لوله کشی معادل گویند در صورتی که برای یک دبی معین افت هد یکسان باشد.

مثال ۵-۱: حجم هوای $۳۰\ \frac{m^۳}{\min}$ در فشار ۱atm و در دمای $۲۰^{\circ}C$ در یک انبساط ناگهانی جریان دارد. قطر اولیه ۳۰۰ mm و قطر ثانویه ۹۰۰ mmاست. تلفات را بر حسب ژول بر نیوتن به‌دست آورید؟

$$V_۱=\frac{Q}{A_۱}=\frac{\left(\frac{۳۰}{۶۰}\right)}{\left(\frac{\pi\times۰/۳^۲}{۴}\right)}=۷/۱\frac{m}{s}$$

$$h_l=\frac{(V_۱-V_۲)^۲}{۲g}=\left[۱-\left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^۲\right]\frac{V_۱^۲}{۲g}=\left[۱-\left(\frac{۰/۳}{۰/۹}\right)^۲\right]^۲\frac{۷/۱^۲}{۲\times۹/۸۱}=۲\frac{j}{N}$$

نکته (۱): افت انرژی را در حالت کلی می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\sum h_l=h_f+h_e=\left(f\frac{L}{D}+\sum K\right)\frac{V^۲}{۲g} \qquad (۱۵-۶)$$

نکته (۲): اگر افت‌های موضعی یا مساوی ۵ درصد افت اصطکاکی باشند، می‌توان از آنها چشم‌پوشی کرد. در حالت کلی اگر به‌طور متوسط، طول لوله موجود بین هر دو افت موضعی ۱۰۰۰ برابر قطر لوله باشد، می‌توان از تلفات موضعی صرفنظر کرد.

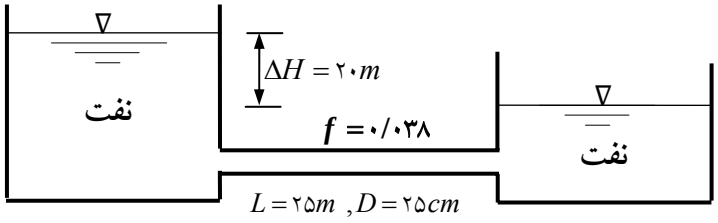
مثال ۵-۲: در شکل زیر، روغن با چگالی نسبی $SG=۰/۸$ و لزجت $\mu=۰/۰۰۸\ Pa.s$ در یک لوله چوبی جریان دارد. اگر لوله در محل خروج از مخزن

دارای لبهٔ تخت (k=۰/۵) باشد با در نظر گرفتن تلفات موضعی:

الف) دبی جریان را تعیین کنید؟

ب) اگر یک شیر فلکه در لوله نصب شود و طوری تنظیم گردد که دبی جریان نصف شود.ضریب افت موضعی آن چقدراست؟(ضریب اصطکاک دراین حالت ثابت می‌ماند.)

ج) طول معادل لوله برای شیر فلکه نصب شده را به‌دست آورید؟



شکل ۵-۱۰

الف): $\sum K = K_{in} + K_{out}$, $\Delta H = \sum h_l = h_f + h_e = \left(f\frac{L}{D} + \sum K \right)\frac{V^۲}{۲g}$

$$۲۰ = \left(۰/۰۳۸ \times \frac{۲۵}{۰/۲۵} + ۰/۵ + ۱ \right)\frac{V^۲}{۲ \times ۹/۸۱} \rightarrow V = ۸/۶\frac{m}{s}$$

ب):
$$Q = V.A = ۸/۶ \times \left(\frac{\pi \times ۰/۲۵^۲}{۴} \right) = ۰/۴۲۲\frac{m^۳}{s} = ۴۲۲\ \frac{lit}{s}$$

ج): $\sum K = K_{in} + K_{out} + K_V$, $\sum h_l = h_f + h_e = \left(f\frac{L}{D} + \sum K \right)\frac{V^۲}{۲g}$

$$۲۰ = \left(۰/۰۳۸ \times \frac{۲۵}{۰/۲۵} + ۰/۵ + ۱ + K_V \right)\frac{۴/۳^۲}{۲ \times ۹/۸۱} \rightarrow K_V = ۱۵/۹۲$$

$$L_e = \frac{K.D}{f} = \frac{K_V.D}{f} = \frac{۱۵/۹۲ \times ۰/۲۵}{۰/۰۳۸} = ۱۰۴/۷m$$

۵-۷ مسائل مربوط به جریان در لوله‌ها

افت انرژی را در دو حالت کلی، شبکه‌های تک مسیری و چند مسیری بررسی می‌کنیم.

۵-۷-۱ افت انرژی در خطوط لوله (مسائل ساده جریان در لوله‌ها)

منظور ما «از مسائل ساده» مسائلی است که در آنها فقط تلفات ناشی از اصطکاک لوله وجود دارد.

برای سیال تراکم‌ناپذیر شش متغیر در مسئله مطرح می‌شود؛ Q، L، h_f، υ و ε.

در کارهای عملی عموماً طول لوله (L)، لزجت سینماتیک، (υ) و زبری مطلق، (ε) معلومند. در این صورت مسائل ساده را می‌توان به سه نوع زیر تقسیم‌بندی کرد:

نوع مسأله	معلومات	مجهول
(۱)	ε و υ و D و L و Q	h_f
(۲)	ε و υ و D و L و h_f	Q
(۳)	ε و υ و L و Q و h_f	D

در هر صورت برای حل مسأله از معادله دارسی ویسباخ، معادلهٔ پیوستگی و دیاگرام مودی استفاده می‌شود.

نکته: برای تعیین f می توان به جای دیاگرام مودی از فرمول صریح زیر در محدوده‌ای که برای کاربرد آن قید شده است، استفاده کرد.[]

$$f = \frac{۱/۳۲۵}{\left[\ln\left(\frac{\varepsilon}{۳/۷۵D} + \frac{۵/۷۴}{R^{۰/۹}}\right)\right]^{۲}} \qquad \begin{matrix} ۱۰^{-۶} < \dfrac{\varepsilon}{D} < ۱۰^{-۶} \\ ۵۰۰۰ \le R \le ۱۰^{۸} \end{matrix} \qquad (۱۶-۵)$$

مقدار f حاصل از فرمول فوق بامقدار حاصل از فرمول کلبروک حدود ۱ درصد اختلاف دارد. تعیین f از این فرمول با ماشین حساب آسان است.[]

روش حل مسائل نوع اول(مجهول h_f)

در این نوع مسائل با معلوم بودن دبی Q؛ قطر D وزبری ε و می‌توان عدد رینولدز یعنی $R = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{۴Q}{\pi D\upsilon}$ وزبری نسبی یعنی $\frac{\varepsilon}{D}$ را محاسبه کرده، سپس f را از دیاگرام

مودی یا فرمول محاسبه کرده و با جاگذاری f در معادله دارسی ـ ویسباخ، h_f به‌دست می‌آید.[]

مثال ۵-۳: ۱۴۰ $\frac{L}{s}$ روغن با لزجت سینماتیک $\upsilon = ۰/۰۰۰۰۱ \frac{m^۲}{s}$ در یک لوله چدنی به قطر200mm و طول 400mm جریان دارد. افت ارتفاع را به‌دست آورید؟

حل: ابتدا عدد رینولدز را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{۴Q}{\pi D \upsilon} = \frac{۴\left(۰/۱۴۰ \frac{m^۳}{s}\right)}{\pi(۰/۲m)\left(۰/۰۰۰۰۱ \frac{m^۲}{s}\right)} = ۸۹/۱۲۷$$

زبری نسبی لوله $\frac{\varepsilon}{D} = \frac{۰/۲۵\, mm}{۲۰۰\ mm} = ۰/۰۰۱۲۵$ است. با میان یابی در دیاگرام مودی داریم: $f = ۰/۰۲۳$ اگر از فرمول (۵-۱۶) استفاده کنیم، خواهیم داشت: $f = ۰/۰۲۳۴$. با جاگذاری مقادیر در معادله دارسی ـ ویسباخ به‌دست می‌آوریم:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^۲}{۲g} = ۰/۰۲۳ \frac{۴۰۰\ m}{۰/۲m} \left[\frac{۰/۱۴}{\left(\frac{\pi}{۴}\right)(۰/۲m)^۲}\right]^۲ \frac{۱}{۲\left(۹/۸۰۶ \frac{m}{s^۲}\right)} = ۴۶/۵۸\ \frac{m.N}{N}$$

روش حل مسائل نوع دوم (مجهول Q)

در این نوع مسأله f و V مجهولند و برای تعیین آنها باید همزمان با حل معادلهٔ دارسی - ویسباخ از دیاگرام مودی استفاده کنیم. چون $\frac{\varepsilon}{D}$ معلوم است، می‌توانیم از روی دیاگرام مودی مقداری برای f فرض کنیم. با قرار دادن این مقدار فرضی در معادله دارسی - ویسباخ مقداری برای V به‌دست می‌آوریم و با آن عدد رینولدز را محاسبه می‌کنیم. سپس با داشتن عدد رینولدز از روی دیاگرام مودی مقدار جدیدی برای f به‌دست می‌آوریم که نسبت به مقدار فرضی قبلی به جواب صحیح نزدیکتر است. این روند را تکرار می‌کنیم تا f با دو رقم با معنی معلوم شود. در آن هنگام مقدار V، مقداری است که در جستجوی آن بوده‌ایم. با ضرب V در سطح مقطع، Q به‌دست خواهد آمد.[]

سوامی (Swamee) وجین (Jain) با استفاده از فرمول کلبروک و معادلهٔ دارسی-

ویسباخ معادلهٔ صریح برای تعیین دبی ارائه کردند که به انـدازهٔ فرمـول کلبـروک دقیـق است و برای همان محدودهٔ مقادیر $\frac{\varepsilon}{D}$ و Re معتبر است.

$$Q = -۰/۹۶۵ D^{۲} \sqrt{\frac{gDh_f}{L}} \ln\left(\frac{\varepsilon}{۳/۷D} + \frac{۱/۷۸۴\upsilon}{D\sqrt{gDh_f/L}}\right) \qquad (۱۷-۵)$$

مثال ۵-۴: آب $15^{\circ}c$ در لوله‌ای به قطـر 300mm جریـان دارد. لولـه از ورقهـای فولادی و با پرچ ساخته شده است و زبری مطلق آن $\varepsilon = ۳mm$ می‌باشد. افت فشار در 300m از طول لوله برابر با 6m است. دبی جریان را به‌دست آورید؟

حل: زبری نسبی لوله $\frac{\varepsilon}{D} = \frac{۰/۰۳}{۰/۳} = ۰/۰۱$ است. با توجه به دیاگرام مودی مقدار f را برابر ۰/۰۴ فرض می‌کنیم و آن را در معادله دارسی ـ ویسباخ قرار می‌دهیم:

$$۶m = ۰/۰۴ \frac{۳۰۰\ m\left(۷\frac{m}{s}\right)^{۲}}{۰/۳m \times ۲ \times \left(۹/۸۰۶\ \frac{m}{s^{۲}}\right)}$$

از حل معادلهٔ فوق به‌دست می‌آوریم: $V = ۱/۷۱۵\ m/s$. لزجـت سـینماتیک را از پیوست برابر $۱/۱۳ \times ۱۰^{-۶}\ m^{۲}/s$ قرائت می‌کنیم. بنابراین:

$$R = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{\left(۱/۷۱۵\ \frac{m}{s}\right)(۰/۳۰m)}{۱/۱۳ \times ۱۰^{-۶}\ \frac{m^{۲}}{s}} = ۴۵۵$$

با مقادیر فوق از دیاگرام مـودی ضـریب اصـطکاک را برابـر $f = ۰/۰۳۸$ قرائـت می‌کنیم. تکرار محاسبات مجدداً به همین نتیجه می‌انجامد. لذا داریم:

$$Q = AV = \pi(۰/۱۵m)^{۲}\sqrt{\frac{(۶m)(۰/۳m)(۲)\left(۹/۸۰۶\ m/s^{۲}\right)}{۰/۰۳۸(۳۰۰\ m)}} = ۰/۱۲۴۵\ m^{۳}/s$$

روش حل مسائل نوع سوم (مجهول D)

در این نوع مسأله که مجهول آن قطر است، در معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ سه مجهول f و

V و D؛ در معادلهٔ پیوستگی دومجهول D و V و در تعریف عدد رینولدز سه مجهول V و D و R وجود دارد. زبری نسبی نیز مجهول است. اگر با استفاده از معادلهٔ پیوستگی سرعت را در معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ و در تعریف عدد رینولدز بر حسب قطر و دبی بیان کنیم، حل مسأله ساده تر می‌شود. معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{Q^2}{2g\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2} \qquad \Rightarrow D^5 = \frac{8LQ^2}{h_f g\pi^2} f = C_1 f \qquad (۵-۱۸)$$

که در آن C_1 برابر $\frac{8LQ^2}{h_f g\pi^2}$ و معلوم است. طبق معادلهٔ پیوستگی $VD^2 = \frac{4Q}{\pi}$ است، پس عدد رینولدز را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$R = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{4Q}{\pi\upsilon}\frac{1}{D} = \frac{C_2}{D} \qquad (۵-۱۹)$$

که در آن C_2 برابر $4Q/\pi\upsilon$ و معلوم است. برای حل مسأله مطابق روال زیر عمل می‌کنیم:

۱. مقداری برای f فرض می‌کنیم.

۲. D را از معادلهٔ (۵-۱۸) می‌آوریم.

۳. R را از معادله (۵-۱۹) به‌دست می‌آوریم.

۴. زبری نسبی یعنی $\frac{\varepsilon}{D}$ را محاسبه می‌کنیم.

۵. با داشتن R و $\frac{\varepsilon}{D}$، مقدار f را از دیاگرام مودی قرائت می‌کنیم.

۶. با استفاده از f جدید مراحل فوق را تکرار می‌کنیم.

۷. هنگامی که مقدار f در دو محاسبه متوالی تا دو رقم با معنی تغییر نکرد، مسأله حل شده است.

معمولاً فقط یک یا دو بار تکرارکافی است. از آنجا که معمولاً از لوله‌های استاندارد استفاده می‌شود، قطر لوله را یک سایز بزرگتر از آنچه محاسبه به‌دست می‌دهد، می‌گیرند.

مثال ۵-۵: قرار است برای انتقال $250\ L/s$ روغن به مسافت 3000m از لولهٔ آهنی تمیز استفاده شود. به ازای افت ارتفاع $25\ m.N/N$، قطر لولهٔ لازم را تعیین کنید.

لزجت سینماتیک روغن $۱\times۱۰^{-۵}\ m^۲/s$ است.

حل: از معادلهٔ (۵-۱۸) داریم:

$$D^۵=\frac{۸(۳۰۰۰)\left(۰/۲۵^۲\right)}{۲۵(۹/۸۰\ ۶)(\pi^۲)}=۰/۶۲f$$

و از معادلهٔ (۵-۱۹) داریم:

$$R=\frac{۴(۰/۲۵)}{\pi(۱۰^{-۵})}\frac{۱}{D}=\frac{۳۱/۸۳۰}{D}$$

و از نمودار مودی داریم: $\varepsilon=۰/۰۴۶\ mm$

اگر فرض کنیم که $f=۰/۰۲$ باشد، آنگاه خواهیم داشت $D=۰/۴۱۶\ m$، $R=۷۶/۵$، $\frac{\varepsilon}{D}=۰/۰۰۰۱۱$ و از دیاگرام مودی داریم $f=۰/۰۱۹۵$ با تکرار مراحل فوق به‌دست می‌آوریم: $D=۰/۴۱۳\ m$، $R=۷۵/۷$ و $f=۰/۱۹۶$. بنابراین $D=۴۱۳\ mm$ می‌باشد.

سوامی و جین با استفاده از روابط بی بعد و به روشی مشابه به روش تعیین فرمول کلبروک، فرمول تجربی زیر را برای تعیین مستقیم قطر ارائه کرده‌اند [۱۵]:

$$D=۰/۶۶\left[\varepsilon^{۱/۲۵}\left(\frac{LQ^۲}{gh_f}\right)^{۴/۷۵}+\upsilon Q^{۹/۴}\left(\frac{L}{gh_f}\right)^{۵/۲}\right]^{۰/۴} \qquad (۲۰-۵)$$

معادلهٔ (۶-۲۳) در محدودهٔ زیر معتبر است:

$$۱۰^{-۶}\le\frac{\varepsilon}{D}\le۲\times۱۰^{-۲} \qquad ۳\times۱۰^۳\le R\le۳\times۱۰^۸$$

و قطر حاصل از آن با جواب حاصل از فرمول کلبروک حدود ۲ درصد اختلاف دارد.

۵-۸ سیستم‌های لوله کشی

در سیستم‌های لوله‌کشی که کاربرد زیادی درشبکه‌های آبرسانی، گازرسانی و غیره دارند، لوله‌ها ممکن است به شکل سری، موازی، انشعابی یا شبکه‌ای به هم متصل شوند.

۵-۸-۱ لوله‌های سری (متوالی)

در صورتی که سیال به‌طور پیوسته در یک خط لوله یا چند لوله با طول، قطر و

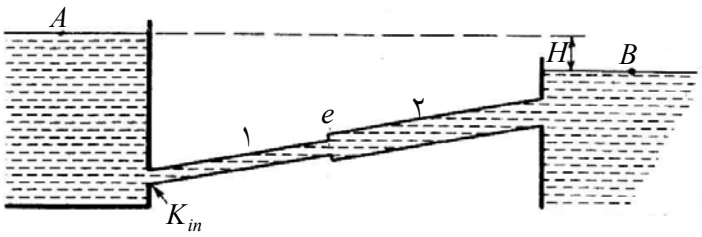
اتصالات مختلف به هم متصل باشند، این خط لوله را خط لوله به‌صورت سری (متوالی) می‌گویند. در شکل (۵-۱۱) دو لولهٔ سری نشان داده شده است.

در حالت سری:

۱. دبی در تمام قسمت‌های لوله یکسان است.

۲. افت هد کل بین دو نقطه ابتدا و انتهای خط لوله برابر مجموع افت بخش‌های مختلف لوله و اتصالات مختلف خواهد بود. به عبارت دیگر:

$$h_{کل} = h_1 + h_2 + \cdots + \sum h_i = h_{in} + h_{f1} + h_e + h_{f2} + h_{out} \qquad (۵-۲۱)$$



شکل ۵-۱۱ لوله‌های سری

دو نوع مسئله مطرح می‌شود.ممکن است Q معلوم و H مجهول باشد و یا اینکه H معلوم و Q مجهول باشد. معادلهٔ انرژی را بین A و B می‌نویسیم:

$$H + ۰ + ۰ = ۰ + ۰ + ۰ + K_{in}\frac{V_1^2}{2g} + f_1\frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g} + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} + f_2\frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

اندیس‌های ۱ و ۲ مربوط به لوله‌ها هستند. آخرین جملهٔ معادلهٔ فوق، افت ارتفاع در خروجی لوله ۲ است. معادلهٔ پیوستگی را به‌صورت $V_1D_1^2 = V_2D_2^2$ نوشته، با استفاده از آن V_2 را حذف می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$H = \frac{V_1^2}{2g}\left\{K + \frac{f_1L_1}{D_1} + \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right]^2 + \frac{f_2L_2}{D_2}\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 + \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4\right\}$$

وقتی قطر و طول لوله‌ها معلوم باشد، این معادله به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$H = \frac{V_1^2}{2g}(C_1 + C_2f_1 + C_3f_2) \qquad (۵-۲۲)$$

در آن C_1 و C_2 و C_3 مقادیری معلومند. در مسأله نوع اول که دبی معلوم است، ابتدا عدد رینولدز جریان در دو لوله را حساب می‌کنیم، سپس fها را از دیاگرام مودی قرائت می‌کنیم. آنگاه با جاگذاری مقادیر در معادلهٔ (۵-۲۵) مستقیماً H را به‌دست می‌آوریم. در مسأله نوع دوم که دبی مجهول است، در معادلهٔ (۵-۲۵) سه مجهول وجود دارد ؛ V_1، f_1 و f_2. ابتدا مقادیری برای f_1 و f_2 فرض می‌کنیم (می‌توان آنها را برابر گرفت). با جاگذاری fهای فرضی در معادله، V_1 را به‌دست می‌آوریم. سپس از روی سرعت‌ها، اعداد رینولدز را تعیین می‌کنیم. آنگاه f_1 و f_2 را از دیاگرام مودی قرائت می‌کنیم. با جاگذاری fهای جدید در معادلهٔ (۵-۲۵) مقدار بهتری برای V_1 به‌دست می‌آوریم. سپس مراحل فوق را مجدداً تکرار می‌کنیم. از آنجا که تغییرات f با تغییر عدد رینولدز بسیار کم است. حل معادله به روش آزمون و خطا به سرعت همگرا می‌شود. این روش برای حالتی که تعداد لوله‌ها بیش از دو عدد باشد نیز به‌کار می‌رود.

۵-۷-۳ لوله‌های معادل

اگر عبور دبی یکسان از لوله‌ها باعث ایجاد افت ارتفاع یکسان شود مسائل لوله‌های سری را با استفاده از روش لوله‌های معادل نیز می‌توان حل کرد. دو لوله ۱ و ۲ را در نظر بگیرید. برای اینکه این دو لوله معادل باشند، باید داشته باشیم:

$$h_{f_1} = h_{f_2} \quad , \quad Q_1 = Q_2$$

طبق معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ برای لولهٔ ۱ داریم:

$$h_{f_1} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{Q_1^2}{\left(\frac{\pi D_1^2}{4}\right)^2 2g} = \frac{f_1 L_1}{D_1^5} \frac{8Q_1^2}{\pi^2 g}$$

و به همین ترتیب برای لولهٔ ۲ داریم:

$$h_{f_2} = \frac{f_2 L_2}{D_2^5} \frac{8Q_2^2}{\pi^2 g}$$

h_{f_1} را با h_{f_2} برابر قرار داده، نتیجه را ساده می‌کنیم و به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{f_1 L_1}{D_1^5} = \frac{f_2 L_2}{D_2^5}$$

از اینجا L_2 به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$L_۲ = L_۱ \frac{f_۱}{f_۲}\left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^۵ \qquad (۲۳-۵)$$

$L_۲$ طولی از لولهٔ ۲ است که معادل لولـهٔ ۱ مـی‌باشـد. بـرای مثـال فـرض کنیـد بخواهیم 300m لوله به قطر250m را با لولـه‌ای بـه قطـر 150m جـایگزین کنـیم. ابتـدا مقـداری بـرای دبـی انتخـاب کـرده، $f_۱$ و $f_۲$ راتخمـین مـی‌زنـیم. فـرض مـی‌کنـیم $f_۱ = ۰/۰۲۰$ و $f_۲ = ۰/۰۱۸$ باشد. در این صورت داریم:

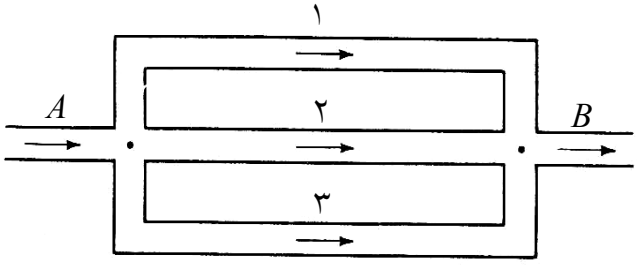
$$L_۲ = ۳۰۰\frac{۰/۰۲۰}{۰/۰۱۸}\left(\frac{۱۵۰}{۲۵۰}\right)^۵ = ۲۵/۹m$$

لذا برای این شرایط فرضی، 25/9m لوله به قطـر 150m معـادل 300m لولـه بـه قطر250m است.

هنگامی که دو یا چند لوله داشته باشیم نیز می‌توان به جای آنها یک لوله در نظـر گرفت که به ازای همان دبی، همان افت ارتفاع را ایجاد کند.

۵-۷-۴ لوله‌های موازی

در صورتی که در خط لوله، یک خط لولهٔ جریان بـه دو یـا چنـد خـط لولـه جداگانـه منشعب شود و مجدداً بـه یکـدیگر متصـل شـوند ایـن خطـوط لولـه را خطـوط لولـه به‌صورت موازی گویند (شکل ۵-۱۲).



شکل۵-۱۲ لوله‌های موازی

در حالت موازی:

۱. دبی کل (Q) به دبی‌های $Q_۱$ و $Q_۲$ و ... تقسیم می‌شود.

۲. افت ارتفاع برای تمام لوله‌ها یکسان است. به عبارت دیگر:

$$Q_{کل} = Q_۱ + Q_۲ + \cdots = \sum Q_i \qquad (۲۴-۵)$$

$$h_{کل} = h_۱ = h_۲ = \cdots = h_i \qquad (۲۵-۵)$$

در شکل (۵-۱۲) لوله‌های ۱و۲و۳ به‌طور موازی به یکدیگر متصل شده‌اند. فرض کنید تلفات موضعی را برحسب طول معادل بیان کرده به طول واقعی لوله‌ها افزوده باشیم. در این صورت داریم:

$$= h_{f_۱} = h_{f_۲} = h_{f_۳} = \frac{P_A}{\gamma} + z_A - \left(\frac{P_B}{\gamma} + z_B\right) \qquad (۲۶-۵)$$

و

$$Q = Q_۱ + Q_۲ + Q_۳$$

z_A و z_B ارتفاع هندسی نقاط A و B است و Q دبی جریان در لولهٔ ورودی یا خروجی می‌باشد.

دو نوع مسأله مطرح می‌شود:

۱. ارتفاع خط تراز هیدرولیک در نقاط A و B معلوم و Q مجهول است.

۲. Q معلوم، دبی هرلوله و افت ارتفاع معادل انرژی مجهول است. قطر و طول و زبری لوله‌ها و خواص سیال معلومند.

مسأله نوع اول در واقع مسأله سادهٔ تعیین دبی است. با معلوم بودن افت خط تراز هیدرولیک یعنی افت ارتفاع، دبی هر لوله به راحتی تعیین می‌شود و از جمع آنها دبی کل به‌دست می‌آید. مسأله نوع دوم مشکل تر است زیرا برای هر لوله نه دبی معلوم است و نه افت ارتفاع معادل انرژی.

پیشنهاد می‌شود که برای حل این نوع مسائل طبق روال زیر عمل کنید:

۱. مقداری برای دبی لولهٔ ۱ فرض کنید. این دبی فرضی را به $Q'_۱$ نشان دهید.

۲. با استفاده از دبی فرضی فوق، $h_{f_۱}$ را به‌دست آورید.

۳. با استفاده از $h_{f_۱}$ دبی سایر لوله‌ها را تعیین کنید. این دبی‌ها را با $Q'_۲$ و $Q'_۳$ نشان دهید.

۴. دبی‌های $Q'_۱$ و $Q'_۲$ و $Q'_۳$ بر اساس افت ارتفاع معادل انرژی یکسان $h_{f_۱}$ به‌دست آمده است. حال فرض کنید که دبی Q به نسبت $Q'_۱$ و $Q'_۲$ و $Q'_۳$ در بین لوله‌ها تقسیم شود. یعنی

$$Q_1 = \frac{Q'_1}{\sum Q'} Q \qquad Q_2 = \frac{Q'_2}{\sum Q'} Q \qquad Q_3 = \frac{Q'_3}{\sum Q'} Q \qquad (۲۷-۵)$$

۵. به ازای دبی‌های Q_1، Q_2 و Q_3، افت ارتفاع در لوله‌ها یعنی h_{f_1}، h_{f_2} و h_{f_3} را محاسبه کنید. برابری این مقادیر نشان از درستی جواب‌ها دارد.

نکته: نسبت دبی‌ها در دولولهٔ موازی ۱و۲ از معادلهٔ زیر تعیین می‌شود:

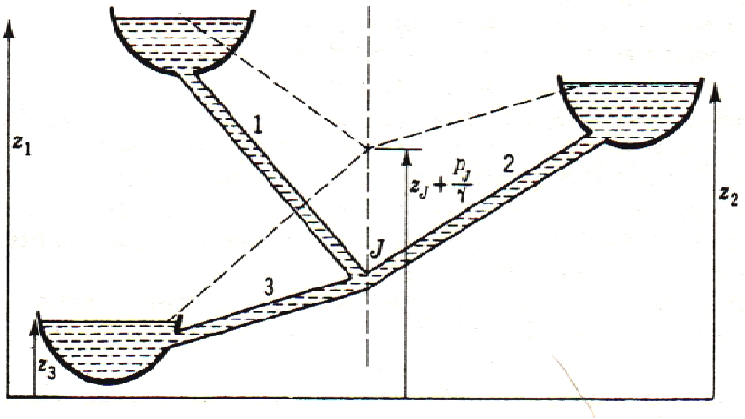
$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{f_2}{f_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{d_1^5}{d_2^5}} \qquad (۲۸-۵)$$

اگر $L_1 = L_2$ و $f_1 = f_2$ باشد:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{2/5}$$

۵-۷-۵ مخازن مرتبط

در شکل (۵-۱۳) سه مخزن نشان داده شده است که توسط سه لوله به یک اتصال مشترک مرتبط شده‌اند. ارتفاع هندسی سطح مخازن معلوم و دبی جریان در لوله‌ها مجهول است. قطر و طول لوله‌ها و خواص سیال معلومند. معادلهٔ دارسی ـ ویسباخ باید برای هر یک از لوله‌ها برقرار باشد.



شکل ۵-۱۳ مخازن مرتبط

معادلهٔ پیوستگی باید برای کل سیستم برقرار باشد، یعنی دبی ورودی به اتصال J

باید با دبی خروجی از آن برابر باشد. مایع از بالاترین مخزن خارج می‌شود و به پایین‌ترین مخزن وارد می‌شود. بنابراین معادلهٔ پیوستگی می‌تواند به یکی از صورت‌های زیر بیان شود:

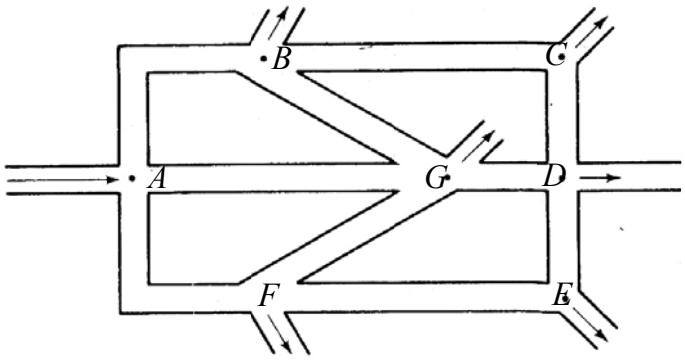
$$Q_۱ = Q_۲ + Q_۳ \qquad \text{یا} \qquad Q_۱ + Q_۲ = Q_۳$$

اگر ارتفاع خط تراز هیدرولیک در محل اتصال لوله‌ها، J، از سطح مایع در مخزن میانی بالاتر باشد، مایع به آن مخزن وارد می‌شود. اگر پایین‌تر باشد، از آن خارج می‌شود. تلفات موضعی را می‌توان به‌صورت طول معادل بیان کرد و به طول واقعی لوله‌ها افزود.

برای حل مسأله ابتدا مقداری برای ارتفاع خط تراز هیدرولیک در J فرض می‌کنیم و دبی‌های $Q_۱$، $Q_۲$ و $Q_۳$ را محاسبه کرده، در معادلهٔ پیوستگی قرار می‌دهیم. اگر دبی ورودی J از دبی خروجی آن بیشتر باشد، باید ارتفاع خط تراز هیدرولیک را بیشتر بگیریم تا دبی ورودی کاهش و دبی خروجی افزایش یابد. و برعکس.

۵-۷-۶ شبکه‌های لوله کشی

از اتصال تعدادی لوله با نقاط ورودی و خروجی زیاد شبکه ی لوله بوجود می‌آید که در واقع مجموعه‌ای از لوله‌های موازی و سری است. برای بررسی این شبکه‌ها از روش هاردی کراس استفاده می‌کنیم. در هر شبکه بایستی شرایط زیر برقرار باشد:



شکل ۵-۱۴ شبکه لوله

برای هر لوله جداگانه در شبکه، دبی Q_i را فرض می‌کنیم که بایستی این فرض به گونه‌ای باشد که رابطهٔ پیوستگی جریان برای لوله‌های موازی برقرار باشد. به عبارت دیگر کل جریان ورودی به هر اتصال باید برابر با کل جریان خروجی از آن باشد و با استفاده از این شرایط، افت بار هیدرولیکی در هر لوله محاسبه می‌شود.

جمع جبری افت هد در هر حلقه بسته از شبکه لوله برابر صفر است. جریانی که در حلقه در جهت عقربه‌های ساعت است مثبت فرض کرده همچنین افت بار هیدرولیکی جریان نیز مثبت است و جریانی که در خلاف جهت عقربه‌های ساعت است منفی فرض کرده و افت بار هیدرولیکی آن نیز منفی خواهد بود.

برای حل مسائل به روش‌هاردی کراس ابتدا مقدار دبی برای هر لوله تخمین‌زده می‌شود به‌گونه‌ای که رابطهٔ پیوستگی جریان برای تمام شبکه و در هر نقطه اتصال برقرار باشد. سپس مقدار تصحیح دبی در هر حلقه بسته محاسبه می‌گردد و براساس این مقدار، دبی جدیدی تخمین زده می‌شود. این کار به‌وسیلهٔ سعی وخطا و تکرار آنقدر ادامه پیدا می‌کند تا دبی موردنظر با دقت مناسب به‌دست آید و ΔQ مقدار صفر و یا بسیار ناچیز گردد به عبارت دیگر:

$$Q = Q_{\circ} + \Delta Q$$
$$\Delta Q = -\frac{\sum h_f}{n\sum\left(\frac{h_f}{Q}\right)} \qquad (۲۹-۵)$$

ΔQ: تصحیح دبی جریان برای هر حلقه

$\sum h_f$: جمع جبری افت هد برای تمام لوله‌های حلقه

$\sum\left(\frac{h_f}{Q}\right)$: مجموع افت هد تقسیم بر دبی جریان برای هر لوله در هر حلقه

۵-۸ افت ناشی از اصطکاک برای کانال‌ها و مقاطع غیرمدور

با اینکه لوله‌های به کار رفته در کارهای مهندسی عمدتاً سطح مقطع گرد دارند، ولی مواردی پیش می‌آید که محاسبات افت ارتفاع را باید برای مجراهای مستطیلی و سایر مجراهای غیر گرد انجام داد. در این بحث پارامتر جدیدی به نام شعاع هیدرولیکی (R) به جای قطر (D) به‌کار می‌رود.

شعاع هیدرولیکی (R) عبارت است از: نسبت مساحت سطح مقطع به محیط مرطوب.

به عبارت دیگر:

$$R = \frac{A}{P} \qquad (۳۰-۵)$$

که برای یک مقطع دایره‌ای داریم:

$$R = \frac{\frac{\pi D^۲}{۴}}{\pi D} = \frac{D}{۴} \Rightarrow D = ۴R$$

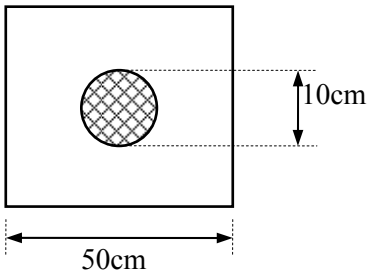
و با جایگزینی این مقدار در معادلهٔ دارسی ـ وایسباخ داریم:

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^۲}{۲g} \quad ، \quad D = ۴R \Rightarrow h_f = f\frac{L}{۴R}\frac{V^۲}{۲g}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho VD}{\mu} \Rightarrow \mathrm{Re} = \frac{V(۴R)\rho}{\mu} \qquad (۳۱-۴)$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{\varepsilon}{۴R} \qquad (۳۲-۴)$$

مثال۵-۶: مطابق شکل (۵-۱۵) آب از فضای بین دایره و مربع عبور می‌نماید. قطر معادل مجرا چند متر است؟

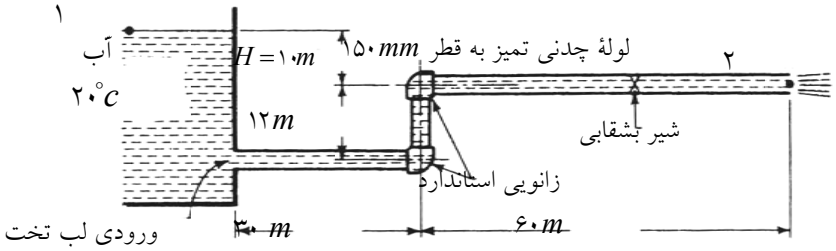


شکل ۵-۱۵

رابطه قطر هیدرولیکی با شعاع هیدرولیکی به‌صورت زیر است:

$$D = ۴\frac{A}{P} \quad \rightarrow \quad D = ۴\frac{۰/۵^۲ - \frac{\pi \times ۰/۱^۲}{۴}}{۴\times ۰/۵ + \pi \times ۰/۱} = ۰/۴۱۸۶\, m$$

مثال ۵-۷: در شکل زیر اگر H=10m باشد، دبی چقدر است؟ اگر دبی 60L/s باشد، H چقدر است؟



شکل ۵-۱۶ خط لوله با تلفات موضعی

حل: روش اول:

معادلهٔ انرژی را بین نقاط ۱ و ۲ می‌نویسیم. تمام تلفات را منظور می‌کنیم:

$$H_۱ + ۰ + ۰ = \frac{V_۲^۲}{۲g} + ۰ + ۰ + \frac{۱}{۲}\frac{V_۲^۲}{۲g} + f\frac{۱۰۲\, m}{۰/۱۵\, m}\frac{V_۲^۲}{۲g} + ۲(۰/۹)\frac{V_۲^۲}{۲g} + ۱۰\frac{V_۲^۲}{۲g}$$

ضریب افت موضعی را برای ورودی $\frac{۱}{۲}$، برای زانویی ۰/۹ و برای شیر بشقابی ۱۰ گرفته‌ایم. پس از ساده کردن معادله فوق به‌دست می‌آوریم:

$$H_۱ = \frac{V_۲^۲}{۲g}\left(۱۳/۳ + ۶۸۰ f\right)$$

داریم:

$$۱۰ = \frac{V_۲^۲}{۲g}\left[۱۳/۳ + ۶۸۰\ (۰/۰۲۲)\right]$$

و از حل آن به‌دست می‌آوریم: $V_۲ = ۲/۶۳ m/s$. از پیوست لزجت سینماتیک را برابر $۱\times ۱۰^{-۶}\, m^۲/s$ قرائت می‌کنیم. حال زبری نسبی و عدد رینولدز را محاسبه می‌نماییم:

$$\frac{\varepsilon}{D}=۰/۰۰۱۷ \qquad R=\frac{(۲/۶۳m/s)(۰/۱۵\ m)}{۱/۰۱\times۱۰^{-۶}m^{۲}/s}=۳۹۱$$

با توجه به مقادیر فوق ضریب اصطکاک را از دیاگرام مودی برابر 0/023 قرائت می‌کنیم. با تکرار مراحل فوق به‌دست می‌آوریم:

$$f=۰/۰۲۳\ ,\ R=۳۸۰\ ,V_{۲}=۲/۶۰m/s$$

دبی به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$Q=V_{۲}A_{۲}=(۲/۶۰\ m/s)\frac{\pi(۰/۱۵m)^{۲}}{۴}=۴۵/۹\ L/s$$

حل: قسمت دوم مساله با معلوم بودن دبی داریم:

$$V_{۲}=\frac{Q}{A}=\frac{۰/۰۶\ m^{۳}/s}{(\pi/۴)(۰/۱۵\ m)^{۲}}=۳/۴۰m/s\quad ,\ R=۵۰۵\quad ,\ f=۰/۰۲۳$$

$$H_{۱}=\frac{(۳/۴m/s)^{۲}}{۲(۹/۸۶m/s^{۲})}\left[۱۳/۳+۶۸۰(۰/۰۲۳)\right]=۱۷/۰۶m$$

روش دوم: استفاده از روش طول معادل

ابتدا مقدار fرا برابر 0/022 تخمین می‌زنیم. مجموع ضرایب افت موضعی $K=۱۳/۳$ است (انرژی جنبشی در مقطع ۲ نیز به‌عنوان یک افت موضعی در نظر گرفته شده است). بنابراین طبق معادله $L_e=\frac{KD}{f}$ داریم:

$$L_e=\frac{۱۳/۳(۰/۱۵)}{۰/۰۲۲}=۹۰/۰۷\ m$$

لذا طول کل برابر است با $۱۹۲/۷m$ = ۱۰۲ + ۹۰/۰۷.قسمت اول مساله به‌صورت زیر حل می‌شود:

$$۱۰\ m=f\frac{L+L_e}{D}\frac{V_{۲}^{۲}}{۲g}=f\frac{۱۹۲/۷m}{۰/۱۵m}\frac{(V_{۲}m/s)^{۲}}{۲g\ m/s^{۲}}$$

اگر fرا برابر 0/022 بگیریم، داریم $V_{۲}=۲/۶۳m/s$ و $R=۳۹۱$. بنابراین $f=۰/۰۲۳$ است و داریم $Q=۴۵/۶L/s, V_{۲}=۲/۵۸m/s$ معمولاً لزومی ندارد که با استفاده از fجدید، L_e را تغییر دهیم.

اگر تلفات موضعی ۵ درصد افت ارتفاع ناشی از اصطکاک لوله یا کمتر باشند، می‌توان از آنها چشم‌پوشی کرد. به‌طور کلی اگر به‌طور متوسط طول لولهٔ موجود بین هر

دو افت موضعی ۱۰۰۰ برابر قطر لوله باشد، می‌توان از تلفات موضعی صرفنظر کرد.

تست‌های فصل پنجم: محاسبه افت در لوله‌ها

۱. شرح نادرست را تعیین کنید: افتهای جزیی.....

۱) هنگامی که ۵ ٪ یا کمتر باشند از افت اصطکاکی لوله صرف نظر می‌شود.

۲) عبارتند از افت‌هایی که در اتصالات لوله به‌وجود می‌آیند.

۳) معمولاً کمتر از افت اصطکاکی لوله می‌باشند.

۴) می‌توانند برحسب طول معادل یک لولهٔ مستقیم بیان شوند.

۲. هنگامی که جریانی از مخزن بزرگ به داخل لوله‌ای به‌وجود می‌آید، افت انرژی هنگامی ماکزیمم خواهد بود که:

۱) ورودی این لوله از نوع کاملاً گرد باشد.

۲) ورودی این لوله از نوع لبهٔ تیز باشد.

۳) ورودی این لوله از نوع پیش آمده باشد.

۴) ورودی این لوله از نوع ورودی قائمه باشد.

۳. افت هد ایجاد شده مربوط به انبساط ناگهانی لوله از مساحت A_1 به مساحت A_2 و سرعت از V_1 به V_2 تعیین می‌شود بوسیلهٔ:

۱) $\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2\frac{V_2^2}{2g}$ ۲) $\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2\frac{V_2^2}{2g}$

۳) $\left(1-\frac{A_2}{A_1}\right)^2\frac{V_2^2}{2g}$ ۴) $\left(1-\frac{A_2}{A_1}\right)^2\frac{V_1^2}{2g}$

۴. آب به میزان $5\,m^3/s$ از داخل لوله‌ای به قطر ۲۰ سانتی متر عبور می‌کند. اگر قطر لوله به‌طور ناگهانی به ۳۰ سانتی متر افزایش یابد، میزان افت بار $(head\ loss)$ در این انبساط چند متر آب است؟

$$\left(g=9/8\,m^3/s\ \text{و}\ \pi=3/14\right)$$

۱) ۳۹۹/۲۸ ۲) ۲۹۹/۶۳

۳) ۱۹۹/۶۴ ۴) ۸۹/۵۰

۵. طول معادل افت‌های موضعی در لوله‌ها عبارت است از:

وقتی که D قطر لوله معادل، f ضریب اصطکاک لوله در رابطهٔ دارسی و K ضریب افت موضعی می‌باشد.

۱) $\frac{Kf}{D}$ ۲) $\frac{KD}{f}$

۳) $\frac{D}{Kf}$ ۴) $\frac{f}{KD}$

۶. طول معادل یک شیر توپی $(k=۱۰)$ در یک خط لوله $f=۰/۰۲۵$ چند برابر قطر لوله است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰

۳) ۴۰۰ ۴) ۸۰۰

۷. در یک زانویی که روی صفحه افقی قرار دارد سطح مقطع ورودی دو برابر سطح مقطع خروجی است و اختلاف فشار ورودی و خروجی برابر $۰/۳۷۵\rho$ کیلو پاسکال است که در آن ρ دانسیته آب می‌باشد سرعت ورودی و خروجی در صورتی که جریان بدون اصطکاک باشد به ترتیب با کدام گزینه برابر است؟

۱) ۱ و۲ ۲) ۰/۲۵ و ۰/۵

۳) ۰/۵ و ۱ ۴) ۰/۷۵ و ۱/۵

۸. مجموع طول معادل از یک لوله به قطر $۰/۵m$ و ضریب اصطکاک $f=۰/۰۲$ برای یک زانو $(k=۰/۹)$ یک شیر توپی $(k=۱۰)$ و یک شیر دروازه‌ای $(k=۰/۷)$ برابر چند متر است؟

۱) ۷۲/۵ ۲) ۱۳۰

۳) ۱۴۵ ۴) ۲۹۰

۹. در یک جریان تحت فشار چنان چه مقطع جریان تنگ بشود و به آرامی به مقطع اولیه خود برگردد.....

۱) تغییر جزیی در مقدار سرعت جریان به‌وجود خواهد آمد.

۲) در مقطع فشردگی فشار کاهش و سرعت افزایش می‌یابد.

۳) خط شیب هیدرولیکی به خط انرژی نزدیک می‌شود.

۴) فشار آب در مقطع تنگ شده زیادتر خواهد شد.

۱۰. کدامیک از تعاریف زیر درست است؟

۱) افت انرژی رابطهٔ مستقیم با طول لوله دارد.
۲) افت انرژی رابطه مستقیم با قطر لوله دارد.
۳) افت انرژی رابطه مستقیم با سرعت دارد.
۴) افت انرژی رابطه مستقیم با فشار دارد.

۱۱. در کدامیک از حالات زیر افت کمتری در رابطه با جریان سیال در یک شبکه خواهیم داشت؟
۱) گشاد شدن ناگهانی و یا تدریجی لوله
۲) تنگ شدن ناگهانی یا تدریجی لوله
۳) عبور جریان سیال از یک لولهٔ مستقیم
۴) عبور جریان سیال از شیر فلکه یا زانویی

۱۲. افتهای موضعی در شیرها و اتصالات به چه عواملی بستگی دارد؟
۱) فقط به سرعت
۲) به سرعت و شتاب ثقل
۳) به سرعت، شتاب ثقل و عدد رینولدز
۴) به سرعت، شتاب و ضریب K مربوط به آن اتصال

۱۳. افت فشار در ونتوری مترها عبارت است از:
۱) افت فشار تابع اختلاف فشار نیست ۲) افت فشار همان اختلاف فشار است
۳) درصدی ثابتی از فشار ورودی ۴) درصدی از اختلاف فشاراست

۱۴. سه لوله با قطرهای $d_۳ = ۳۰۰mm, d = ۲۰۰mm, d = ۱۰۰mm$ به‌طور موازی قرار دارند. افت فشار در کدام لوله بیشتر است؟
۱) لوله با قطر $۱۰۰\ mm$ ۲) لوله با قطر $۲۰۰mm$
۳) لوله با قطر $۳۰۰\ mm$ ۴) افت فشاردر هر ۳ لوله برابر است.

۱۵. در سیستم لوله‌های سری:
۱) افت واحد طول در همهٔ لوله لوله‌ها یکسان است.
۲) دبی جریان در همه لوله‌ها برابر است.
۳) تلفات کلیه لوله‌ها با هم برابر است.
۴) دبی کل برابر است با مجموع دبی لوله‌ها.

فصل ششم

آنالیز ابعادی و تشابه هیدرولیکی

۶-۱ مقدمه

شناخت پارامترهای بی بعد درک ما را از پدیده‌های جریان سیال عمیق‌تر می‌نماید. پارامترهای بی بعد مربوط به جریان سیال نیز چنین خصوصیتی دارند. با استفاده از پارامترهای بی بعد می‌توانیم نتایج آزمایش را عمومیت داده، آنها را برای وضعیت‌هایی با ابعاد فیزیکی متفاوت و اغلب برای وضعیتهایی با خواص سیال متفاوت نیز به‌کار ببریم. آنچه ما را قادربه تعمیم نتایج آزمایش می‌کند، دانستن مفاهیم آنالیز ابعادی است که در این فصل ارائه می‌شود. تعمیم نتایج آزمایش مزایای متعددی دارد. با این کار توانایی آن را می‌یابیم که به توصیف جامع پدیده بپردازیم و صرفاً به تفسیر نتایج آزمایش خاصی که انجام شده است، محدود نشویم. از اینرو می‌توانیم با انجام تعداد کمی آزمایش (هر چند بسیار برگزیده) از جنبه‌های پدیده پرده برداریم و از این طریق به صرفه‌جویی‌های مهمی در وقت و هزینه نائل شویم. همچنین می‌توانیم نتایج تحقیق خود را به‌صورت فشرده‌تر و مفهومتر به سایر مهندسان و دانشمندان ارائه کنیم تا استفاده از آنها برای ایشان آسان شود.

این مبحث خود به دو شاخه کاملاً متفاوت به نام تحلیل ابعادی و تشابه مدلی تقسیم می‌شود. تحلیل ابعادی تکنیکی است که با آن می‌توان رابطه ریاضی بین چند پارامتر را به‌دست آورد. اگر بدانیم بین چند پارامتر حتماً باید رابطه‌ای وجود داشته باشد کنار هم قرار گرفتن این پارامترها در کنار هم و در قالب یک رابطه باید از منطقی

درست برخوردار باشد. این ارتباط منطقی با تحلیل ابعادی به‌دست می‌آید. اما تشابه مدلی تکنیکی است که با آن می‌توان یک مخزن بزرگ یا یک رودخانه و یا یک ساختمان ویا ماشین هیدرولیکی و غیره را در مقیاس خیلی کوچک‌تر از مقیاس اصلی آن (گاهی اوقات مدل می‌تواند بزرگتر از مقیاس اصلی نیز باشد) در آزمایشگاه و با هزینه بسیار کم ایجاد کرد وآزمایش‌های مورد نظر را روی آن انجام داد و چگونگی نتایج در مدل[1] را می‌توان به نمونه اصلی[2] تعمیم داد. در ادامه تحلیل ابعادی و تشابه مدلی به تفکیک توضیح داده شده اند.

۶-۲ تحلیل ابعادی وروشهای آن

پارامتر هیدرولیکی و فیزیکی از نظر ابعادی دارای تعریف خاصی است. مثلاً کمیت (بُعد) اندازه‌گیری مسافت، طول است که معمولاً با L نشان داده می‌شود. دقت داشته باشید که بُعد با واحد یکی نیست. واحد اندازه‌گیری مسافت می‌تواند متر، میلی‌متر، کیلومتر، اینچ، فوت و یا مایل باشد. پس بُعد اندازه‌گیری مسافت طول است و واحد آن می‌تواند یکی از موارد فوق باشد. همه پارامترهایی که می‌شناسیم از نظر ابعادی دارای تعریف مشخص و ثابتی هستند، هر چند از نظر واحدی ممکن است به شکل‌های گوناگون بیان شوند. برای مثال مساحت را در نظر بگیرید. مساحت از حاصل ضرب طول در طول به‌دست می‌آید، پس از نظر ابعادی L^2 است که می‌توان با واحدهایی مانند متر مربع، میلی متر مربع، کیلو متر مربع و یا هکتار، بیان شود.

کمیت‌های اصلی موجود در اکثر پارامترهای فیزیکی و هیدرولیکی عبارتند از جرم (M)، طول (L) وزمان(T). رابطهٔ اصلی که این سه کمیت را به هم مرتبط می‌نماید، قانون دوم نیوتن است که به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$F = ma$$

که درآن F نیرو، m جرم و a شتاب می‌باشد که خود به شکل زیر نوشته می‌شود:

1. Model
2. PrototyPe

$$a = \frac{dV}{dt}$$

که dV تغییرات سرعت و dt تغییرات زمان است.

شکل ابعادی معادله ی فوق را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$V = LT^{-1}$$
$$m = M$$
$$t = T$$

سپس خواهیم داشت:

$$F = MLT^{-2}$$

در تحلیل ابعادی ممکن است از سیستم‌های MLT و یا FLT استفاده شود. در سیستم MLT پارامترهای اصلی جرم، طول و زمان هستند و بقیه پارامترها با این پارامترهای اصلی در نظر گرفته می‌شود و بقیه پارامترها با این پارامترهای اصلی بیان می‌شوند. در بیشتر کتاب‌ها مکانیک سیالات، سیستم ابعادی مورد استفاده، MLT می‌باشد. بر این اساس همهٔ پارامترهایی که می‌شناسیم می‌توانند با این سه کمیت اصلی بیان شوند.

استفاده از روش تحلیل ابعادی در بسیاری از حالات می‌تواند رابطه‌های مشکل را تجزیه و تحلیل نموده و بین متغیرهای مختلف یک معادله، روابط صحیحی را به‌دست آورد. در یک رابطه صحیح فیزیکی، در صورت نوشتن معادله بر حسب پارامترهای اصلی آحاد بایستی کمیات مختلف در طرفین یک معادله دارای تجانس و تشابه کامل باشند یعنی بایستی نمای این پارامترها یکسان باشد و به عبارت دیگر کلیه عبارات جمع شونده آن معادله باید دارای ابعاد یکسان باشند.

فرض کنید $Z = a + b + c + ...$ نشان‌دهندهٔ یک معادله فیزیکی باشد. در آنصورت شرط لازم و کافی برای همگنی ابعادی آن است که اولاً دیمانسیون a و b و c و... یکی باشد، ثانیاً بعد آنها با بعد Z که در طرف دیگر معادله قرار دارد یکسان باشد.

وقتی تعداد کمیت‌ها یی که در پدیده‌ای دخالت دارند کم باشند، می‌توان بدون استفاده از تکنیک خاصی روابط بدون بعد را نوشت و اشکالی نیز ندارد. اما اگر تعداد

کمیت‌ها زیاد باشند دیگر نمی توان ذهنی چیدمان کمیت‌ها را به‌دست آورد. لـذا بـدین منظور روش‌های متفاوتی مثل قضیه π باکینگهام و روش رایتمایر استفاده می‌شود.

در جدول ۱-۹ برخی از کمیت‌های مورد استفاده در مکانیک سیالات و ابعاد آنها آورده‌تر شده است.

جدول ۱-۹ ابعاد برخی از کمیت‌های مورد استفاده در مکانیک سیالات

کمیت	علامت اختصاری	ابعاد	
		MLT	FLT
طول	L	L	L
سطح	A	$L^۲$	$L^۲$
حجم	$\forall$	$L^۳$	$L^۳$
سرعت	V	$LT^{-۱}$	$LT^{-۱}$
شتاب	A	$LT^{-۲}$	$LT^{-۲}$
دبی حجمی	Q	$L^۳T^{-۱}$	$L^۳T^{-۱}$
دبی جرمی	$\dot{m}$	MT^{-1}	$FTL^{-۱}$
چگالی	ρ	$ML^{-۳}$	$FT^۲T^{-۴}$
وزن مخصوص	γ	$ML^{-۲}T^{-۲}$	$FL^{-۳}$
فشار وتنش	P,σ	$ML^{-۱}T^{-۲}$	$FL^{-۲}$
لزجت دینامیکی	μ	$ML^{-1}T^{-1}$	$FTL^{-۲}$
لزجت سینماتیکی	υ	$L^۲T^{-۱}$	$L^۲T^{-۱}$
کشش سطحی	σ	$MT^{-۲}$	$FL^{-۱}$
نیرو	F	$ML\,T^{-۲}$	FL
سرعت زاویه ای	ω	$T^{-۱}$	$T^{-۱}$
گشتاور	M	$ML^۲T^{-۲}$	FL
توان	P	$ML^۲T^{-۳}$	$FLT^{-۱}$
انرژی وکار	W,E	$ML^۲T^{-۲}$	FL
جرم مخصوص	ρ	$ML^۲T^{-۲}$	$FL^{-۴}T^۲$

۱-۲-۶ قضیه باکینگهام[1]

قضیه باکینگهام بیان می‌کند که در یک مساله فیزیکی شـامل n کمیـت و تعـداد m بُعـد اصلی است، کمیات‌ها را می‌توان به‌صورت $(n\text{-}m)$ پارامتر بی بعـد مسـتقل،مرتب کـرد.

1. Buckingham Theorem

فرض کنید $A_1,A_2,A_3,...A_n$ کمیات مطرح در مساله، مثلاً فشار، لزجت، سرعت و غیره باشند. تمام این کمیات برای حل مساله موثر شناخته شده‌اند وبنابراین باید رابطه‌ای بین آنها وجود داشته باشد. یعنی:

$$F(A_1, A_2, A_3,..., A_n) = 0 \qquad (۱-۶)$$

حال اگر پارامترهای بی بعد را $\pi_1, \pi_2, ...$ نشان دهیم، طبق قضیه باکینگهام رابطه فوق به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$F(\pi_1, \pi_2, \pi_3,..., \pi_{n-m}) = 0 \qquad (۲-۶)$$

قضیه باکینگهام به علت نمایش پارامترهای بی بعد با حرف π به نام (قضیهπ) معروف شده است.

روش تعیین پارامترهای π این است که ابتدا تعداد m کمیت از کل کمیت‌های A انتخاب می‌شوند که دارای ابعاد مختلفی باشند و شامل m بُعد اصلی (M و L و T) باشند، بنابراین حداکثر مقدار m برابر سه خواهد بود. برای هر پارامتر بدون بُعد، این m کمیت A را به‌صورت متغیرهای تکراری همراه با توان مجهول و با یکی از کمیت‌های باقی ماندهٔ دیگر A با توان یک به کار می‌بریم، لذا اولین پارامتر بدون بعد را می‌توان به‌صورت زیر استخراج کرد.

$$\pi_1 = A_1^{x_1}.A_2^{y_1}.A_3^{z_1}\ A \qquad (۳-۶)$$

که در آن A_3,A_2,A_1 متغیرهای تکراری و A_4 یکی از متغیرهای غیر تکراری باقی مانده می‌باشد.لذا هر π دارای $m+1$ عضومی باشد که m تعداد ابعاد یاپارامترهای تکرارخواهد بود و تعداد (n-m) پارامتر بدون بعد به‌دست خواهد آمد و آخرین پارامتر بدون بعد به شکل زیر خواهد بود.

$$\pi_{n-m} = A_1^{x_{n-m}}.A_2^{y_{n-m}}.A_3^{z_{n-m}}.A_n \qquad (۴-۶)$$

در معادلات فوق توان‌های مجهول به‌صورتی تعیین می‌شوند که پارامتر π بدون بُعد شود. البته باید توجه داشت که در انتخاب متغیرهای تکراری کمیتی که دارای اهمیت کمتری می‌باشد، نباید به‌عنوان متغیر تکراری انتخاب شود. ضروری است که متغیرهای تکراری از یکدیگر مستقل باشند یعنی هیچکدام را نتوان برحسب سایر ین بیان کرد.

به‌طورخلاصه میتوان گفت که n پارامتر (متغیر) شامل m بعد دارای n-m عدد

بدون بعد π می‌باشد. که تعداد پارامترهای هر π برابر $m+1$ بوده و تعداد پارامترهای تکراری نیز برابر m است.

مراحل انجام تحلیل ابعادی

گام ۱: کمیت‌های (پارامترها یا متغیرها) مؤثر در مسئله را انتخاب کنید (فهرست کردن متغیرها).

گام ۲: نوشتن تابعی از متغیرها.

گام ۳: به‌دست آوردن تعداد تابع بدون بُعد و انتخاب متغیرهای تکراری.

گام ۴: نوشتن معادلات بدون بُعد با قراردادن کمیت‌های تکراری با توان‌های مجهول و کمیت غیرتکراری با توان ۱

گام ۵: نوشتن معادلات با جایگزینی ابعاد به جای کمیت‌ها و استخراج توان هر بُعد اصلی و مساوی صفر قراردان آنها

گام ۶: به‌دست آوردن توان‌های مجهول

گام ۷: جانشین کردن توان‌های به‌دست آمده در معادله گام ۴ و به‌دست آوردن پارامترهای بدون بُعد

گام ۸: جانشین کردن پارامترها بدون بعد در رابطه زیر:

$$F(\pi_۱ \text{ و } \pi_۲ \text{ و } \pi_۳ \text{ و} ... \pi_{n-m})$$

گام ۹: در صورت لزوم ترکیب پارامترهای بدون بُعد برای تغییر فرم پارامترهای بدون بُعد و به‌دست آوردن روابط دیگر.

برای درک بهتر ۹ گام بهتر است در مثال‌های زیر مجدداً مراحل را مرور نمایید.

مثال ۶-۱: برای جریان درهم در لوله افقی صیقلی، افت فشار واحد طول یعنی $\frac{\Delta P}{l}$ به سرعت جریان V، قطر لوله D، لزجت دینامیک سیال μ و دانسیته آن ρ، بستگی دارد.

$$F(\frac{\Delta P}{l}, V, D, \rho, \mu) = ۰$$

با استفاده از آنالیز ابعادی فرم کلی معادله فوق را به‌دست آورید؟

حل: مراحل را طبق گام‌های بیان شده دنبال می‌کنیم.

گام ۱: کمیت‌هایی که در مساله وجود دارند عبارتند از:

کمیت	لزجت دینامیک	دانسیته	قطر	سرعت	افت فشار در واحد طول
علامت	μ	ρ	D	V	$\Delta p/l$
ابعاد	$ML^{-1}T^{-1}$	ML^{-3}	L	LT^{-1}	$ML^{-2}T^{-2}$

گام ۲: تابعی که برای این متغیرها مبتواند نوشته شود، به شکل زیر است:

$$F(\frac{\Delta P}{l}, V, D, P, \mu) = 0$$

گام ۳: این مساله دارای پنج کمیت ($n=5$) و سه بُعد اصلی ($m=3$) می‌باشد، و قضیه باگینگهام به ما می‌گوید ($n-m=5-3=2$) تنها دو تابع بدون بعد می‌توان بین کمیت‌ها ایجاد نمود که می‌توانیم آنها را π_1 و π_2 نام‌گذاری نماییم.

$$F(\pi_1, \pi_2) = 0$$

با توجه به این که $m=3$ است از کمیت‌های مساله مقادیر V,D,P را به‌عنوان متغیر تکراری و μ و $\Delta p/l$ را به‌عنوان متغیرغیر تکراری در نظر می‌گیریم.

۴. توابع بدون بعد را به‌صورت حاصلضرب متغیرهای تکراری (نماهای مختلف) با توان مجهول و کمیت غیرتکراری با توان یک می‌نویسیم:

$$\pi_1 = V^{x_1} D^{y_1} \rho^{z_1} \mu$$

$$\pi_2 = V^{x_2} D^{y_2} \rho^{z_2} \frac{\Delta P}{l}$$

گام ۵: بجای کمیت‌ها، ابعاد آن‌ها را در هر معادله قرار می‌دهیم و با توجه بدون بعد بودن π ($M^0L^0T^0 = 1$) و تجانس ابعادی به یک دستگاه سه معادله و سه مجهول برای هر π خواهیم رسید.

برای تعیین π_1 می‌نویسیم:

$$\pi_1 = V^{x_1} D^{y_1} \rho^{z_1} \mu \to (LT^{-1})^{x_1} L^{y_1} (ML^{-3})^{z_1} ML^{-1}T^{-1} \equiv M^{0}L^{0}T^{0}$$

$$\begin{cases} x_1 + y_1 - 3z_1 - 1 = 0 \\ -x_1 - 1 = 0 \\ z_1 + 1 = 0 \end{cases}$$

برای تعیین π_2 می‌نویسیم:

$$\pi_2 = V^{x_2} D^{y_2} \rho^{z_2} \frac{\Delta P}{l} \to (LT^{-1})^{x_2} L^{y_2} (ML^{-3})^{z_2} ML^{-2}T^{-2} \equiv M^{0}L^{0}T^{0}$$

$$\begin{cases} x_2 + y_2 - 3z_2 - 2 = 0 \\ -x - 2 = 0 \\ z_2 + 1 = 0 \end{cases}$$

گام ۶: با حل دستگاه معادلات،توان‌های مجهول را استخراج می‌کنیم:

برای π_1:

$$z_1 = -1 \, , y_1 = -1, x_1 = -1$$

برای π_2:

$$z_2 = -1 \, , y_2 = 1 \; , \; x_2 = -2$$

گام۷: حال توان‌های به‌دست آمده را در معادلات گام۴ قرار می‌دهیم:

$$\pi_1 = V^{-1} D^{-1} \rho^{-1} \mu$$

$$\pi_2 = V^{-2} D^{1} \rho^{-1} \frac{\Delta P}{l}$$

بنابراین:

$$\pi_1 = \frac{\mu}{VD\rho} \qquad\qquad \pi_2 = \frac{\Delta P / l}{\rho V^2 / D}$$

رابطه بین پارامترهای بی بعد را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$f\left(\frac{VD\rho}{\mu}, \frac{\Delta P / l}{\rho V^2 / D}\right) = 0$$

گام ۹: پارامترهای بی بعد را اگر بخواهیم می‌توانیم معکوس کنیم. اولین پارامتر یعنی $\frac{VD\rho}{\mu}$ عدد رینولدز است که یکی از مهمترین پارامترهای بی‌بعد در مکانیک سیالات می‌باشد. مقدار عدد رینولدز نوع جریان را معلوم می‌کند. با نمایش عدد

رینولدز به R_e، معادله فوق به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\Delta P}{l} = f_1(R_e, \frac{\rho V^2}{D})$$

فرمولی که به‌طور معمولی به‌کار می‌رود به‌صورت زیر است:

$$\frac{\Delta P}{l} = f(R_e)\frac{\rho V^2}{2D}$$

این فرمول بر حسب افت ارتفاع ΔH به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\Delta H}{L} = f(R)\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

۶-۲-۲ روش دوم برای تعیین پارامترهای بی بعدروش‌هانساکر[1] و رایتمایر[2]

هانساکر و رایتمایر روش دیگری برای تعیین پارامترهای بی بعد ابداع کرده‌اند که زودتر به نتیجه می‌رسد. در این روش ابتدا ابعاد اصلی M و L و T را برحسب متغیرهای تکراری بیان می‌کنیم. آنگاه روابط حاصله را در نمایش ابعادی سایر کمیات قرار می‌دهیم تا پارامترهای بی بعد به‌دست آیند. برای نمونه در مثال (۶-۱) متغیرهای تکراری V و D و ρ به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$V = LT^{-1} \qquad D = L \qquad \rho = mL^{-3}$$

حال M و L و T را بر حسب متغیرهای تکراری بیان می‌کنیم:

$$V = LT^{-1} \rightarrow V = DT^{-1} \rightarrow T = DV^{-1}$$
$$\rho = ML^{-3} \rightarrow \rho = MD^{-3} \rightarrow M = \rho D^3$$

$$L = D \qquad T = DV^{-1} \qquad M = \rho D^3$$

برای یافتن پارامترهای بی بعد مستقیماً از معادلات فوق استفاده می‌کنیم. برای تعیین π_1 می‌نویسیم:

$$\mu = ML^{-1}T^{-1} = \rho D^3 D^{-1} D^{-1} V = \rho DV$$

و در نتیجه داریم:

---
1. Hunsaker
2. Rightmire

$$\pi_1 = \frac{\mu}{\rho D V}$$

برای تعیین π_2 می‌نویسیم:

$$g = LT^{-2} = DD^{-2}V^2 = V^2 D^{-1}$$

و در نتیجه داریم:

$$\pi_2 = \frac{g}{V^2 D^{-1}} = \frac{gD}{V^2}$$

در این روش احتیاجی نیست که برای تعیین هر پارامتر، حل سه معادله و سه مجهول تکرار شود.

۶-۳ ضوابط انتخاب متغیرهای تکراری

تعداد این متغیرها باید مساوی با تعداد ابعاد اصلی (اولیه) در مسئله باشد.

متغیرهای تکراری نباید شامل متغیر وابسته در فهرست اصلی باشد.

متغیرهای تکراری باید به بهترین شکل ممکن فیزیک مسئله را بیان کنند. برای این منظور، انتخاب متغیرهای تکراری مناسب می‌توان در سه گروه مشخص شامل متغیرهای هندسی، خواص سیال و اثر عوامل خارجی طبقه‌بندی شود. متغیرهای هندسی توسط طولها (مانند قطر لوله) مشخص می‌شوند و خواص سیال توسط عواملی نظیر جرم یا لزجت سیال مشخص می‌شوند که تمایل دارند تغییراتی در سیستم ایجاد کنند. و اثر عوامل خارجی با پارامترهایی نظیر سرعت،شتاب و... معین می‌گردند.

انتخاب پارامترهای تکراری باید به نحوی باشد که ترکیب آنها تشکیل یک پارامتر بدون بعد ندهد. برای مثال V,D,ρ با ابعاد LT^{-1} , L ,ML^{-3} نمی توانند یک پارامتر بدون بعد تشکیل دهند زیرا L,M قابل ساده یا حذف شدن در بین سه پارامتر V,D,ρ نیستند.

۶-۴ محدودیت‌های تحلیل ابعادی

۱. تحلیل‌های ابعادی قادر به شناسایی عوامل مؤثر در پیش‌بینی یک پدیده نیست، بلکه تجربه محقق نشان می‌دهد کدام عوامل در یک پدیده مؤثر می‌باشند.

۲. حذف یک متغیر معنی دار در تحلیل یک پدیده ممکن است موجب حذف

یک پارامتر بدون بعد معنی دار شود، همچنان‌که نگهداری یک پارامتر بدون بعد غیر مفید موجب صرف هزینه بیهوده و اتلاف زمان می‌شود.

نکات:

گروه‌های بی بعد، گروه‌هایی از کمیات می‌باشند، هنگامی که در یکدیگر ضرب می‌شوند نمایش ابعادی آنها برابر واحد است.

در صورتی که یک کمیت بدون بعد وجود داشته باشد، این کمیت یک عامل بدون بعد π است.

هر گاه در یک مسأله $n\text{-}m=1$ باشد، فقط یک پارامتر بدون بعد برای توضیح مسأله لازم است.در این حالت $\pi_1=c$ خواهد بود که در آن c یک ثابت است.

در صورتی که دو کمیت دارای ابعاد یکسان باشند نسبت آنها یک عامل بدون بعد π خواهد بود.

هر توان یک عامل بدون بعد π خود یک عامل بدون بعد است.

ضرب یک عدد در هر عامل بدون بعد،خود یک عامل بدون بعد است.

هر عامل بدون بعد π را می‌توان به‌صورت تابعی از عوامل بدون بعد دیگر π بیان نمود.

اگر یک پارامتر π از ضرب یا تقسیم سایر پارامترهای π به‌دست آید، یک پارامتر بدون بعد مستقل محسوب نمی‌شود. برای مثال پارامتر π_4 اگر به‌صورت $\pi_4=\frac{2\pi_1}{\pi_2\pi_3}$ تعریف شود، مستقل از π_1، π_2 و π_3 نخواهد بود.

تابع f در رابطه $\pi_1=f(\pi_2,\pi_3,,.....\pi_{n-m})$ باید براساس داده‌های آزمایشگاهی و تحلیل آماری (رگرسیون) تعیین شود.

اگر یک کمیت فیزیکی بدون بعد باشد، بدون انجام هر نوع محاسبه، این کمیت یک پارامتر π خواهد بود. برای مثال در بحث مویینگی زاویه α یک پارامتر π محسوب می‌شود.

اگر دو کمیت فیزیکی ابعاد یکسانی داشته باشند، نسبت آنها یک پارامتر بدون بعد π خواهد بود. برای مثال نسبت عمق آب به عرض آن در یک کانال $(\frac{h}{w})$ یک پارامتر بدون بعد است.

هر پارامتر π می‌توانند توسط همان π با نمای دیگر جایگزین شود. برای مثال π_1 با π_1^3 یا π_2 با $\frac{1}{\pi_2}$ می‌توانند تعویض شوند.

هر پارامتر π می‌تواند با حاصلضرب یک ثابت عددی در آن جابه‌جا شود. برای مثال π_1 با $5\pi_1$ می‌تواند تعویض شود.

هر پارامتر π می‌تواند بصورت تابعی از سایر پارامترهای π بیان شود. برای مثال اگر سه جمله π_1، π_2 و π_3 در یک مسئله فیزیکی وجود داشته باشند، می‌توان آن را به‌صورت روبرو نوشت: $\pi_1 = \phi(\pi_2, \pi_3)$

مثال۶-۲: مقدار دبی عبوری سیال از یک روزنه Q، به چگالی سیال ρ، قطر روزنه d و اختلاف فشار ΔP بستگی دارد. با استفاده از تحلیل ابعادی معادله دبی عبوری را به‌دست آورید؟

گام ۱: کمیت‌هایی که در مساله وجود دارند به قرار زیر می‌باشند:

کمیت	دبی	چگالی سیال	قطر	اختلاف فشار
علامت	Q	ρ	d	ΔP
ابعاد	L^3T^{-1}	ML^{-3}	ML^{-3}	$ML^{-1}T^{-2}$

گام ۲: تابعی که برای این متغیرها می‌تواند نوشته شود، به شکل زیر است:

$$F(Q, \rho, d, \Delta P)$$

گام ۳: این مساله دارای چهار کمیت (*n=4*) و سه بعد اصلی $(m=3)MLT$ می‌باشد و قضیه باکینگهام به ما می‌گوید که *n-m=4-3=1* تنها یک تابع بدون بُعد می‌توان بین این کمیت‌ها برقرار نمود. حال به تعداد *m=3* از کمیت‌ها را انتخاب و آن‌ها را متغیر تکراری نامگذاری می‌کنیم. فرض می‌کنیم ρ و d و ΔP را متغیر تکراری در نظر می‌گیریم.

گام۴: حال تابع بدون بُعد را با نوشتن کمیت‌های تکراری با توان مجهول و کمیت غیرتکراری با توان ۱ می‌نویسیم:

$$\pi = \rho^{x_1} d^{y_1} \Delta p^{z_1} Q$$

گام ۵: حال به جای کمیت‌ها، ابعاد آن‌ها را که در بند ۱ نوشته شده قرار می‌دهیم و با توجه به بدون بعد بودن π $\left(M^{0}L^{0}T^{0}=1\right)$ و تجانس ابعادی، توان هر بُعد اصلی را استخراج می‌کنیم و آن را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$\pi_1=\rho^{x_1}d^{y_1}\Delta p^{z_1}Q=\left(ML^{-3}\right)^{x_1}(L)^{y_1}\left(ML^{-1}T^{-2}\right)^{z_1}L^{3}\ T^{-1}=M^{0}L^{0}T^{0}$$

$$\begin{cases}x_1+z_1=0\\ -3x_1+y_1-z_1=0\\ -2z_1-1=0\end{cases}\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}\quad,\quad y_1=-2\quad,\quad z_1=-\frac{1}{2}$$

گام ۷: حال توان‌های به‌دست آمده را در معادله گام ۴ جایگزین می‌کنیم:

$$\pi=\rho^{\frac{1}{2}}d^{-2}\Delta p^{-\frac{1}{2}}Q$$

گام ۸: رابطه تابع بدون بُعد را چنین می‌نویسیم:

$$\mathrm{f}\left(\rho^{\frac{1}{2}}d^{-2}\Delta p^{-\frac{1}{2}}Q\right)$$

گام ۹: هر گاه در مساله $n\text{-}m=1$ باشد، فقط یک پارامتر بدون بعد برای توضیح مساله لازم است. در این حالت $\pi_1=c$ خواهد که در آن c یک ثابت است. بنابراین:

$$c=\rho^{\frac{1}{2}}d^{-2}\Delta P^{\frac{-1}{2}}Q\Rightarrow Q=cd^{2}\sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$$

۶-۵ نیروهای مؤثر بر سیالات در حال حرکت

حرکت سیالات معمولاً نتیجه تأثیر دو گروه نیروی مختلف است که این دو دسته نیرو، نوع و شرایط حرکت سیال را کنترل می‌کنند. یک گروه از این نیروها، نیروهای شتاب‌دهنده سیال که سبب حرکت آن می‌شوند و گروه دیگر که مخالف گروه اولند، از حرکت سیال و شتاب دار شدن آن جلوگیری می‌کنند.

۶-۵-۱ نیروی اینرسی[1]

نیروی اینرسی در تمام حالات در مورد سیالات وجود داردو برابر حاصلضرب جرم در شتاب حرکت است، یعنی:

1. inertia force

$$F_i = Ma = MV\frac{dV}{ds} \propto \rho L^3 V\frac{V}{L} \propto \rho L^2 V^2 \qquad (۵-۶)$$

که در آن ρ جرم مخصوص، $\forall$ حجم و a شتاب است. اگر بعد حجم مشخصه مایع را با L نشان داده و سرعت را با V وزمان را با T نشان دهیم.

۶-۵-۲ نیروی لزجت[1]

این نیرو نیز در تمام موارد حرکت وجود دارد و با حرف F_v نشان داده می‌شود و متناسب با ضریب لزجت، سرعت و طول مسیر است. یعنی:

$$F_v = \tau.A = \mu\frac{dV}{dy}.A \propto \mu\frac{V}{L}.L^2 \propto \mu VL \qquad (۶-۶)$$

۶-۵-۳ نیروی ثقل[2]

نیروی گرانی یا ثقل در تمامی مواردی که عامل اصلی حرکت سیال نیروی وزن است (مثل حرکت مایعات در کانال‌ها) و نیز در مواردی نظیر حرکت مایعات از دریچه‌ها، سرریزها و نظایر آن، وجود دارد و با نماد F_g نشان داده می‌شود.

$$F_g = m.g \propto \rho L^3 g \qquad (۷-۶)$$

۶-۵-۴ نیروی کشش سطحی[3]

نیروی کشش سطحی در مواردی مثل حرکت مایعات از روی سرریزها با ارتفاع کم و یا حرکت مایعات در مجاری عریض و کم عمق، موثر است و با نماد F_{st} نشان داده می‌شود:

$$F_{st} = \sigma.L \qquad (۸-۶)$$

که در آن σ نیروی کشش سطحی مؤثر بر واحد طول است.

۶-۵-۵ نیروی تراکم‌پذیری[4] یا الاستیک[5]

نیروی تراکم‌پذیری یا الاستیک در مواردی مثل پدیده چکش آبی (در لوله‌ها) که

1. Viscous force
2. gravity force
3. surface tention force
4. compressibility force
5. Elasticity force

تراکم‌پذیری مایعات مهم است، وجود دارد و با حرکت F_e نشان داده می‌شود:

$$F_e = E.A \propto EL^2 \qquad (۹-۶)$$

که در آن E ضریب الاستیسیته مایع است.

۶-۵-۶ نیروی فشاری[1]

نیروی فشاری نیز در اکثر موارد ضمن حرکت سیالات وجود دارد و از مهمترین موارد آن می‌توان حرکت سیالات در لوله‌ها را نام برد:

$$F_P = \Delta P.A \propto \Delta P.L^2 \qquad (۱۰-۶)$$

در آن ΔP اختلاف فشار دو مقطع سیال است که به فاصله L از هم قرار دارند.

۶-۶ عددهای بدون بعد مهم در مکانیک سیالات

بسیاری از پارامترهای بدون بعد را می‌توان نسبت بین دو نیروی سیال دانست. مقدار نسبی این نسبت‌ها نشان‌دهندهٔ اهمیت نسبی یکی از نیروها نسبت به دیگری است. در اکثر پدیده‌های سیال، متغیرهای تغییر فشار (ΔP)، طول (L)، لزجت (μ)،کشش سطحی (σ)، سرعت صوت (C)، شتاب گرانی (g) و جرم مخصوص (ρ)، سرعت (V) ممکن است مهم باشند.

در حرکت مایعات همیشه چند نیرو شرکت دارند،اما همواره یک یا دو نیرو نقش مهمتری نسبت به سایر نیروها در تداوم حرکت ایفا می‌کنند که از دیدگاه مکانیک سیالات مطالعه آنها اهمیت دارد.این نیروها عبارتند از:

۶-۶-۱ عدد رینولدز[2]

این عدد نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت را بیان می‌کند وبرابر است با:

$$\mathrm{Re} = \frac{F_i}{F_v} = \frac{pL^2V^2}{\mu VL} = \frac{\rho LV}{\mu} = \frac{LV}{\upsilon} \qquad (۱۱-۶)$$

که در آن L بعد مقطع جریان و ν ضریب گرانروی سینماتیکی سیال است.

1. Presure force
2. Reynolds number

در مواردی که خصوصیات و هندسه جریان مهم باشد از عـدد رینولـدز اسـتفاده می‌گردد. از کاربردهای عدد رینولدز می‌توان به جریان داخل لوله‌ها، حرکت با سـرعت معمولی در اطراف اتومبیل‌ها،جریان در توربوماشین‌ها وحرکت زیر دریایی در زیـر آب اشاره نمود.

۶-۶-۲ عدد فرود[1]

این عدد نسبت جذر نیروی اینرسی به نیروی جاذبه(وزن) را بیان می‌کند و بـه‌صـورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_r = \sqrt{\frac{Fi}{Fg}} = \sqrt{\frac{\rho L^2 V^2}{\rho g L^3}} = \sqrt{\frac{V^2}{gL}} = \frac{V}{\sqrt{gL}} \qquad (۱۲-۶)$$

از جمله مواردی که در آنها کنترل اصلی جریان به عهده عدد فرود است، می‌توان جریان مایعات در کانال‌های باز، حرکت مایعات از درون دریچه‌ها و از بالای سرریزها، موج‌های حاصله در سـطح آب، طراحـی سـازه‌هـای هیـدرولیکی و در نتیجـه حرکـت کشتی‌ها و موارد مشابه آن را نام برد.

عدد فرود در جریان‌های با سطح آزاد مانند کانال‌های باز برای تقسیم‌بنـدی نـوع جریان بسیار مهم است. اگر F_r کمتر از یک باشد، جریان زیر بحرانی، اگر F_r مساوی یک باشد، جریان بحرانی و اگر F_r بزرگ‌تر از یک باشد جریان فـوق بحرانـی خواهـد بود.

۶-۶-۳ عدد ماخ[2]

در سال ۱۸۷۰، فیزیکدان اتریشی ارنست ماخ پارامتر زیر را معرفی کرد. این عدد نسبت جذر نیروی اینرسی به نیروی الاستیک (تراکم‌پذیری) را بیان می‌کند.

$$M = \sqrt{\frac{F_i}{F_e}} = \sqrt{\frac{\rho V^2 L^2}{E L^2}} = \sqrt{\frac{\rho V^2}{E}} = \sqrt{\frac{V^2}{\frac{E}{\rho}}} = \sqrt{\frac{V^2}{C^2}} = \frac{V}{C} \qquad (۱۳-۶)$$

1. froude
2.Mach number

که در آن C سرعت صوت (یا موج) در یک سیال است.

بنابراین عدد ماخ نسبت سرعت سیال (یا سرعت جسم در یک سیال ساکن) به سرعت موج صوتی در همان سیال است. از این عدد در مواردی مانند پدیدهٔ ضربه قوچ و همچنین در جریان‌های با سرعت زیاد که تغییرات جرم مخصوص در اثر فشار قابل توجه است، اهمیت فوق العاده‌ای می‌یابد و هر چه تراکم‌پذیری سیال کمتر باشد سرعت صوت در آن افزایش می‌یابد.

در صورتی که عدد ماخ $Ma>1$ باشد سرعت را ما فوق صوت و اگر $Ma<1$ باشد سرعت را مادون صوت گویند.

۶-۶-۴ عدد اولر[1]

این عدد نسبت نیروی اینرسی به نیروی فشاری را بیان می‌کند:

$$Eu=\frac{F_i}{F_p}=\frac{\rho L^2V^2}{\Delta P L^2}=\frac{\rho V^2}{\Delta P} \qquad (۱۴-۶)$$

معمولا از ضریب فشار که دو برابر عکس عدد اولر است استفاده می‌شود یعنی:

$$c_p=\frac{2\Delta P}{\rho V^2} \qquad (۱۵-۶)$$

این عدد در جریان‌های دارای افت فشار و یا نیروی دراگ مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۶-۶-۵ عدد وبر[2]

این عدد نسبت نیروی اینرسی به نیروی کشش سطحی را بیان می‌کند.

$$W_e=\frac{F_i}{F_{st}}=\frac{\rho L^2V^2}{\sigma L}=\frac{\rho LV^2}{\sigma} \qquad (۱۶-۶)$$

عدد وبر فقط وقتی اهمیت دارد که مساوی یا کوچکتر از واحد باشد و سطح آزاد وجود داشته و در مقادیر بزرگ قابل صرفنظراست. مثل عبور دبی کم از سرریزها، قطرات جریان مویینگی، جریان خون در رگ‌ها، موج‌های ناهموار، و مدل‌های هیدرولیکی کوچک.

---

1. Euler number
2. Weber number

برخی از اعداد بدون بعد مهم دیگر در مکانیک سیالات عبارتند از عدد کاویتاسیون، عدد پرانتل، عدد اکرت، عدد اشتروهال، نسبت زبری، نسبت گرمای ویژه، عدد گراشف، نسبت دما، ضریب فشار، ضریب بر او ضریب پسا.

۶-۷ تشابه، مطالعه مدل‌ها

برای اینکه در پروژه‌های بزرگ مهندسی ریسک وجود نداشته باشد و از هدر رفت سرمایه‌گذاری جلوگیری شود، معمولاً در این گونه موارد، قبل از احداث پروژه اصلی، نمونه مشابهی از آن را به‌صورت مدل تهیه کرده و بر روی آن مطالعه می‌کنند و نتایج حاصله را در مورد اصلاح پروژه اصلی، تعمیم می‌دهند. در هیدرولیک نیز استفاده از مدل‌ها معمول است و بسیاری از فرمول‌ها و روابط مهم هیدرولیکی، بر اساس تجربیات انجام شده بر روی مدل‌ها به‌دست آمده‌اند.

یکی از متداول‌ترین کاربرد مدل‌ها،به هنگام احداث سدها است. در این گونه موارد، ابتدا در آزمایشگاه یک سد کوچک بر روی رودخانه کوچکی مشابه با رودخانه اصلی احداث کرده و آن را مطالعه می‌کنند.

برای اینکه مدل ساخته شده، از هرجهت منعکس‌کننده نمونه اصلی باشد و بتوان نتایج حاصله از آن را در مورد نمونه اصلی تعمیم داد، باید تشابه کاملی بین مدل و نمونه اصلی، برقرار باشد. چنین تشابهی به نام تشابه هیدرولیکی خوانده می‌شود و تنها در چنین حالاتی است که می‌توان با اطمینان کافی،نتایج مربوط به مدل را از نمونه واقعی انتظار داشت. برای تامین تشابه هیدرولیکی لازم است که مدل و نمونه واقعی، از نقطه نظرهای هندسی، سینماتیکی و دینامیکی متشابه باشند.

۶-۷-۱ تشابه هندسی[1]

لازمه تشابه هندسی این است که مدل و نمونه اصلی در شکل یکسان باشند، اما در اندازه با هم تفاوت داشته باشند. در این حالت کلیه نسبت‌های ابعاد متناظر بین مدل و نمونه اصلی با هم برابر می‌باشند، یعنی اینکه نسبت ابعاد متناظر آن عدد ثابتی باشد. به

1. Geometric similarity

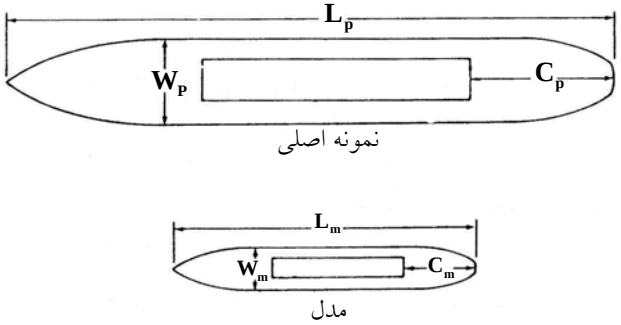
عبارت دیگر اگر مقیاس انتخابی $\frac{۱}{۱۰}$ باشد، تمام ابعاد خطی مدل باید $\frac{۱}{۱۰}$ نمونـه اصـلی باشند. بنابراین برای تشابه هندسی شکل ۴-۱ داریم: (۶-۱۶)

$$\text{نسبت تشابه هندسی } L_r = \frac{L_m}{L_p} = \frac{W_m}{W_p} = \frac{C_m}{C_p} = \frac{\text{طول مدل}}{\text{طول نمونه اصلی}} = \text{نسبت طولها}$$

که L_m, W_m, c_m ابعاد خطی مدل و L_p, W_p, c_p ابعاد خطی نمونـه اصـلی و L_r نسبت تشابه هندسی. در این روابط پانویس m,p به ترتیب مربوط بـه مـدل (model) و اصل سازه (prototype) و L_r نسبت تشابه هندسی می‌باشد. همچنین می‌توان نوشت:

$$\text{نسبت مساحت‌ها} = \frac{\text{مساحت}}{\text{مساحت نمونه اصلی}} = (\text{نسبت طول‌ها})^۲ = \frac{L^۲_m}{L^۲_P} = L^۲_r \qquad (۶-۱۷)$$

$$\text{نسبت حجم‌ها} = \frac{\text{حجم مدل}}{\text{حجم نمونه اصلی}} = (\text{نسبت طولها})^۳ = \frac{L^۳_m}{L^۳_P} = L^۳_r \qquad (۶-۱۸)$$



شکل۴-۱ تشابه هندسی بین مدل ونمونه اصلی

کمیت‌های هندسی کمیت‌هایی هستند که در دیمانسیون آنها فقط بعد طول به‌کار رفته باشد مانند طول، سطح، حجم وممان اینرسی.

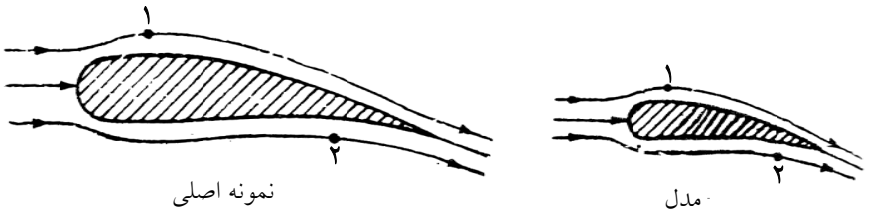
در تشابه هندسی لازم است که کلیۀزوایا و جهت جریان حفظ شـود و همچنـین موقعیت مکانی مدل و نمونه اصلی نسبت به محیط اطراف یکسان باشد. تشابه هندسـی

شامل ناصافی‌های واقعی سطح مدل و نمونه اصلی نیز می‌شود.اگر تمام ابعاد مدل یک دهم نمونه اصلی باشد، بایستی ارتفاع ناصافی‌های مدل نیز یک دهم ارتفاع ناصافی‌های نمونه اصلی باشد.تحقق تشابه هندسی کامل همیشه آسان نیست.

۶-۷-۲ تشابه سینماتیکی[1] یا تشابه حرکت

اساس این تشابه یکسان بودن نسبت تشابه طولی وزمانی بین مدل و نمونه اصلی است به عبارت دیگر وقتی بین مدل و نمونه اصلی تشابه سینماتیکی وجود دارد که سرعت‌ها در نقاط متناظر مدل و نمونه اصلی هم جهت بوده و نسبت آنها برابر مقدار ثابتی باشد. مقدار ثابت برقرار شده بین سرعت‌ها را مقیاس سرعت می‌گویند و با V_r نشان می‌دهند. تشابه سینماتیکی در واقع بیانگر تشابه هندسی خطوط جریان در مدل و نمونه اصلی است.

$$V_r = \frac{V_m}{V_P} \qquad (۱۹-۶)$$



شکل۴-۲ تشابه سینماتیکی

کمیت‌های سینماتیکی کمیت‌هایی هستند که در دیمانسیون آنها علاوه بر بعد طول، بعد زمان نیز به‌کار رفته رفته باشد مانند سرعت، شتاب، دبی و لزجت سینماتیکی. داریم:

1. Kinematic similarity

$$\text{نسبت سرعت‌ها} = V_r = \frac{V_m}{V_p} = \frac{\left(\frac{L_m}{T_m}\right)}{\left(\frac{L_p}{T_p}\right)} = \frac{L_r}{T_r} \qquad (۲۰-۶)$$

$$\text{نسبت شتاب‌ها} = a_r = \frac{a_m}{a_p} = \frac{\left(\frac{L_m}{T_m^{۲}}\right)}{\left(\frac{L_p}{T_p^{۲}}\right)} = \frac{L_r}{T^{۲}r} \qquad (۲۱-۶)$$

$$\text{نسبت دبی} = Q_r = \frac{Q_m}{Q_P} = \frac{\left(\frac{L^{۳}m}{T_m}\right)}{\left(\frac{L^{۳}p}{T_p}\right)} = \frac{L^{۳}r}{T_r} \qquad (۲۲-۶)$$

$T_r = \frac{T_m}{T_p}$ شرط برقراری تشابه سینماتیکی است که می‌توان آن‌را مقیاس (نسبت) زمانی دانست.

مثال۶-۳: مدلی با مقیاس طولی $\frac{۱}{۵۰۰}$ جهت مطالعه جذر ومد امواج ساخته شده است. طول زمان لازم برای مدل که معادل یک شبانه روز نمونه اصلی باشد (برحسب ساعت) چقدر است؟

$$\frac{T_m}{T_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} \Rightarrow \frac{T_m}{۲۴} = \sqrt{\frac{۱}{۵۰۰}} \Rightarrow T_m = ۱/۰۷ \text{ ساعت}$$

مثال۶-۴: مدل سدی با مقیاس $\frac{۱}{۴۹}$ برای پیش‌بینی شرایط جریان در نمونه اصلی ساخته شده است. اگر دبی طراحی سیل در سرزیر سد $m^{۳}/s$ ۱۵۰۰۰ باشد، برای تشابه جریان بین مدل ونمونه اصلی، دبی جریان در مدل چقدر باید باشد؟ اگر سرعت در یک نقطه از مدل m/s ۱۲ باشد، سرعت در نقطه متناظر در نمونه اصلی چقدر است؟

$$Fr_m = Fr_p \Rightarrow \frac{V_m}{\sqrt{gL_m}} = \frac{V_p}{\sqrt{gL_p}} \Rightarrow \frac{V_m}{V_P} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}$$

دوطرف رابطه فوق را در $\frac{A_m}{A_p}$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{V_m A_m}{V_p A_P} = \frac{A_m}{A_P}\sqrt{\frac{L_m}{L_p}} \Rightarrow \frac{Q_m}{Q_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{\frac{5}{2}}$$

$$Q_m = ۱۵۰۰۰ \times \left(\frac{۱}{۴۹}\right)^{\frac{5}{2}} = ۰/۸۹۲ m^3/s$$

برای محاسبه سرعت در نمونه اصلی داریم:

$$\frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} \Rightarrow V_P = V_m\sqrt{\frac{L_p}{L_m}} = ۱/۲ \times \sqrt{\frac{۴۹}{۱}} \Rightarrow V_p = ۸/۴ m/s$$

۶-۷-۳ تشابه دینامیکی[1]

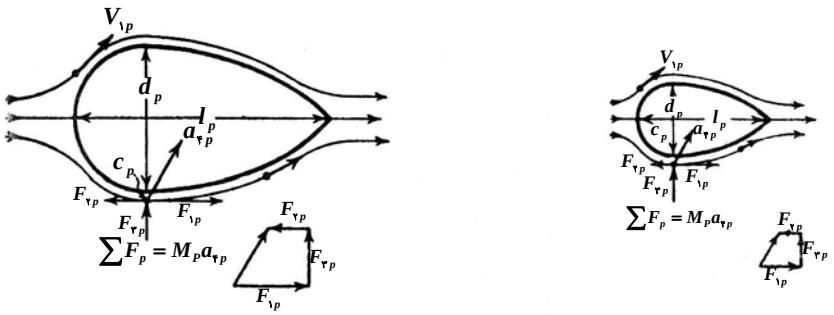
وقتی بین مدل (m) و نمونه اصلی (p) تشابه دینامیکی وجود دارد که اولاً بین آنها تشابه هندسی و سینماتیکی برقرار باشد ثانیاً نسبت ثابتی بین نیروهای موثر بر قسمت‌های متناظر مدل و نمونه واقعی، برقرار باشد. مقدار ثابت برقرار شده بین نیروها را مقیاس نیرو می‌گویند و با F_r نشان می‌دهند.

$$F_r = \frac{(F_g)_m}{(F_g)_p} = \frac{(F_v)_m}{(F_v)_p} = ... = \frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} \qquad (۲۳-۶)$$

بنابراین برای تشابه دینامیکی لازم است که این اعداد بی‌بعد یا نسبت‌های بی‌بعد، در مورد مدل ونمونه واقعی یکسان باشند.

$$\frac{(F_g)_m}{(F_g)_p} = \frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} \rightarrow \left(\frac{F_i}{F_g}\right)_m = \left(\frac{F_i}{F_g}\right)_p \rightarrow (Fr)_m = (Fr)_p$$
$$\frac{(F_v)_m}{(F_v)_p} = \frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} \rightarrow \left(\frac{F_i}{F_v}\right)_m = \left(\frac{F_i}{F_v}\right)_p \rightarrow (\mathrm{Re})_m = (\mathrm{Re})_p \qquad (۲۴-۶)$$

1. dynamic similarity



شکل ۴-۳ تشابه دینامیکی بین مدل و نمونه اصلی

کمیت‌های دینامیکی کمیتهایی هستند که در دیمانسیون آنها علاوه بر ابعاد طولی و زمان، بعد جرم نیز بکار رفته باشد، مانند نیرو، جرم مخصوص، فشار، انرژی، لزجت دینامیکی و... .

برای تشابه دینامیکی لازم است که نسبت ثابتی بین نیروهای مؤثر بر سیال (نیروهای اینرسی، لزجت، شتاب ثقل، کشش سطحی، الاستیسیته و فشاری) بر قسمت‌های متناظر مدل ونمونه اصلی برقرار باشد این نسبتها همان اعداد بدون بعد رینولدز، فرود، وبر، ماخ و اولر می‌باشند. بنابراین در صورت یکسان بودن این اعداد بدون بعد، در مدل و نمونه اصلی تشابه دینامیکی وجود دارد. در برخی شرایط هر سه نیروی لزجت، ثقل و اینرسی در بررسی یک مسئله اهمیت قابل توجهی دارند در چنین شرایطی عدد رینولدز و عدد فرود مدل و نمونه اصلی باید به‌طور همزمان در تحلیل مسئله مورد استفاده قرار گیرند. مقایسه روابط $(\mathrm{Re})_m = (\mathrm{Re})_p$ با $(Fr)_m = (Fr)_p$ نشان می‌دهد که این دو رابطه نمی‌توانند به‌طور همزمان برای سیالات با لزجت یکسان بکار برده شوند در نتیجه برای حل این مشکل لازم است که از سیالات با لزجت متفاوت استفاده کرد. حل همزمان دو رابطهٔ فوق منجر به رابطهٔ زیر می‌شود:

$$\frac{V_m}{V_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (۲۵-۶)$$

در اغلب مسائل بیشتر این اعداد دارای اهمیت نبوده و فقط یک یا دو عدد بدون بعد دارای اهمیت می‌باشند و از بقیه صرفنظر می‌شود. مثلاً در سیالات تراکم‌ناپذیر،

نیروی الاستیک صفر است. در صورتی که سطح مایع و گاز وجود نداشته باشد نیـروی کشش سطحی صفر خواهد بود و در اغلب مسائل فقط نیروهای لزجت، اینرسی، فشـار و ثقل (اعداد رینولدز، فرود و اولر) نقش اصلی را دارا خواهند بود.

مثال۶-۵: اگر مقیاس مدل فیزیکی کانال رو بازی با مقیاس هندسی ۱:۱۰ سـاخته شود، مقیاس نیرو چقدر خواهد بود؟

حل: می‌دانیم:

$$\frac{L_m}{L_P} = \frac{۱}{۱۰}$$

چون مساله در مورد کانال باز است، بنابراین از عدد فرود استفاده می‌کنیم. بـرای داشتن تشابه سینماتیکی باید عدد فرود مدل و نمونه اصلی مساوی باشد:

$$(Fr)_m = (Fr)_p \Rightarrow \frac{V_m}{\sqrt{gL_m}} = \frac{V_P}{\sqrt{gL_p}} \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}$$

همچنین می‌دانیم:

$$F = ma = (\rho\forall)a = \rho L^۳ LT^{-۲} \Rightarrow F = \rho L^۲ V^۲$$

بنابراین:

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{\rho_m L^۲{}_m V^۲{}_m}{\rho_p L^۲{}_P V^۲{}_P} \qquad (۱)$$

فرض می‌کنیم سیال مورد استفاده برای مـدل و نمونـه اصـلی در ایـن مثـال آب باشد، بنابراین $\rho_m = \rho_p$ خواهد بود. در نتیجه رابطه (۱) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{F_m}{F_P} = \frac{L^۲{}_m V^۲{}_m}{L^۲{}_p V^۲{}_p}$$

می‌دانیم $\frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{F_m}{F_P} = \frac{L^۲{}_m L_m}{L^۲{}_P L_P} = \frac{L^۳{}_m}{L^۳{}_P} = \left(\frac{۱}{۱۰}\right)^۳ \Rightarrow \frac{F_m}{F_P} = \frac{۱}{۱۰۰۰}$$

مثال ۶-۶: مقیاس سرعت، زمان، شتاب و دبی حجمی را در تشابه فرود به‌دست آورید؟

الف) سرعت $(Fr)_m=(Fr)_p \rightarrow \frac{V_m}{V_P}=\sqrt{\frac{L_m}{L_P}} \rightarrow V_r=\sqrt{L_r}$

ب) زمان $V_r=\frac{L_r}{t_r} \rightarrow \sqrt{L_r}=\frac{L_r}{t_r} \rightarrow t_r=\sqrt{L_r}$

ج) شتاب $a_r=\frac{V_r}{t_r} \rightarrow a_r=\frac{\sqrt{L_r}}{\sqrt{L_r}} \rightarrow a_r=۱$

د) زمان $Q_r=V_r.A_r=\sqrt{L_r}\times L^۲r \rightarrow Q_r=L_r$

۶-۸ مدل‌های کج

اگر در مدل‌سازی سیستم‌های هیدرولیکی، مقیاس طولی در همه جهات با هم برابر نباشد و در جهتی، بنا به دلایلی مقیاس طولی با دیگر جهات متفاوت باشد مدل راکج می‌نامند.

برای مثال مقیاس افقی و قائم در مدل یک رودخانه نمی‌تواند یکسان باشد، زیرا عمق آب ممکن است تا حدی کم شود که اثرات لزجت و کشش سطحی مهم باشند. همچنین برای ایجاد تناسب بین زبری سطح یک مدل فیزیکی با نمونه اصلی ممکن است زبری در مدل قدری کاهش یابد که عملاً سطح آن دارای زبری سطح نمونه اصلی شود. همین‌طور اگر شیب بستر در یک مدل فیزیکی برای ایجاد تناسب بین مدل و نمونه اصلی خیلی کاهش یابد، جریان آشفته در نمونه اصلی به جریان آرام در مدل آزمایشگاهی تبدیل خواهد شد. در چنین شرایطی بهتر است از مدل‌های کج استفاده شود. یعنی مدل‌هایی که در آنها مقیاس قائم $(z_r=z_m/z_p)$ بزرگ‌تر از مقیاس افقی $(x_r=x_m/x_p)$ است زیرا در غیر این‌صورت، برای تشابه هندسی کامل بین مدل و نمونه اصلی، اندازه متغیرها و مقیاس قائم به حدی کوچک می‌شود که دیگر نمی‌توان آن را با دقت مناسب اندازه‌گیری کرد. برای مثال اگر مقیاس افقی و قائم در یک رودخانه یکسان باشد، هنگامی که عرض رودخانه در مدل چند متر است، عمق آب در آن چند میلی‌متر خواهد بود. برای حل این مشکل، مقیاس قائم بزرگ‌تر از مقیاس افقی

در نظر گرفته می‌شود.در این شرایط اگرچه بین مدل و نمونه اصلی تشابه هندسی برقرار است ولی مدل با عمق آبی که از تشابه هندسی پیروی نمی‌کند، کار می‌کند، به عبارت دیگر در مدل‌های کج، مقیاس ابعاد خطی در راستای افقی همان مقیاس مدل فیزیکی به نمونه اصلی است و نسبت عمق آب روی مدل به عمق آب روی نمونه اصلی دارای مقیاس قائم است.

نکات:

برای محاسبه سرعت آب در یک نقطه از نمونه اصلی با در دست داشتن سرعت نقطه متناظر در مدل کج، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$V_P = V_m \sqrt{\left(\frac{L_p}{L_m}\right)_{\text{قائم}}} \qquad (۲۶-۶)$$

برای محاسبه دبی جریان در یک نمونه اصلی با در دست داشتن دبی مدل کج، از رابطه ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$Q_P = Q_m \times \left(\frac{L_p}{L_m}\right)_{\text{افقي}} \times \left(\frac{L_p}{L_m}\right)_{\text{قائم}}^{۱/۵} \qquad (۲۷-۶)$$

مثال ۶-۷: مدل سرریز یک سد با مقیاس $\frac{۱}{۱۰}$ آب را با سرعت $۱ m/s$ تحت بار $۱۰۰mm$ تخلیه می‌کند اگربار آب روی نمونه اصلی $۵/۵m$ باشد، سرعت آب در نمونه اصلی چقدر خواهد بود؟

حل: براساس صورت مسأله می‌دانیم که

$$\left(\frac{L_p}{L_m}\right)_{\text{قائم}} = \frac{H}{h} = \frac{۵/۵m}{۰/۱m} = ۵۵$$

بنابراین سرعت آب در نمونه اصلی برابر است با:

$$V_P = V_m \sqrt{\left(\frac{L_p}{L_m}\right)_{\text{قائم}}} = ۱ \times \sqrt{۵۵} \Rightarrow V_p = ۷/۴۱ m/s$$

۶-۹ نمونه‌هایی از مطالعه مدل‌ها

مدل‌ها برای مطالعه مسئله‌های مختلف مکانیک سیالات به‌کار می‌روند و مشکل است

که یک حالت کلی برای تمام مسائل مکانیک سیالات تعریف کرد. زیرا هر مسئله خصوصیات و شرایط خاص خود را دارد. اما به‌طور کلی می‌توان بسیاری از مسائل را برحسب طبیعت جریان دسته‌بندی کرد: نوع اول جریان‌هایی که بدون سطح آزاد اند همانند جریان در داخل مرزها مثلاً جریان در داخل لوله‌ها، اتصالات، شیرها یا همانند جریان اطراف اجسام و تنها اثر مهم که باید بین مدل و نمونه اصلی ثابت نگه داشته شود، عدد رینولدز است نوع دوم جریان‌هایی‌اند که سطح آزاد داشته مانند سرریزها، کانال‌ها، رودخانه‌ها و اطراف کشتی‌ها که اثر نیرویی جاذبه مهم است. دراین حالتها، عدد فرود مهم است.

۹-۸-۱ جریان در لوله

در مجاری بسته رابطه اصلی تشابه دینامیکی عدد رینولدز است. بنابراین مقدار عدد رینولدز در مدل و سازه اصلی باید با هم برابر باشند. برای آزمایش سیالاتی که لزجت سینماتیکی یکسانی را در مدل و نمونه اصلی دارند، بایستی حاصلضرب VD یکسان باشد. اغلب چنین الزامی باعث می‌شود که در مدل‌های کوچک، سرعت‌ها خیلی زیاد باشند.

عدد رینولدز به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho VD}{\mu} \qquad \text{یا} \qquad \mathrm{Re}=\frac{VD}{\upsilon} \tag{۲۸-۶}$$

سپس نسبت سرعت‌ها در مدل و سازه اصلی به شکل زیر استخراج می‌شود:

$$\begin{aligned}&(\mathrm{Re})_m=(\mathrm{Re})_p\\&\frac{V_mD_m}{\upsilon_m}=\frac{V_pD_p}{\upsilon_p}\\&\frac{V_m}{V_p}=\frac{D_p}{D_m}\times\frac{\upsilon_m}{\upsilon_P}\end{aligned} \tag{۲۹-۶}$$

مثال۶-۸: آب در دمای $۲۰^{\circ}C$ با سرعت $۳\frac{m}{s}$دریک لوله ی صاف به قطر $۲۰cm$ جریان پیدا می‌کند. سرعت هوای $۳۰^{\circ}C$ را در شرایط استاندارد، در یک لولهٔ صاف به قطر $۱۰cm$ به نحوی محاسبه کنید که تشابه دینامیکی برقرار شود.

$$(\mathrm{Re})_{\text{هوا}} = (\mathrm{Re})_{\text{آب}}$$

$$\left(\frac{VD}{\upsilon}\right)_{\text{هوا}} = \left(\frac{VD}{\upsilon}\right)_{\text{آب}}$$

$$V_{\text{هوا}} = V_{\text{آب}}\left(\frac{D_{\text{آب}}}{D_{\text{هوا}}}\right)\left(\frac{\upsilon_{\text{هوا}}}{\upsilon_{\text{آب}}}\right) = ۳ \times \left(\frac{۲۰}{۱۰}\right) \times \left(\frac{۱/۵۱ \times ۱۰^{-۵}}{۱ \times ۱۰^{-۶}}\right) = ۹۰/۶ \, m/s$$

حل:

مثال۶-۹: آب در لوله‌ای به قطر ۶۰۰ میلی لیتر و با سرعت ۰/۵ متر بر ثانیه در جریان است. اگر مقیاس مدل در آزمایشگاه $\frac{۱}{۱۰}$ باشد، برای برقراری تشابه دینامیکی، دبی جریان آب در آزمایشگاه برحسب لیتر بر ثانیه چقدر است؟

حل: چون بحث از دبی جریان در لوله است، بنابراین از تساوی عدد رینولدز مدل و نمونه اصلی استفاده می‌کنیم:

$$(\mathrm{Re})_m = (\mathrm{Re})_p \Rightarrow \frac{V_m D_m}{\upsilon_m} = \frac{V_m D_P}{\upsilon_p}$$

$$V_m = V_P \frac{D_P}{D_m}$$

که در آن D_m, D_p به ترتیب قطر لوله نمونه اصلی و مدل می‌باشند. همچنین چون از آب برای مدل و نمونه اصلی استفاده می‌شود، بنابراین $\upsilon_m = \upsilon_p$ است. در نتیجه از رابطه (۱) داریم:

سرعت آب در مدل $V_m = ۰/۵ \times ۱۰ \Rightarrow V_m = 5 \, m/s$

همچنین می‌دانیم قطر لوله در آزمایشگاه

$$\frac{D_p}{D_m} = 10 \Rightarrow \frac{۰/۶}{D_m} = ۱۰ \Rightarrow D_m = ۰/۰۶ m$$

$$Q_m = \frac{\pi(D^۲_m)}{۴} \times V_m = \pi \times \frac{(۰/۰۶)^۲}{۴} \times ۵ = ۰/۰۱۴ \, m^۳/s = ۱۴ \, litr/s$$

۶-۹-۲ سازه‌های هیدرولیکی باز

معمولاً سازه‌های کانال‌های روباز مانند کانال‌ها، رودخانه‌ها،مخازن سدها، حرکت امواج، سرریزها و حوضچه‌های آرامش، نیروی ثقل نسبت به سایر نیروها از اهمیت بیشتری

برخوردار است، لذا مبنای تشابه سینماتیکی و دینامیکی عدد فرود خواهد بود. بنابراین:

$$\begin{aligned}&(F_r)_m = (F_r)_p \\ &\left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right)_m = \left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right)_p\end{aligned} \qquad (۳۰-۶)$$

در این رابطه V سرعت و L یک طول عمودی (که معمولاً در کانال‌ها عمق آب و یا عمق هیدرولیکی است) و g شتاب ثقل است. چون شتاب ثقل در نمونه اصلی و اصل یکی است و نمی‌تواند متفاوت باشد، لذا دو طرف رابطه حذف می‌شوند. پس خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}&\frac{V_m}{\sqrt{L_m}} = \frac{V_p}{\sqrt{L_p}} \\ &\frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}\end{aligned} \qquad (۳۱-۶)$$

اگر مدل معمولی (یا غیرکج) باشد خواهیم داشت:

$$\frac{L_P}{L_m} = L_r \qquad (۳۲-۶)$$

بنابراین نسبت سرعت‌ها با ریشه دوم مقیاس L_r تغییر می‌کند.

$$V_p = V_m\sqrt{L_r} \qquad (۳۳-۶)$$

زمان مربوط به انجام وقایع (مثلاً زمان عبور یک ذره از گذرگاه) بوسیله روابط زیر به هم ارتباط پیدا می‌کنند.

$$T_m = \frac{L_m}{V_m} \qquad T_P = \frac{L_P}{V_P} \qquad T_P = T_m\frac{L_P}{L_m}\frac{V_m}{V_p} = T_m\sqrt{L_r} \qquad (۳۴-۶)$$

$\frac{Q_p}{Q_m}$ نسبت دبی‌ها برابر است با:

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{L^{۳}{}_p / T_P}{L^{۳}{}_m / T_m} = Lr^{\frac{۵}{۲}} \qquad (۳۶-۵)$$

$\frac{F_P}{F_m}$ نسبت نیروها (مثلاً نیروی وارد بر دریچه‌ها)عبارت است از:

$$\frac{F_P}{F_m} = \frac{\gamma h_P L^{۲}{}_P}{\gamma h_m L^{۲}{}_m} = L_r{}^{۳} \qquad (۳۷-۶)$$

که در رابطه فوق h ارتفاع است. به طریقی مشابه می‌توان نسبت‌های وابسته دیگری را نیز به‌دست آورد، به‌طوری که نتایج حاصل ازمدل بتواندعملکردنمونه اصلی را پیش‌بینی و تفسیر کند.

مثال۶-۱۰: در یک آزمایش، برای اندازه گیری نیروی موج وارد بر یک شناور که با سرعت ۲۰ m/s روی سطح دریا حرکت می‌کند، مدل $\frac{۱}{۱۰}$ آن را در یک استخر می‌سازند برای تشابه دو حالت، سرعت مدل چقدر خواهد بود؟

$$(Fr)_m = (Fr)_p \rightarrow \left(\frac{V}{\sqrt{Lg}}\right)_m \left(\frac{V}{\sqrt{Lg}}\right)_p$$

$$V_m = V_p \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = V_p \sqrt{L_r} = ۲۰ \times \sqrt{\frac{۱}{۱۰}} = ۲\sqrt{۱۰} = ۶/۳۲ \, m/s$$

مثال۶-۱۱: مدل فیزیکی سرریز سدی با مقیاس طول $\frac{۱}{۳۰}$ ساخته شده است. سرعت حرکت آب در نقطه‌ای از مدل $۰/۶ \frac{m}{s}$ و دبی عبوری $۰/۰۵ \frac{m^{۳}}{s}$است. سرعت در نقطه متناظر و دبی عبوری از سرریز اصلی چقدر است؟

حل: می دانیم $\frac{L_m}{L_p} = \frac{۱}{۳۰}$ است.

$$(Fr)_m = (Fr)_p \Rightarrow \frac{V_m}{\sqrt{gh_m}} = \frac{V_p}{\sqrt{gh_p}}$$

$$\frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{h_m}{h_p}} \Rightarrow \frac{۰/۶}{V_P} = \sqrt{\frac{۱}{۳۰}} \Rightarrow V_P = ۳/۲۹ \, m/s$$

$$\frac{Q_m}{Q_P} = \frac{A_m V_m}{A_P V_P} = \left(\frac{۱}{۳۰}\right)^{۲} \times \left(\sqrt{\frac{۱}{۳۰}}\right) \Rightarrow Q_P = ۲۴۶/۵ \, m^{۳}/s$$

مثال۶-۱۲: مدل سرریزی با مقیاس $\frac{۱}{۵۰}$ ساخته شده است. اگر دبی طراحی سرریز $۱۷۰۰۰\ m^۳/s$ باشد، دبی سرریز مدل برحسب $m^۳/s$ برای ایجاد تشابه دینامیکی چقدر است؟

حل:

$$\frac{Q_m}{Q_P}=\frac{\left(\frac{L^۳_m}{T_m}\right)}{\left(\frac{L^۳_p}{T_P}\right)}=\frac{L^۳_m}{L^۳_p}\times\frac{T_P}{T_m}$$

می‌دانیم $\frac{T_p}{T_m}=\sqrt{\frac{L_P}{L_m}}$ است، بنابراین:

$$\frac{Q_m}{Q_p}=\frac{L^۳_m}{L^۳_p}\times\sqrt{\frac{L_P}{L_m}}=\left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{\frac{۵}{۲}}$$

$$\frac{Q_m}{۱۷۰۰۰}=\left(\frac{۱}{۵۰}\right)^{\frac{۵}{۲}}\Rightarrow Q_m=۰/۹۶\ m^۳/s$$

مجموعه سوالات آنالیز ابعادی و تشابه

۱. دیمانسیون فشار و دبی بترتیب عبارتند از.....

۱) $LT^۳, ML^{-۱}T^{-۱}$ ۲) $L^۳T^{-۱}, ML^{-۱}T^{-۲}$

۳) $L^۳T, MLT^{-۲}$ ۴) $L^۳T^{-۲}, ML^۲T^{-۲}$

۲. مدل یک هواپیما با نسبت $\frac{۱}{۳۶}$ ساخته شده است، اگر سرعت و دبی جریان در مدل به‌ترتیب $۱/۲۵\frac{ft}{s}$ و $۲/۵\frac{ft^۳}{s}$ باشد، سرعت و دبی جریان در جسم واقعی چقدر است؟

۱) $۱۹۴۴۰\ cft,\ ۴۵\ ft/s$ ۲) $۵۴۰\ cft\ ,۷/۵\ ft/s$

۳) $۱۹۴۴۰cft\ ,۷/۵\ ft/s$ ۴) $۵۴۰cft\ ,۴۵\ ft/s$

۳. واحد لزجت سینماتیک (Kinematic Viscosity) براساس کدام معادله ابعادی بیان می‌شود؟

۱) $L^{۲}T^{-۱}$ ۲) $FL^{-۲}T$

۳) $ML^{-۱}T^{-۱}$ ۴) $LT^{-۱}$

۴. دیمانسیون عدد رینولدز کدام است؟

۱) $MLT^{-۱}$ ۲) $FL^{-۲}T$

۳) $ML^{-۱}T^{-۱}$ ۴) $LT^{-۱}$

۵. در صورتی که تنش برشی مایعات برابر $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$ باشد دیمانسیون ضریب لزجت دینامیکی کدامیک است؟

۱) $\mu = ML^{-۱}T^{-۲}$ ۲) $\mu = ML^{-1}$

۳) $\mu = ML^{-۱}T^{۲}$ ۴) $\mu = ML^{-۱}T^{-۱}$

۶. عدد رینولدز (Re)را می‌توان به‌صورت زیر تعریف کرد:

۱)نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزوجت

۲)نسبت نیروی اینرسی به نیروی ثقل

۳)نسبت نیروی اینرسی به نیروی اختلاف فشار

۴)نسبت نیروی لزوجت به نیروی اختلاف فشار

۷. کدامیک از ابعاد فیزیکی زیر مربوط به ضریب گرانروی مطلق می‌باشد؟

۱) $\frac{F.T^{۲}}{L^{۳}}$ ۲) $\frac{F.T}{L}$

۳) $\frac{F.T}{L^{۲}}$ ۴) $\frac{F.T}{L^{۳}}$

۸. معادله ابعادی کشش سطحی کدام است؟

۱) FL ۲) $FL^{۲}$

۳) $FL^{-۱}$ ۴) $FL^{-۲}$

۹. معادله ابعاد لزجت (Viscosity) کدام است؟

۱) $FL^{-۱}T$ ۲) $FLT^{-۲}$

۳) $FLT^{۲}$ ۴) $FL^{-۲}T$

۱۰. ترکیب بدون بعد از کمیت‌های جرم مخصوص ρ و مدول الاستیسیته حجمی E و

سرعت جریان کدام است؟

۱) $\rho V^2 / E$ ۲) $E^2 / \rho V$

۳) $\rho E / V^2$ ۴) ρ^2 / EV

۱۱. در مدل سرریزی L_r نسبت مقیاس ساخت براساس تشابه قانون فرود می‌باشد، نسبت توان‌ها برابر است با:

۱) $L_r^{\frac{7}{2}}$ ۲) L_r^4

۳) $L_r^{\frac{5}{2}}$ ۴) $L_r^{\frac{9}{2}}$

۱۲. در مدل بامقیاس $\frac{1}{50}$ سرریزی، دبی اندازه‌گیری شده $0/5 m^3/s$ می‌باشد. مطابق نمونهٔاصلی دبی برحسب m^3/s چقدر است؟

۱) ۱۷۷ ۲) ۶۲۵

۳) ۸۸۴۰ ۴) ۱۷۶۸۰

۱۳. عملکرد یک سازه هیدرولیکی در طی یک سیل از روی یک مدل $\frac{1}{16}$ که براساس تشابه قانون فرود ساخته شده، مطالعه می‌شود. یک موج سیل در حال عبور از طریق مدل در عرض ۲ ساعت مطابق با دوره تناوب نمونه اصلی ..... می‌باشد.

۱) $\frac{1}{2}$ ساعت ۲) ۸ ساعت

۳) ۱۶ ساعت ۴) ۳۲ ساعت

۱۴. در صورتی که مایع یکسانی در هر دو مدل و نمونه اصلی استفاده شود، برای شرایطی که عدد رینولدز و عدد فرود در مدل و در نمونه اصلی مساوی باشند، نسبت مقیاس مدل برابر است با: (که در اینجا V_r نسبت سرعت است؟

۱) V_r ۲) ۱

۳) $V_r^{\frac{1}{2}}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۱۵. مدلی از یک زیر دریایی با نسبت مقیاس L_r وجود دارد که جهت شباهت داشتن با شرایط نمونه اصلی در آب دریا با طناب کشیده می‌شود. با همان سرعت نسبت

مقاومت کل مدل به مقاومت کل نمونه اصلی برابر است با:

۱) $L_r^۲$ ۲) L_r

۳) ۱ ۴) $L_r^{-۵/۲}$

۱۶. چه تعداد پارامتر برای بیان نمایش فیزیکی به‌طور ریاضی یا $F(a,v,t,\upsilon,L)$ لازم می‌باشد؟ که در اینجا A مساحت، V سرعت، T زمان، υ ویسکوزیته سینماتیکی و L طول است.

۱) ۵ ۲) ۴

۳) ۳ ۴) ۲

۱۷. یک کانال روباز با نسبت مقیاس افقی L_H و نسبت مقیاس عمودی L_V ساخته می‌شود. نسبت دبی $\frac{Q_m}{Q_P}$ تعیین می‌شود بوسیله:

۱) $L_H^۲ L_V$ ۲) $L_H L_V^{۳/۲}$

۳) $L_H^۲ L_V^{۱/۲}$ ۴) $L_H^۳ L_V^{-۱/۲}$

۱۸. تشابه حرکت بین مدل و جسم اصلی نامیده می‌شود به‌عنوان:

۱) تشابه هندسی ۲) تشابه سینماتیکی

۳) تشابه دینامیکی ۴) تشابه استاتیکی

۱۹. مدل سرریزی با تشابه هندسی به مقیاس ۱:۱ ساخته می‌شود. دبی متناظر در جسم اصلی $۱۰۲۴ m^۳/s$ است، دبی در این مدل برحسب $m^۳/s$ خواهد بود:

۱) ۱ ۲) ۱۶

۳) ۱۲ ۴) ۶۴

۲۰. مدل یک رودخانه با مقیاس افقی ۱:۱۰۰۰ و مقیاس عمودی ۱:۱۰۰ ساخته می‌شود. در صورتی که دبی مدل $۰/۱ m^۳/s$ باشد، بنابراین دبی در رودخانه برحسب $m^۳/s$ خواهد بود:

۱) $۱۰^۳$ ۲) $۱۰^۴$

۳) $۱۰^۵$ ۴) $۱۰^۶$

۲۱. در صورتی که دو مدل با تشابه هندسی دارای نسبت مقیاس L_r در یک آزمایشگاه

معین با عدد فرود یکسان بهره‌برداری شوند، بنابراین شتاب متناظر خواهد بود با نسبت:

۱) $L_r^{۵/۷}$ ۲) L_r

۳) $L_r^{۵/۴}$ ۴) ۱

۲۲. در مدل تغییر شکل یافته یک رودخانه نسبت‌های مقیاس افقی و عمودی به ترتیب L_H و L_V می‌باشند. نسبت دبی برابرخواهد بود:

۱) $L_H^{۷/۲}L_V^{۲}$ ۲) $L_H L_V^{۳/۲}$

۳) $L_H^{۲}L_V^{۷/۲}$ ۴) $L_H^{۳}L_V^{-۷/۲}$

۲۳. مدل یک سرریز ساخته شده با مقیاس افقی $\frac{۱}{۴۰}$ ومقیاس عمودی $\frac{۱}{۹}$ دبی $۱ litr/s$ را تخلیه می‌کند. بنابراین دبی در جسم اصلی ..... تخمین زده می‌شود.

۱) $۱ litr/s$ ۲) $۱۰۸ litr/s$

۳) $۱۰۸۰ litr/s$ ۴) $۱۰۸۰۰ litr/s$

۲۴. مدل فیزیکی سریز سدی با مقیاس طولی $\frac{۱}{۳۰}$ ساخته شده است. سرعت حرکت آب در نقطه‌ای از مدل $۰/۶ m/s$ و دبی عبوری $۰/۰۵ m^۳/s$ می‌باشد. سرعت در نقطه متناظر و دبی عبوری از سرریز چقدر است؟

۱) $۲۴۶۵ m^۳/s, ۱۸ m/s$ ۲) $۸/۲ m^۳/s, ۱۸ m/s$

۳) $۸/۲ m^۳/s, ۳/۲۹ m/s$ ۴) $۲۴۶/۵ m^۳/s, ۳/۲۹ m/s$

۲۵. در صورتی‌که بدانیم نیروی برش در واحد سطح τ، در یک جریان آشفته تابعی از قطر لوله D، زبری مطلق جدار لوله K، سرعت جریان مایع V، جرم مخصوص مایع ρو لزجت دینامیکی مایع (ویسکوزیته دینامیکی) μ می‌باشد، فرم عمومی معادله τبا کدامیک از روابط زیر بیان می‌شود؟

۱) $\tau = \rho v^۲ \phi(\frac{\mu}{\rho v d}, \frac{k}{d})$ ۲) $\tau = \rho v^۲ \phi(\frac{\mu}{\rho v d}, d)$

۳) $\tau = \rho v^۲ \phi(\frac{\mu}{\rho v d})$ ۴) $\tau = \rho v^۲ \phi(k)$

۲۶. اگر برای ساخت مدل هیدرولیکی از یک جسم اصلی نیروهای لزجت و ثقل،

نیروهای اصلی باشندبرای وقتی که سیال مدل و جسم اصلی یکی هستند کدام عبارت برای ایجاد تشابه کامل، صحیح است؟

۱) $L_r = U_r^{\frac{1}{2}}$ ۲) $U_r = L_r^{\frac{1}{2}}$

۳) $L_r = 1$ ۴) $U_r = L_r$

۲۷. مدل سرریزی با نسبت $L_r = \frac{1}{50}$ و دبی طراحی سرریز $17000\ m^3/s$ ساخته می‌شود. دبی سرریز مدل برحسب متر مکعب در ثانیه برای تشابه دینامیکی را از بین گزینه‌های زیر انتخاب کنید؟

۱) ۴۸/۱ ۲) ۰/۹۶

۳) ۰/۱۴ ۴) ۶/۸

۲۸. در مدل آزمایشگاهی یک بندرگاه با مقیاس $\frac{1}{200}$ (برای مطالعه جریان‌های جذر و مدی) نسبت زمان واقعی جذر و مدی به زمان جذر و مدی درآزمایشگاه چقدر می‌باشد؟

۱) $5\sqrt{2}$ ۲) $10\sqrt{2}$

۳) ۲۰۰ ۴) ۳۰۰

۴) در صورتی‌که خواص فیزیکی دو سیال در آزمایشگاه و واقعیت یکی باشد این نسبت برابر ۱ می‌باشد.

۲۹. آب در لوله‌ای به قطر ۶۰۰ میلی‌لیتر و با سرعت ۰/۵ متر بر ثانیه در حال جریان است. مدلی با مقیاس ۱:۱۰ در آزمایشگاه ساخته می‌شود. در صورتی که سیال استفاده شده در آزمایشگاه آب باشد، برای برقراری تشابه دینامیکی، دبی لوله در آزمایشگاه برحسب لیتر بر ثانیه کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۹/۲

۳) ۷/۱ ۴) ۱۱

۳۰. کدام یک از تعاریف زیر صحیح است؟

۱) عدد فرود نسبت نیروی الاستیسیته به نیروی ثقل را بیان می‌کند.

۲) عدد وبر نسبت نیروی ثقل به نیروی کشش سطحی را بیان می‌کند.

۳) عدد ماخ نسبت نیروی ثقل به نیروی لزجت را بیان می‌کند.

۴) عدد رینولدز نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت را بیان می‌کند.

۳۱. سرعت جریان آب در روی مدل تاج سرریزی با مقیاس ۱:۲۵ برابر با $۰/۶ m/s$ است. سرعت جریان در روی تاج سرریز (اصلی) چندمتر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) ۳ ۲) ۸

۳) ۱۵ ۴) ۰/۱۲

۳۲. با فرض ثابت بودن شتاب ثقل در مدل و طبیعت، رابطه ی بین نسبت لزجت سینماتیکی مدل به جسم واقعی، $\upsilon_m / \upsilon_\rho$ در صورتی که معیار شبیه سازی بر مبنای استفاده توأم از قانون رینولدز و قانون فرود باشد (عدد رینولدز و فرود مدل و طبیعت یکی باشد) برابر است با:

۱) $\frac{v_m}{v_P} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)$ ۲) $\frac{v_m}{v_P} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{۲}$

۳) $\frac{v_m}{v_P} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{\frac{۱}{۲}}$ ۴) $\frac{v_m}{v_P} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{\frac{۳}{۲}}$

۳۳. کدام تعریف در مورد عدد وبر صحیح است؟

۱)نسبت نیروی اینرسی بر نیروی ویسکوز است.

۲)نسبت نیروی اینرسی بر کشش سطحی است.

۳)نسبت انرژی جنبشی بر نیروی ویسکوز است.

۴)نسبت نیروی ویسکوز بر نیروی اینرسی است.

۳۴. اگر مقیاس طول در مدل هیدرولیکی را $\frac{۱}{۵۰}$ در نظر بگیریم در یک کانال باز مقیاس نیرو چقدر خواهد بود؟

۱) $\frac{۱}{۱۲۵۰}$ ۲) $\frac{۱}{۶۲۵۰۰}$

۳) $\frac{۱}{۲۵۰۰}$ ۴) $\frac{۱}{۱۷۶۷۷}$

فصل هفتم

جریان در کانال‌های باز

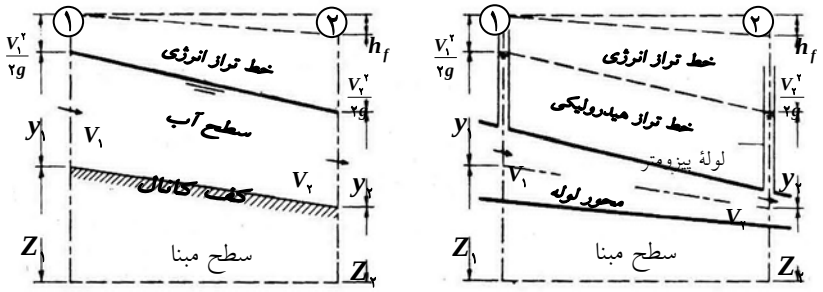
۷-۱مقدمه

به‌طور کلی جریان مایع در یک مجرا به دو صورت جریان در لوله‌ها (تحت فشار) و جریان در کانال‌های باز (جریان با سطح آزاد) وجود دارد. در جریان تحت فشار که می‌توان آن را جریان در مجرای بسته نیز نامید، تمام مایع درون یک مرز جامد محصور شده است و مایع در تماس با جدارجامد می‌باشد ولی در کانال‌های باز، مایع در تمام مسیر در معرض فشار اتمسفر قرار دارد. در واقع در کانال‌های باز جریان در سطح بالایی خود آزاد بوده و در این مرز جریان همواره با فشار اتمسفر روبه‌رو می‌باشد.

۷-۲ مقایسه جریان در کانال‌های باز و مجاری تحت فشار

جریان تحت فشار عمدتاً شامل جریان آب در لوله‌های آبرسانی، شبکه‌های توزیع آب شهری و لوله‌کشی ساختمان‌ها می‌باشد ولی جریان در کانال‌های باز، حرکت آب در آبراهه‌های طبیعی (نظیر رودخانه و نهرها)، آبراهه‌های مصنوعی (نظیر کانال‌های آبرسانی و کانال‌های آبیاری و زهکشی را شامل می‌گردد. بنابراین فرق اساسی بین جریان در لوله‌ها و جریان در کانال‌های باز در این است که جریان در لوله‌ها، جریان تحت فشار است وفشار در قسمت‌های مختلف، معمولاً متفاوت است و با استفاده از اختلاف طبیعی و یا پمپ می‌توان آن را به میزان دلخواه کنترل کرد، در صورتی که فشار وارد بر سطح مایع در مجاری باز، در تمام قسمت‌های مسیر، ثابت و در مواردی مایع

در تماس با هوا قرار دارد، این فشار برابر فشار اتمسفر است.



شکل ۷-۱ مقایسه جریان در لوله‌ها و مجاری لوله باز

انرژی مکانیکی درهر مقطع از جریان عبارت از ارتفاع معادل سرعت ($\frac{V^2}{2g}$)، ارتفاع معادل فشار ($\frac{P}{\gamma}$) و ارتفاع از مبناء Z خواهد بود.انرژی کل در هر مقطع از جریان که در واحد وزن بیان می‌شود، دارای بعد طول می‌باشد و از مجموع سه عبارت فوق به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + Z \qquad (۱-۷)$$

خط پیوسته‌ای که مقدار انرژی را در مقاطع مختلف جریان نشان می‌دهد. خط تراز انرژی نامیده می‌شود و به دلیل کاهش انرژی مکانیکی، (در مسیر حرکت آب قدری از انرژی به‌صورت گرما از محیط خارج می‌گردد که افت انرژی در مسیرحرکت نامیده می‌شود.) این خط در مسیر حرکت دارای شیب منفی می‌باشد. مقدار فشار در هر مقطع از لوله به‌وسیله ارتفاع آب موجود در لولهٔ پیزومتر مشخص می‌گردد. مکان هندسی نقاط مزبور خط پیزومتریک یا خط تراز هیدرولیک را نشان می‌دهد و فقط جمع دو عبارت $\frac{P}{\gamma}$ و Z را شامل می‌شود و به مقدار ارتفاع معادل سرعت ($\frac{V^2}{2g}$) از خط انرژی فاصله دارد ولی در مورد مجاری باز با شیب کم، سطح آزاد آب خود خط پیزومتریک است.

در هیدرولیک مجاری روباز، به علت شکل‌پذیری سطح آزاد مایع، مقطع عرضی

در هر نقطه از طول آبراهه، برخلاف لوله‌های تحت فشار، می‌تواند تغییر کند. بنابراین شکل سطح آزاد مایع در طول آبراهه مشخص نبوده وتعیین آن یکی از موضوعات اساسی در مجاری باز می‌باشد. همچنین تغییر شکل‌پذیری سطح آزاد مایع، سبب ایجاد پدیده‌هایی نظیر پرش هیدرولیکی و... می‌گردد که در لوله‌های تحت فشار وجود ندارد.

۷-۳ انواع کانال‌های باز

کانال‌ها را می‌توان براساس نقطه نظرهای گوناگون تقسیم بندی کرد که عبارتند از:

تقسیم‌بندی کانال‌ها از نظر طبیعی یا مصنوعی بودن

الف)کانال طبیعی کانالی است که به‌طور طبیعی در سطح زمین ایجاد گردیده و نقش بشر در ساخت و شکل‌گیری آن ناچیز می‌باشد ومشخصات این کانال‌ها با زمان و مکان تغییر می‌کند. مثال مشخصی از این کانال‌ها رودخانه‌هایی هستند که در خط القعر یک حوضه آبریز وظیفه انتقال آب را به سمت نقطهٔ تمرکز دارا می‌باشند.

ب) کانال‌های مصنوعی کانال‌هایی هستند که برای هدف خاصی نظیر انتقال آب از سدهای ذخیره‌ای به مزارع،کارخانجات، ... یا جهت دفع سیلاب‌ها، ... توسط بشر ساخته می‌شود که دارای مقاطع عرضی ثابت و منظم است.

تقسیم‌بندی کانال‌ها بر اساس تغییرات در سطح مقطع

الف)کانال‌های منشوری: کانال‌هایی هستند که در مسیرشان سطح مقطع وشیب ثابت باشد.

ب) کانال‌های غیرمنشوری: کانال‌هایی هستند که در مسیر آنها سطح مقطع و یا شیب کانال تغییر می‌کند.

تقسیم‌بندی کانال‌ها براساس پایداری مصالح جداره در مقابل فرسایش

کانال‌های با جدارهٔ ثابت: کانال‌هایی هستند که مصالح جدارهٔ آنها ثابت وغیرقابل فرسایش می‌باشد و از مصالح سخت نظیر بتن، چوب، فلز و یا مصالح بنایی ساخت می‌شوند.

ب) کانال‌های با جدارهٔ متحرک: جدارهٔ این نوع کانال‌ها از ذرات رسوبی تشکیل یافته و ذرات این قابلیت را دارند تا تحت تاثیر جریان آب به حرکت درآیند.

تقسیم‌بندی کانال براساس کاربرد آنها

کانال‌های مصنوعی برحسب نوع کاربری به نامهای مختلفی تقسیم می‌شوند.

کانال بازی که با طول زیاد و شیب متوسط که معمولاً بر روی زمین حفر می‌شود را کانال می‌گویند.

کانال بازی که دارای طول کمی هستند و از چوب، فلز، بتن و یا مصالح دیگر ساخته می‌شود و بر روی پایه‌های بالاتر از سطح زمین بنا می‌شود به نهر پایدار معروفند.

کانال‌هایی با شیب بسیار تند که معمولاً دارای طول کم و دیواره‌های قائم هستند تا آب را از ارتفاع زیاد به ارتفاع پایین‌تر برسانند به تند آبراه موسومند.

کانالی که برای اختلاف ارتفاع کم (0/9 متر تا 4/5 متر) به‌کار می‌رود و طول کمتری نسبت به تند آبراه داشته باشد، شیب شکن نامیده می‌شود.

کانال بسته کوتاهی که از زیر جاده یا راه‌آهن برای انتقال آب از یک طرف به طرف دیگر به‌کار می‌رود، آبرو نامیده می‌شود.

کانال بسته‌ای که برای عبور دادن آب از قسمت‌های تپه ماهوری وکوهستانی با سوراخ کردن کوه و عبور از موانع ساخته می‌شود تونل نام دارد.

هر تغییر مقطع یا تغییر جهت جریانی که در قسمت کوتاهی از مسیر کانال انجام می‌شود تبدیل نامیده می‌شود.

۷-۴ انواع مقاطع کانال‌های باز

۳-۱-۱ ذوزنقه‌ای

این مقطع معمول‌ترین شکل برای کانال‌های آبیاری بوده، در مصالح خاکی حفر گردیده و دارای پوششی از مصالح سخت نمی‌باشد، شیب کناره‌ها پایداری عمومی آن را در مقابل لرزش‌ها تأمین می‌کند.

۳-۱-۲ مقاطع مستطیلی و مثلثی

حالت خاصی از مقطع ذوزنقه‌ای هستند. مقطع مستطیلی در مصالح سنگی حفر گردیده و دارای پوششی از جنس مصالح سخت بوده در حالی‌که کانال‌های مثلثی در دبی‌های کم در آبروی حاشیه خیابان‌ها و جاده‌ها و در کارهای آزمایشگاهی مورد استفاده قرار

می‌گیرند.

۳-۱-۳ مقطع دایره‌ای

در سیستم‌های جمع‌آوری و انتقال فاضلاب و به‌صورت پیش ساخته (لوله) تولید شده و در آبروی‌های زیر جاده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۳-۱-۴ مقطع سهمی

به‌عنوان یک تقریب برای کانال‌های طبیعی در اندازهٔ کوچک و متوسط به‌کار می‌روند.

۳-۱-۵ مقاطع نعل اسبی و تخم‌مرغی

در تأسیسات جمع‌آوری وانتقال فاضلاب کاربرد دارند. این مقاطع علاوه برخواص سازه‌ایی نکات هیدرولیکی طرح را نیز ارضا می‌نمایند.

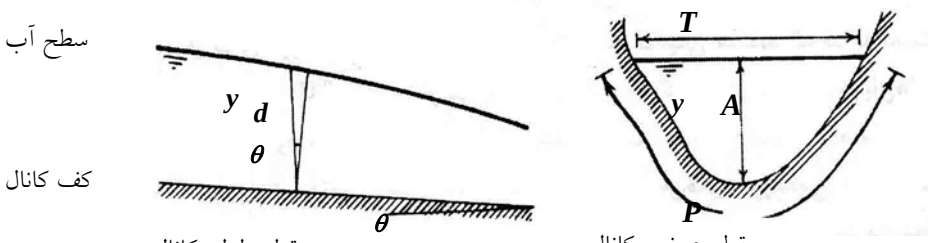
۳-۱-۶ مقاطع مرکب

در حالت سیلابی که آب ازکانال اصلی لبریز شده و در بسترهای سیلابی اطراف جاری می‌گردد و شکل مقطع کانال با مقاطع استاندارد معرفی شده قابل تطبیق نبوده، بنابراین این گونه مقاطع، مقاطع مرکب نامیده می‌شوند.

۷-۵ مشخصات هندسی مقاطع کانال‌های باز

از آنجا که در این فصل با بعضی اصطلاحات سروکار داریم، لذا ابتدا به شرح این اصطلاحات وتعاریف می‌پردازیم که در جدول (۷-۳) ارائه گردیده است.

عمق جریان (y): عبارتست ازفاصله قائم پایین‌ترین نقطه کف کانال تا سطح آزاد آب (شکل۷-۱). این فاصله در جهت عمود بر کف و یا در صفحه‌ای عمود بر جهت عمومی جریان با d نمایش داده می‌شود که در مورد کانال‌های با شیب کم ($\theta \leq 6^\circ$). این دو مشخصه یکسان در نظر گرفته می‌شوند ولی در کانال‌های با شیب تندتر باید بین y و d تفاوت قائل شد. رابطه بین این دوعمق به‌صورت $d = y\cos\theta$ بین d و y وجود دارد، خواهد بود که θ زاویه امتداد طولی کف کانال با افق می‌باشد.



شکل ۷-۲ مقاطع طولی وعرضی در کانال روباز

مساحت مقطع (A): عبارت ازسطح مقطع مجرا در زیر سطح آزاد آب است. شکل (۷-۲)

عرض سطح آزاد(T): به طولی از مقطع جریان گفته می‌شود که با هوای آزاد در تماس باشد.

پیرامون مرطوب (محیط خیس شده) (P): در صورتی که از محیط کلی مقطع جریان عرض سطح آزاد آب را کم نماییم پیرامون مرطوب به‌دست می‌آید که طول مشترک تماس جریان با بستر کانال را نشان می‌دهد.

شعاع هیدرولیکی(R):نسبت سطح مقطع جریان به محیط خیس شده را شعاع هیدرولیکی می‌نامند، یعنی:

$$R = \frac{A}{P} \qquad (۷-۲)$$

این تعریف در مجاری تحت فشار نیز به‌کار برده می‌شود. به‌عنوان مثال دریک لوله مدور به قطر d شعاع هیدرولیکی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$R = \frac{\pi\left(d^{۲}/۴\right)}{\pi d} = \frac{d}{۴} \rightarrow d = ۴R$$

عمق هیدرولیکی (D): بنابر تعریف نسبت سطح مقطح جریان به عرض سطح آزاد آب (T) عمق هیدرولیکی نامیده می‌شود.

$$D = \frac{A}{T} \qquad (۷-۳)$$

تراز: در یک مقطع از کانال فاصلهٔ قائم سطح آزاد آب نسبت به یک سطح مبنای

دلخواه تراز گفته می‌شود این واژه در محاسبات دبی رودخانه‌ها کاربرد دارد.

فاکتور سطح درمحاسبه عمق بحرانی (Z): این فاکتور به‌صورت زیر تعریف شده و در محاسبات عمق بحرانی مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$Z = A\sqrt{D} = A\sqrt{\frac{A}{T}} = \frac{A^{3/2}}{\sqrt{T}} \qquad (۴-۷)$$

مقطع	مساحت A	پیرامون مرطوب P	شعاع هیدرولیکی R	عرض سطح T	عمق هیدرولیکی D	فاکتور سطح Z
مستطیل	by	$b+2y$	$\frac{by}{b+2y}$	b	y	$by^{1.5}$
ذوزنقه	$(b+zy)\,y$	$b+2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{(b+zy)\,y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$b+2zy$	$\frac{(b+zy)y}{b+2zy}$	$\frac{[(b+2y)y]^{1.5}}{\sqrt{b+2zy}}$
مثلث	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$	$\frac{1}{2}y$	$\frac{\sqrt{2}}{2}zy^{2.5}$
دایره	$\frac{1}{8}(\theta-\sin\theta)d_o^2$	$\frac{1}{2}\theta\, d_o$	$\frac{1}{4}\left(1-\frac{\sin\theta}{\theta}\right)d_o$	$2\sqrt{y(d_o-y)}$ or $(\sin\frac{1}{2}\theta)\,d_o$	$\frac{1}{8}\left(\frac{\theta-\sin\theta}{\sin\frac{1}{2}\theta}\right)d_o$	$\frac{\sqrt{2}(\theta-\sin\theta)^{1.5}}{32\,(\sin\frac{1}{2}\theta)^{0.5}}d_o^{2.5}$
سهمی	$\frac{2}{3}Ty$	$T+\frac{8y^2}{3T}$	$\frac{2T^2y}{3T^2+8y^2}$ *	$\frac{3}{2}\frac{A}{y}$	$\frac{2}{3}y$	$\frac{2}{9}\sqrt{6}\,Ty^{1.5}$
مستطیل گرد گوشه ($y>r$)	$\left(\frac{\pi}{2}-2\right)r^2+(b+2r)y$	$(\pi-2)\,r+b+2y$	$\frac{(\pi/2-2)r^2+(b+2r)y}{(\pi-2)r+b+2y}$	$b+2r$	$\frac{(\pi/2-2)\,r^2}{b+2r}+y$	$\frac{[(\pi/2-2)r^2+(b+2r)y]^{1.5}}{\sqrt{b+2r}}$
مثلث با گوشه گرد	$\frac{T^2}{4z}-\frac{r^2}{z}(1-z\cot^{-1}z)$	$\frac{T}{2}\sqrt{1+z^2}-\frac{2r}{z}(1-z\cot^{-1}z)$	$\frac{A}{P}$	$2[Z(y-r)+r\sqrt{1+Z^2}]$	$\frac{A}{T}$	$A\sqrt{\frac{A}{T}}$

شکل ۷-۳ مشخصات هندسی مقاطع در کانال‌های باز

۷-۶ طبقه‌بندی و تشخیص انواع جریان در کانال‌های باز

طبقه‌بندی جریان براساس دو معیار زمان و مکان صورت می‌گیرد. هرگاه در یک مقطع ثابت از جریان آب، مشخصات جریان نسبت به زمان تغییر نکند جریان را دائمی و در غیر این صورت جریان را غیردائمی می‌گویند واما اگرمشخصات جریان نسبت به مکان تغییر نکند جریان را یکنواخت در غیراینصورت جریان را غیریکنواخت گویند. توجه شود که جریان غیریکنواخت، جریان متغیر هم نامیده می‌شود و به‌صورت‌های زیر قابل طبقه بندی است:

الف) جریان متغیر تدریجی (G.V.F)

تغییرات عمق در این جریان در فاصله طولانی از مسیر صورت می‌گیرد و انحنای سطح آب طبیعتاً قابل ملاحظه نیست.

ب) جریان متغیر سریع (R.V.F)

در این جریان، تغییرات شدید عمق جریان در فاصله کوتاهی از مسیر صورت گرفته و سطح آب انحنای قابل توجهی دارد. معمولاً جریان در رسیدن به یک مانع (نظیر تغییر در شیب، برخورد به یک دریچه و یا سرریز) به‌طور دفعتاً چنین تغییرات سریعی ازخود نشان می‌دهد.

ج) جریان متغیر مکانی (S.V.F)

در طبقه‌بندی جریان به‌صورت G.V.F و R.V.F فرض برآن بود که هیچ گونه دبی در امتداد طولی کانال، به کانال افزوده و یا ازآن خارج نمی‌شود. اگراین فرض برقرار نباشد جریان حاصله را متغیر مکانی گویند.

طبقه‌بندی جریان براساس دیدگاه Chawo بدین صورت می‌باشد (متغیر مورد بررسی y است).

الف)جریان دائمی $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$ یکنواخت

$\frac{\partial y}{\partial x} = 0$ غیریکنواخت (متغیر)

$\frac{\partial y}{\partial x} \neq 0$ متغیر تدریجی (G.V.F)

متغیر سریع (R.V.F)

متغیر مکانی (R.V.F)

ب) جریان غیردائمی
- یکنواخت ($\frac{\partial y}{\partial x} = ۰$) (به‌ندرت وجود دارد) $\frac{\partial y}{\partial x} = ۰$
- غیریکنواخت (متغیر) $\frac{\partial y}{\partial x} \neq ۰$
  - متغیر تدریجی (G.V.F)
  - متغیر سریع (R.V.F)
  - متغیر مکانی (R.V.F)

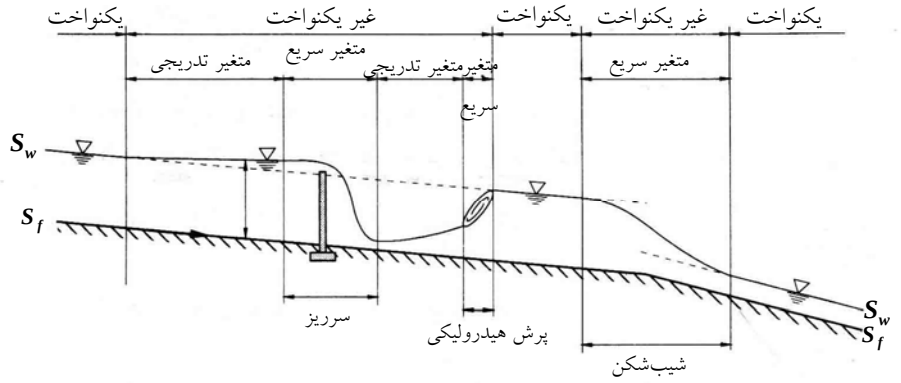
برای درک بهتر انواع جریان‌ها در کانال‌های باز به ذکر چند مثال بسنده می‌کنیم

جریان یکنواخت دائم: حالتی که مایعی در یک لوله بلند مستقیم با شدت جریان ثابت در حرکت است.

جریان یکنواخت غیردائم: حالتی که مایعی در یک لوله بلند مستقیم با شدت جریان متغیر در حرکت باشد.

جریان غیریکنواخت دائم: حالتی که مایعی در لوله‌ای با سطح مقطع متغیرو با شدت جریان ثابت در حرکت باشد.

جریان غیریکنواخت غیردائم:زمانی که مایعی در لوله‌ای با مقطع متغیروبا شدت جریان متغیر در حرکت باشد.



شکل ۷-۴ جریان‌های دائمی، یکنواخت و غیریکنواخت در کانال‌های باز

۷-۷ وضعیت جریان در کانال‌های باز

حرکت سیالات معمولاً نتیجه تاثیر دو گروه نیروی مخالف است که این دو دسته نیرو،

نوع و شرایط حرکت سیال را کنترل می‌کنند. یک گروه از این نیروها، نیروهای شتاب‌دهنده سیال‌اند که سبب حرکت آن می‌شوند وگروه دیگر، که مخالف گروه اولند، از حرکت سیال و شتاب‌دار شدن آن جلوگیری می‌کنند.

در جریان آب در کانال‌های باز، نیروهای مختلفی نظیر نیروهای لزجت، ثقل و شتاب‌دهنده بر روی عناصر سیال اثر می‌کنند.

۷-۷-۱ تأثیر نیروی لزجت

تحت تاثیر نیروی لزجت نسبت به نیروی شتاب‌دهنده، سه حالت متفاوت جریان در کانال‌های باز مشاهده می‌شوند.

۱. جریان آرام (لایه‌ای): در این حالت نیروی لزجت قوت بیشتری نسبت به نیروی شتاب دهنده داشته و ذرات آب در راستای اصلی حرکت به آرامی بر روی یکدیگر می‌لغزند.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (۵-۷)$$

۲. جریان آشفته (متلاطم): در این حالت نیروی شتاب‌دهنده قوت بیشتری نسبت به نیروی لزجت دارد و ذرات آب از مسیر اصلی خود خارج شده و دارای حرکات پراکنده، غیرمشخص و نامنظم در عرض نیز می‌باشند.

$$\tau = (\mu + \eta) \frac{du}{dy} \qquad (۶-۷)$$

۳. جریان انتقالی (بینابین): حد واسط بین جریان آرام و آشفته است.

معیار طبقه‌بندی و تشخیص این سه حالت پارامتر بدون بعدی به نام عدد دینولدز می‌باشد که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V L}{\mu} \propto \frac{\text{نیروی شتاب دهنده}}{\text{نیروی لزجت}} \qquad (۷-۷)$$

که در رابطه فوق داریم ρ جرم مخصوص آب؛ μ لزجت دینامیک آب ؛ V سرعت متوسط و L طول مشخصه جریان که در کانال‌های باز معمولاً همان شعاع هیدرولیکی (R) در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه عدد رینولدز برابر خواهد بود با:

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho VR}{\mu}=\frac{VR}{\upsilon} \qquad (۸-۷)$$

که υ همان لزجت سنماتیکی آب می‌باشد.

براساس مشاهدات آزمایشگاهی و برای کانال‌های باز برای عدد رینولدزحدود زیر را می‌توان بیان کرد:

جریان آرام(لایه‌ای) $\mathrm{Re} < ۵۰۰$

جریان انتقالی(بینابین) $۵۰۰ \le \mathrm{Re} \le ۲۰۰۰$

جریان آشفته $۲۰۰۰ < \mathrm{Re}$

طبق تجربه ثابت شده که وضعیت جریان در کانال‌ها غالباً به‌صورت آشفته است.

۷-۷-۲ تأثیر نیروی ثقل

نیروی ثقل در تمام موارد عامل اصلی حرکت سیال است. تأثیر نیروی ثقل در قالب پارامتر دینامیکی بدون بعدی به نام عدد فرود مورد بررسی قرار می‌گیرد. این عدد در هر مقطع از جریان به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Fr=\frac{V}{\sqrt{gl}}\propto\sqrt{\frac{\text{نیروی شتاب‌دهنده}}{\text{نیروی ثقل}}} \qquad (۹-۷)$$

که در رابطه فوق V سرعت متوسط، g شتاب ثقل و L طول مشخصه جریان است.

در کانال‌های باز طول مشخصه از جریان برابر عمق هیدرولیکی (D) می‌باشد در نتیجه عدد فرود به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

$$Fr=\frac{V}{\sqrt{gD}} \qquad (۱۰-۷)$$

و در کانال‌های با مقطع مستطیلی با توجه این D=y که می‌باشد عدد فرود برابر خواهد شد با:

$$Fr=\frac{V}{\sqrt{gy}} \qquad (۱۱-۷)$$

براساس تأثیر نیروی ثقل نسبت به نیروی شتاب دهنده، سه وضعیت رفتاری متفاوت از جریان در کانال‌های باز مشاهده می‌گردد.

۱. اگر $Fr>۱$ باشد، جریان فوق بحرانی نامیده می‌شود که در آن به ازای یک دبی ثابت عمق جریان کم و سرعت زیاد می‌باشد. در این حالت بین جریان پایین دست و بالادست ارتباط هیدرولیکی مشاهده نمی‌شود و موج حاصله از اغتشاش موضعی در جریان قابلیت انتقال به بالادست را ندارد.

۲. اگر $Fr<۱$ باشد، جریان زیر بحرانی است که در آن به ازای یک دبی ثابت عمق جریان زیاد و سرعت کم می‌باشد. در این حالت موج حاصله در پایین دست به بالا منتقل می‌شود و رفتار بالادست از پایین دست جریان تأثیر می‌پذیرد.

۳. اگر $Fr=۱$ باشد جریان بحرانی است.

۳-۷-۷ رژیم جریان

تأثیر مشترک نیروی ثقل و نیروی لزجت، رژیم جریان را در کانال‌های باز مشخص می‌کند.

رژیم زیر بحرانی ـ آرام	$Re<۵۰۰$, $Fr<۱$
رژیم زیر بحرانی ـ آشفته	$Re>۲۰۰۰$, $Fr<۱$
رژیم فوق بحرانی ـ آرام	$Re<۵۰۰$, $Fr>۱$
رژیم فوق بحرانی ـ آشفته	$Re>۲۰۰۰$, $Fr>۱$

مثال ۱-۲ دبی آب $۱۰\ m^۳/s$ در یک کانال ذوزنقه‌ای با مشخصات $b=۳m$ و $z=۱/۵$ و عمق جریان $y=۱/۳m$ به‌صورت یکنواخت در جریان است. رژیم جریان را مشخص نمایید؟ $\left(v=۱۰^{-۶}m^۲/s\right)$

حل:

برای مقطع ذوزنقه‌ای شکل با ابعاد هندسی داده شده داریم:

$$R=\frac{A}{P}=\frac{(b+zy)y}{b+۲y\sqrt{۱+z^۲}}=\frac{(۳+۱/۵\times۱/۳)۱/۳}{۳+۲\times۱/۳\sqrt{۱+۱/۵^۲}}=۰/۸۳۷\,m$$

$$A=(b+z\,y)y=(۳+۱/۵\times۱/۳)۱/۳=۶/۴۳۵m^۲$$

$$D=\frac{A}{T}=\frac{(b+zy)y}{b+۲zy}=\frac{(۳+۱/۵\times۱/۳)۱/۳}{۳+۲\times۱/۵\times۱/۳}=۰/۹۳۲m$$

مشخصات هیدرولیکی مقطع جریان عبارتند از:

$$V = \frac{۱۰}{۶/۴۳۵} = ۱/۵۵۴\ m/s$$

$$\mathrm{Re} = \frac{VR}{\nu} = \frac{۱/۵۵۴ \times ۰/۸۳۷}{۱۰^{-۶}} = ۱/۳ \times ۱۰^{۶} >> ۲۰۰۰$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}} = \frac{۱/۵۵۴}{\sqrt{۹/۸۱ \times ۰/۰/۹۳۲}} = ۰/۵۱۳ < ۱$$

بنابراین رژیم جریان زیر بحرانی ـ آشفته می‌باشد.

۷-۸ کاربرد روابط اساسی حاکم بر حرکت سیالات در کانال‌های باز

۷-۸-۱ رابطهٔ پیوستگی

این رابطه بیانگر قانون بقای جرم برای یک سیستم می‌باشد و برای حجم کنترل انتخابی بین دو مقطع ۱ و۲ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

جرم خروجی در واحد زمان از حجم کنترل=جرم ورودی در واحد زمان به حجم کنترل

$$\rho_۱ V_۱ A_۱ = \rho_۲ V_۲ A_۲ \xrightarrow{\text{اگر } \rho = ۰ \text{ باشد}} V_۱ A_۱ = V_۲ A_۲ = Q \qquad (۱۲-۷)$$

۷-۸-۲ رابطهٔ انرژی

رابطهٔ انرژی در جریان دائمی آب در یک کانال باز برای حجم کنترل انتخابی به‌صورت زیربیان می‌شود:

انرژی خروجی در واحد زمان از حجم کنترل=افت انرژی در واحد زمان–انرژی ورودی در واحد زمان به حجم کنترل

یا

$$H_۱ - h_f = H_۲$$

این رابطه بر مبنای تحلیل یک بعدی وبرای دو مقطع با لحاظ کردن ضریب تصحیح انرژی جنبشی به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{P_۱}{\gamma} + \frac{\alpha_۱ V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ - h_f = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{\alpha_۲ V_۲^۲}{۲g} + Z_۲ \qquad (۱۳-۷)$$

که دررابطه فوق $\alpha_۱, \alpha_۲$ ضریب تصحیح انرژی می‌باشد و به‌صورت زیر بیان

می‌گردند:

$$\alpha_1 = \frac{\int_{A_1} v_1^3 dA}{\overline{V}_1^3 A_1} \quad , \quad \alpha_2 = \frac{\int_{A_2} v_2^3 dA}{\overline{V}_2^3 A_2}$$

۷-۸-۳ رابطهٔ اندازه حرکت

معادلهٔ اندازه حرکت به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum \overline{F} = \rho Q\left(\overline{V}_2 - \overline{V}_1\right) \qquad (۱۴-۷)$$

معادله فوق، معادله تغییرات اندازه حرکت نامیده می‌شود که یک معادله‌ای برداری است. از آنجایی که ممکن است در مقاطع عرضی مختلف از یک کانال توزیع سرعت متفاوت باشد، ضریب تصحیح اندازه حرکت (β) یا ضریب مومنتم در معادله ۷-۱۴ اعمال می‌شود در نتیجه:

$$\sum \overline{F} = \rho Q\left(\beta_2 \overline{V}_2 - \beta_1 \overline{V}_1\right) \qquad (۱۵-۷)$$

که در رابطه فوق ضریب تصحیح اندازه حرکت به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\beta_1 = \frac{\int_A v_1^2 dA}{\overline{V}_1^2 A} \quad , \quad \beta_2 = \frac{\int_A v_2^2 dA}{\overline{V}_2^2 A} \qquad (۱۶-۷)$$

۷-۹ توزیع سرعت در کانال‌ها

توزیع سرعت در کانال‌های باز به دلیل شرط عدم لغزش، زبری بستر و سطح آزاد آب یکسان نیست.

به‌طور معمول حداکثر سرعت در یک کانال در عمق 0/05 تا 0/25 عمق آب از سطح آزاد می‌باشد. همچنین به تجربه ثابت شده است که در صورتی که سرعت در اعماق $۰/۲y$ و $۰/۸y$ اندازه گیری شود، میانگین این دو سرعت، سرعت متوسط در آن مقطع قائم را به‌دست خواهد داد، یعنی:

$$V = \frac{V_{۰/۲y} + V_{۰/۸y}}{۲} \qquad (۱۷-۷)$$

به دلیل عدم یکنواختی توزیع سرعت دریک سطح مقطع از کانال مقدار واقعی

پتانسیل سرعت از $\frac{V^2}{2g}$ (V سرعت متوسط جریان در یک مقطع می‌باشد) بیشتر است. و لذا در محاسبه پتانسیل سرعت این مقدار باید تصحیح شود. این تصحیح توسط ضریب تصحیح انرژی صورت می‌گیرد و در $\frac{V^2}{2g}$ ضرب می‌شود. α در کانال‌های مستقیم وبا سطح مقطع ثابت از 1/03 تا 1/36 تغییر می‌کند و در جریان آرام بیش از جریان آشفته می‌باشد. ضریب α از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\alpha = \frac{\int_A v^3 dA}{\overline{V}^3 A} \cong \frac{\sum v^3 \Delta A}{V^3 A} \qquad (۱۸-۷)$$

که دررابطه فوق v سرعت درهر جز سطح dA، V سرعت متوسط درکل مقطع می‌باشد. بنابراین معادله برنولی بین دو مقطع برابر خواهد بودبا:

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \qquad (۱۹-۷)$$

عدم یکنواختی توزیع سرعت در کانال در معادله مومنتم نیز موثر است. در این حالت از ضریب β یا ضریب مومنتم استفاده می‌شود مقدار βاز 1/01 تا ۱/۳۳ تغییر می‌کند و از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\beta = \frac{\int_A v^2 dA}{\overline{V}^2 A} \cong \frac{\sum v^2 \Delta A}{V^2 A} \qquad (۲۰-۷)$$

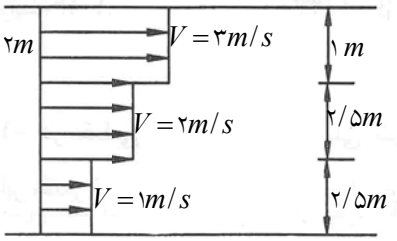
هرچه سطح مقطع کانال منظم‌تر و یکنواخت‌تر باشد. مقادیر αو βبه۱نزدیکتر می‌شوند. همچنین در مسائل عملی برای جریان‌های آشفته β, αرا یک در نظر می‌گیرند.

در دو رابطه (۷-۱۹) و (۷-۲۰) سرعت متوسط در کل مقطع مورد استفاده قرار گرفته است که سرعت متوسط با توجه به رابطه پیوستگی برابر خواهد بود با:

$$Q = AV$$

$$\overline{V} = \frac{\int_A v\, dA}{A} = \frac{\sum v\, dA}{A}$$

مثال ۱-۲: در یک مقطع از رودخانه پروفیل سرعت مطابق شکل (۱-۱۶) است. در صورتی‌که عمق آب در رودخانه ۲/۵ متر باشد، سرعت متوسط جریان، ضریب تصحیح انرژی و ضریب تصحیح اندازه حرکت را تعیین کنید؟



شکل

حل:

$$\overline{V} = \frac{\int_A v dA}{A} \cong \frac{\sum v \Delta A}{A} = \frac{(۱ \times ۲/۵ \times ۲) + (۲ \times ۲/۵ \times ۲) + (۳ \times ۱ \times ۲)}{(۶ \times ۲)} = ۱/۷۵ m/s$$

$$\alpha = \frac{\int_A v^۳ dA}{\overline{V}^۳ A} \cong \frac{\sum v^۳ \Delta A}{\overline{V}^۳ A} = \frac{(۱^۳ \times ۲/۵ \times ۲) + (۲^۳ \times ۲/۵ \times ۲) + (۳^۳ \times ۱ \times ۲)}{(۱/۷۵^۳ \times ۲ \times ۶)} = ۱/۵۳ m/s$$

$$\beta = \frac{\int_A v^۲ dA}{\overline{V}^۲ A} \cong \frac{\sum v^۲ \Delta A}{\overline{V}^۲ A} = \frac{(۱^۲ \times ۲/۵ \times ۲) + (۲^۲ \times ۲/۵ \times ۲) + (۳^۲ \times ۱ \times ۲)}{(۱/۷۵^۲ \times ۲ \times ۶)} = ۱/۸ m/s$$

۷-۱۰ سرعت حرکت امواج سطحی

در صورت ایجاد اغتشاش در جریان (انداختن سنگ به داخل کانال) و ایجاد امواج کوچک سطحی این امواج با سرعت $\sqrt{gy}$ منتشر خواهد شد که در آن y عمق جریان می‌باشد. این سرعت انتشار نسبت به آب در نظر گرفته می‌شود. بنابراین هر گاه جریان درکانال، دارای سرعت متوسط V باشد حرکت موج سطحی ایجاد شده نسبت به زمین درجهت جریان برابر $\sqrt{gy} + V$ ودرخلاف جهت جریان برابر $\sqrt{gy} - V$ می‌باشد.

۲۶- در یک کانال با عمق و سرعت اولیه ۱/۲ متر و ۱/۵ متر در ثانیه، موجی در سطح آب به ارتفاع 0/7 متر ایجاد شده و به طرف بالا دست درحرکت است. سرعت موج چند متر بر ثانیه است؟

حل:

$$c = \sqrt{gy_۱} = \sqrt{۹/۸۱ \times ۱/۲} = ۳/۴۳ m/s$$

۷-۱۱ توزیع فشار در کانال‌ها

هدف از تعیین فشار در کانال‌ها مشخص نمودن نحوهٔ تغییرات پارامتر فشار درعرض و در عمق در مقطع خاصی از کانال می‌باشد. در این فصل روابط لازم در تعیین تغییرات فشار در سه حالت جریان‌های یکنواخت با شیب تند، جریان‌های متغیر تدریجی و جریان‌های با انحنا مورد بررسی قرار می‌گیرد.

الف) توزیع فشار در جریان‌های یکنواخت (موازی)

اگر معادله حرکت یک المان از آب درجهت عمود بر جریان نوشته شود به توجه به اینکه خطوط جریان موازی هستند، مؤلفه شتاب درجهت عمود بر خطوط جریان وجود ندارد و لذا:

$\sum F_n = ۰ \rightarrow$ مولفه وزن در جهت عمود بر خطوط جریان = نیروی فشاری

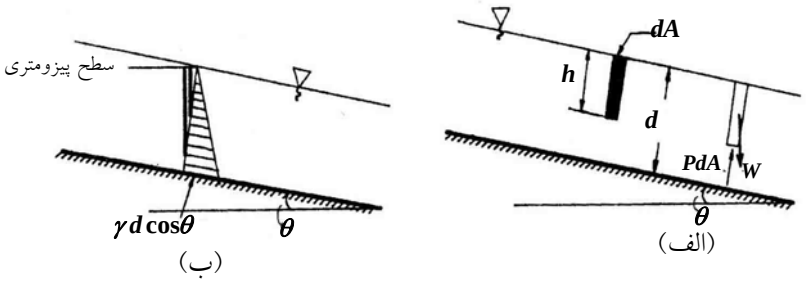
$$PdA = \gamma h dA \cos\theta \qquad (۲۱-۷)$$

$$P = \gamma h \cos\theta \qquad (۲۲-۷)$$

اگر تعیین مقدار فشار در کف کانال مورد نظر باشد با قرار دادن d به جای h می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$d = y\cos\theta \qquad (۲۳-۷)$$

$$P = \gamma d \cos\theta = \gamma h \cos\theta$$



شکل۷-۵ توزیع فشاردرجریان یکنواخت

همان‌طور که در شکل (ب) مشاهده می‌شود تغییرات فشار از مقدار صفر تا $\gamma d\cos\theta$ تغییر می‌نماید. و در صورتی که شیب کف کانال کم باشد ($\theta \leq ۶^\circ$) در آن صورت $\cos\theta = \cos^۲\theta = ۱$ در نتیجه:

$$P = \gamma d\cos\theta = \gamma y\cos^2\theta = \gamma y \qquad (۲۴-۷)$$

پس در کانال با شیب کم، سطح تراز هیدرولیکی را می‌توان منطبق برسطح آزاد گرفت.

ب) توزیع فشار در جریان‌های متغیر تدریجی

با توجه به ویژگی‌های جریان متغیر تدریجی تغییرات عمق در فاصله طولانی از مسیر انجام می‌شود. بنابراین توزیع فشار در این حالت نیز از قانون تغییرات هیدرواستاتیکی فشار تبعیت خواهد کرد و روابط مربوط به توزیع فشار درجریان یکنواخت، در این حالت نیز صادق می‌باشد.

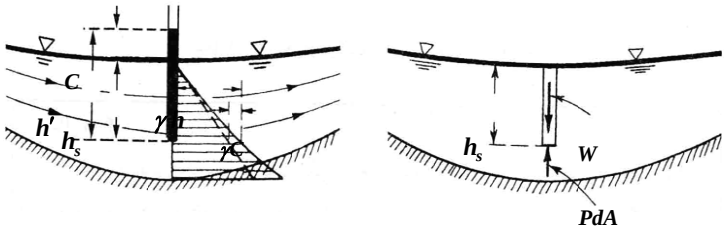
ج) توزیع فشار در جریان‌های با انحنا در صفحه قائم

در مطالعات چگونگی تغییرات فشار در قسمت تاج سرریزها و یا در پای سرریزها، با توجه به انحنای شدید که جریان دراین مواقع به خود می‌گیرد دیگر نمی‌توان از رابطه $P = \gamma h\cos\theta$ استفاده کرد، بلکه باید تصحیحاتی که دربرگیرنده تأثیر انحنای جریان باشد اعمال گردد.

الف) سطوح مقعر: در سطوحی که تقعر رو به بالا دارند فشار در کف بیشتر از فشار هیدرواستاتیکی است. شکل(۷-۶)

$$h' = h_s + \frac{V^2 h}{gr} \qquad \text{یا} \qquad h' = h_s + C \qquad (۲۵-۷)$$

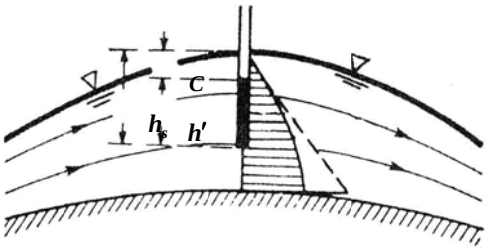
h' ارتفاع معادل فشار برحسب ستون آب؛ r شعاع انحنای جریان؛ V سرعت یکنواخت و متوسط؛ h عمق جریان (عمود بر افق)؛ C مقدارتصحیح ارتفاع نمایش فشار و h_s ارتفاع معادل فشار هیدرواستاتیک است.



شکل ۷-۶ جریان در کانال با انحنای مقعر

ب) سطوح محدب: در این سطوح فشار در کف کمتر از فشـار هیدرواسـتاتیک است. شکل(۷-۷)

$$h' = h_s - C \qquad \text{یا} \qquad h' = h_s - \frac{V^2 h}{gr} \qquad (۲۶-۷)$$



شکل ۷-۷ جریان در کانال با انحنای محدب

مثال ۲-۲: در یک کانال مستطیلی با کف محـدب، عمـق آب 3m و شـاع کـف کانال 18m است. اگر دبی در واحد عرض کانال 30m/s باشد، فشـار در کـف مجـرا را به‌دست آورید؟ (شکل ۷-۷).

حل:

با استفاده ازمعادله زیرمقدارتصحیح ارتفاع نظیر فشار درکف کانـال،C، بـه‌دسـت می‌آید.

$$V = \frac{q}{y = h} = \frac{۳۰}{۳} = ۱۰\ m/s$$

در نتیجه:

$$C = \frac{V^2 h}{g.r} = \frac{۱۰^2 \times ۳}{۹/۸۱ \times ۱۸} = ۱/۷۰\ m$$

$$h' = h_s - C = ۳ - ۱/۷ = ۱/۳ m$$

$$P = \gamma h' = ۹۸۱۰ \times ۱/۳ = ۱۲۷۵۳ N/m^2$$

h' = اختلاف فشار نمایش فشار واقعی

h_s = ارتفاع فشار هیدرواستاتیک

۷-۱۲ انرژی در کانال‌های باز

در حل مسائل مربوط به مباحث هیدرولیکی، آشنایی با اصول انرژی لازم وضروری است. در این جا اصول مربوط به انرژی در کانال‌های بازمورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین شکل خاصی از انرژی که انرژی مخصوص نامیده می‌شود، شرح داده می‌شوند. با استفاده از انرژی مخصوص می‌توان جریان سیال هنگام عبور از یک برآمدگی یا تنگنای موضعی را بررسی کرد که خود در تحلیل جریان در تاسیسات اندازه‌گیری دبی جریان، طراحی تبدیل‌ها و سرریزها قابل استفاده است.

۷-۱۳معادله انرژی و انرژی مخصوص

مقدار انرژی در هر مقطع جریان از یک کانال باز به‌صورت رابطهٔ زیر بیان می‌گردد:

$$H = d\cos\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} + Z = y\cos^2\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} + Z \qquad (۷-۲۷)$$

$$d = y\cos\theta \qquad (۷-۲۸)$$

اگر شیب کانال کم باشد ($\theta < 6^\circ$) و $\alpha = 1$ فرض شود معادله (۷-۲۷) به شکل زیرساده می‌شود:

$$H = y + \frac{V^2}{2g} + Z \qquad (۷-۲۹)$$

با استفاده ازروابط فوق معادلهٔ انرژی بین دومقطع به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

$$H = y_1\cos^2\theta + \alpha_1\frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = y_2\cos^2\theta + \alpha_2\frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_f \qquad (۷-۳۰)$$

درصورتی که شیب کف کانال کم باشد و $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ فرض شوند معادله فوق به‌صورت زیردر می‌آید:

$$H = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_f \qquad (۷-۳۱)$$

h_f مقدار افت انرژی ازسطح مقطع ۱ تا ۲ است. در جریان‌های یکنواخت، شیب سطح آب، شیب کف و شیب خط انرژی با هم برابرند.

$$S_0 = S_W = S_f = \sin\theta$$

باخماتف در سال ۱۹۱۲ مفهوم انرژی مخصوص را برای حل مسائل دشوار

هیدرولیک کانال‌های باز بیان نمود که راهنما و کلید مناسبی برای حل بسیاری از پدیده‌های هیدرولیکی می‌باشد.

انرژی مخصوص (E) عبارتست ازانرژی در هر سطح مقطع در واحد وزن، زمانی که نسبت به کف کانال (به‌عنوان سطح مبنا) در نظر گرفته شود و مقدارآن از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$E = d\cos\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} = y\cos^2\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} = y\cos^2\theta + \alpha\frac{Q^2}{2gA^2} \qquad (۳۲-۷)$$

به عبارت دیگر، انرژی مخصوص بیانگر فاصله خط انرژی تا کف کانال می‌باشد. در یک کانال با شیب کم و با فرض $\alpha = 1$، معادله انرژی مخصوص برابرخواهد بود با:

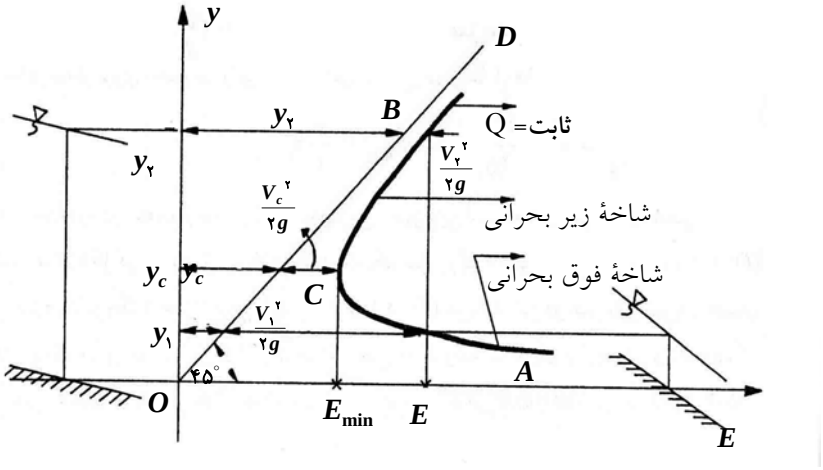
$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \qquad (۳۳-۷)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که برای یک مقدار ثابت، Q ثابت، انرژی مخصوص تابعی ازعمق جریان است. لذا می‌توان منحنی تغییرات انرژی مخصوص برحسب y را رسم نمود (شکل ۷-۱۰) این منحنی دارای ۲ شاخه CB و CA در ربع اول دستگاه مختصات می‌باشد که به ترتیب به سمت منحنی دارای خط مجانب OD (مجانب مایل با شیب 45° و محور افقی OE کشید می‌شوند.

از نظر فیزیکی می‌توان گفت که با افزایش y از ارتفاع معادل سرعت کاسته شده و با کاهش y، ارتفاع معادل سرعت افزوده می‌شود یعنی:

اگر $y \to 0 \Rightarrow \frac{V^2}{2g} \to 0$

و اگر $y \to \infty \Rightarrow \frac{V^2}{2g} \to 0$



شکل ۷-۱۰ منحنی انرژی مخصوص

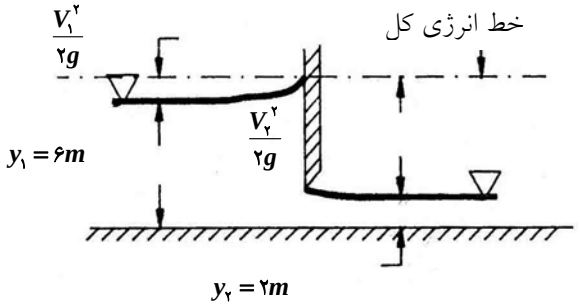
شاخه دیگر آن زیر محور افقی OE واقع می‌شود که به دلیل منفی بودن عمق (y) دارای مفهوم فیزیکی نیست. چنانچه در شکل (۷-۱۰) مشاهده می‌شود به ازای یک مقدار معین E برای y سه جواب به‌دست می‌آید که این جواب‌ها، جواب‌های معادله (۷-۳۳) می‌باشند.

دو جواب y_1 و y_2 که مثبت و حقیقی هستند، اعماق متناوب نامیده می‌شوند. عمق y_3 به دلیل منفی بودن (در پایین منحنی OE قرار دارد) قابل قبول نیست. در یک نقطه ازمنحنی انرژی مخصوص(C) مقدار انرژی مخصوص به حداقل خود می‌رسد که در این نقطه از منحنی، یک عمق جریان به نام y_c (عمق بحرانی) وجود دارد.

در یک منحنی انرژی مخصوص اگر مقدار Q تغییر کند، انرژی مخصوص دیگری به‌دست می‌آید و هرچه Q زیادتر شود،منحنی‌ها به طرف راست تغییر می‌کنند. منحنی انرژی مخصوص دارای دو شاخه می‌باشد. در شاخه بالایی وضعیت جریان زیر بحرانی $(Fr<1\ ,y_2>y_c)$ و در شاخه پایینی وضعیت جریان فوق بحرانی $(Fr>1, y_1<y_c)$ می‌باشد.

نکته: به ازای هر E ثابت امکان شکل‌گیری دو عمق جریان وجود دارد که یکی عمق بزرگ‌تر از عمق بحرانی $(Fr<1\ ,y_2>y_c)$و عمق دیگر کوچک‌تر از عمق $(Fr>1, y_1<y_c)$ می‌باشد. این دو عمق را اعماق متناوب گویند.

مثال ۲: در یک کانال افقی مطابق شکل زیر، اعماق آب بفاصله کمی از دو طرف دریچه برابر 6mو2m می‌باشند. چنانچه کانال مستطیلی با عرض 8m فرض گردد، مقدار جریانی را که از زیر دریچه عبور می‌کند، محاسبه کنید؟ $h_f = ۰, g = ۹/۸۱ m/s^۲$



شکل ۷-۸

حل:

سطح مبنا را منطبق بر کف کانال فرض می‌کنیم، در این صورت:

$$z_۱ = z_۲ = ۰$$

با فرض $\alpha_۱ = \alpha_۲ = ۱$ و با استفاده از معادله انرژی بین دو مقطع کانال داریم:

معادله انرژی:
$$y_۱ + \frac{V_۱^۲}{۲g} + z_۱ = y_۲ + \frac{V_۲^۲}{۲g} + z_۲ + h_f$$

$$۸ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = ۲ + \frac{V_۲^۲}{۲g}$$

از طرفی داریم:

$$A_۱V_۱ = A_۲V_۲$$

$$۶ \times ۱۸ \times V_۱ = ۲ \times ۸ \times V_۲$$

$$V_۲ = ۳V_۱$$

با اعمال این رابطه درمعادلهٔ انرژی خواهیم داشت:

$$۶ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = ۲ + \frac{۹V_۱^۲}{۲g}$$

$$V_۱ = ۴/۴۲ m/s$$

$$Q = V_۱A_۱ = ۴/۴۲ \times (۶ \times ۸) = ۲۱۲/۶ m^۳/s$$

مثال ۲-۲: آب با دبی $۲۰m^۳/s$ دریک کانال مستطیلی به عرض 10m جاری است. منحنی E-y را ترسیم کرده و در صورتی که عمق جریان در مقطعی برابر 0/6m باشد وضعیت جریان را در این مقطع مشخص نمایید. عمق متناوب این عمق را تعیین کنید؟

حل:

با توجه به این که $Q=۲۰m^۳/s$ و عرض کانال مستطیلی $b=۱۰m$ می‌باشد می‌توان نوشت:

$$q=\frac{Q}{b}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲/۰\frac{m^۳}{s.m}$$

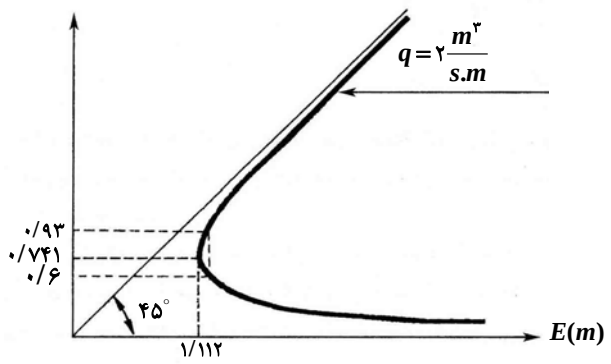
$$E=y+\frac{V^۲}{۲g}=y+\frac{q^۲}{۲gy^۲}=y+\frac{۴}{۲gy^۲}=y+\frac{۲}{gy^۲}$$

$$E=y+\frac{۲}{gy^۲}$$

این معادله به سادگی قابل ترسیم است که به‌صورت شماتیک در شکل ۷-۹ ترسیم گردیده است. نقطهٔ مینیمم منحنی با استفاده از روابط زیر به‌دست می‌آید:

در محلی که عمق جریان معادل $۰/۶m$ باشد:

$$y_۱=۰/۶m<y_c=۰/۷۴۱m$$



شکل ۷-۹

در نتیجه جریان فوق بحرانی بوده و مقدار انرژی مخصوص در این عمق برابر است با:

$$\overline{E} = ۰/۶ + \frac{۴}{۲ \times ۹/۸۱ (۰/۶)^۲} = ۱/۱۶۶m$$

به منظور به‌دست آوردن عمق متناوب $y_۱$، بایستی معادلهٔ زیر با استفاده از روش آزمون و خطا حل شود و جواب صحیح انتخاب گردد:

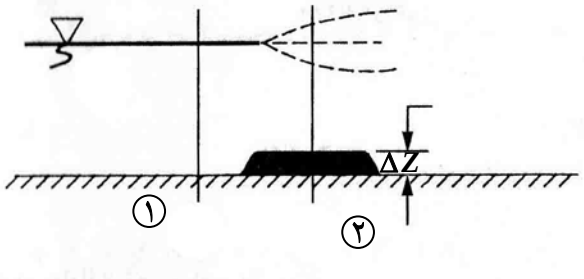
$$۱/۶۶ = y_۲ + \frac{۴}{۲gy_۲^۲} \xrightarrow{\text{آزمون و خطا}} y_۲ = ۰/۹۳m$$

بدیهی است که $y_۲$ بایستی بیش از عمق بحرانی انتخاب گردد. ترسیم دقیق منحنی E-y می‌تواند درتعیین سریعتر جواب کمک نماید.

۷-۱۴ کاربرد انرژی مخصوص

۷-۱۴-۱ تحلیل جریان ناشی از یک برآمدگی موضعی در کانال مستطیلی

اگر کف کانال در یک مقطعی به اندازهٔ ΔZ بالا بیاید با نوشتن معادلهٔ انرژی بین مقطع (۱) و (۲) با فرض کم بودن شیب کانال و $\alpha = ۱$ و صرف‌نظر از اتلاف انرژی در مسیر داریم:



شکل ۷-۱۱ برآمدگی در کف کانال

$$y_۱ + \frac{q^۲}{۲gy_۱^۲} = y_۲ + \frac{q^۲}{۲gy_۱^۲} + \Delta Z \qquad (۳۸-۷)$$

$$E_۱ = E_۲ + \Delta Z \Rightarrow E_۲ = E_۱ - \Delta Z \qquad (۳۹-۷)$$

یعنی ضمن حرکت از مقطع ۱ به مقطع ۲، انرژی مخصوص به مقدار ΔZ (ارتفاع برآمدگی) کاهش پیدا کرده است. در نتیجه با توجه به شکل ۳-۳ با کاهش E_1 به میزان ΔZ یکی از اعماق ۲ یا $2'$ جواب خواهد بود.

۱. در صورتی‌که وضعیت جریان قبل از برآمدگی زیر بحرانی باشد عمق $1'$ به عمق $2'$ تبدیل شده و کاهش عمق پیش خواهد آمد.

۲. اگر وضعیت جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی باشد، عمق ۱ به عمق ۲ تبدیل خواهد شد و افزایش عمق پیش خواهد آمد.

۳. در صورتی‌که ارتفاع برآمدگی به‌گونه‌ای باشد که E_2 از $E_{\min}$ کمتر شود، در این صورت هیچ نقطه‌ای از منحنی جواب مساله نخواهد بود و در این شرایط جریان مجبور به تغییر شرایط خود قبل از محل برآمدگی می‌باشد. به عبارت دیگر پدیده انسداد (پنگاب Backwater) در کانال اتفاق خواهد افتاد. اگر این برآمدگی بیشتر از ΔZ_C شود، عمق همچنان عمق بحرانی می‌ماند.

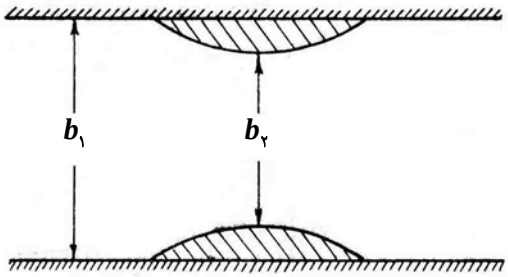
۴. جهش از یک شاخه منحنی به شاخه دیگر از نظر فیزیکی امکان پذیر نیست.

نکته: مقطعی از جریان که در آن ارتباط مشخصی بین عمق و دبی جریان وجود داشته باشد، مقطع کنترل نامیده می‌شود.

در صورتی‌که ارتفاع برآمدگی به ازای دبی خاص بیشتر از ارتفاع بحرانی انتخاب شود عمق بحرانی بر روی برآمدگی تثبیت خواهد شد و این مقطع یک مقطع کنترل است (مانند سرریز لبه پهن برای اندازه‌گیری دبی در کانال $\left(y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \right)$).

۷-۱۴-۲ جریان ناشی از یک تنگنای موضعی در یک کانال مستطیلی

چنانچه عرض یک کانال مستطیلی را که دبی ثابت Q در آن جریان دارد به‌تدریج تنگ‌تر کرده و از b_1 به b_2 تقلیل دهیم برای تعیین عمق جریان باید از معادله انرژی استفاده کرد.



شکل ۷-۱۲ کاهش عرض کانال مستطیلی

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q_2^2}{2gy_2^2} \qquad (۴۰-۷)$$

با توجه به رابطه فوق می‌توان گفت که انرژی مخصوص بین دو مقطع ۱ و ۲ ثابت است اما دبی عبوری در واحد عرض بین دو مقطع تغییر کرده است.

یعنی:

$$E_1 = E_2 \,, q_2 > q_1$$

$$q_2 > q_1 \quad \Rightarrow (y_c)_2 > (y_c)_1 \quad \Rightarrow (E_{\min})_2 > (E_{\min})_1$$

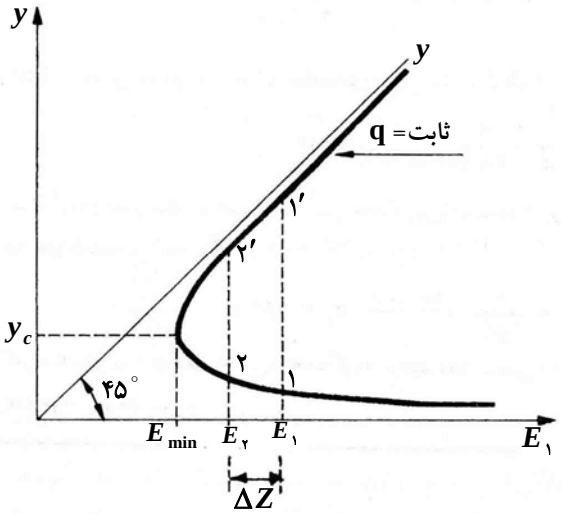
بنابراین منحنی‌های E-y با افزایش q به سمت راست حرکت خواهند کرد. در صورتی‌که قبل از تنگنای (فشردگی) موضعی مقدار انرژی مخصوص برابر با E_1 باشد هنگام رسیدن به فشردگی مقدار انرژی مخصوص ثابت باقی می‌ماند ولی اعماق از روی منحنی E-y با مشخصه q_1 به اعماق روی منحنی q_2 منتقل خواهد شد (شکل ۷-۱۳).

۱. چنانچه وضعیت جریان قبل از فشردگی زیر بحرانی باشد، عمق ۱′ به ۲′ تبدیل خواهد شد و کاهش عمق رخ می‌دهد.

۲. اگر وضعیت جریان قبل از فشردگی فوق بحرانی باشد، عمق ۱ به ۲ تبدیل می‌شود و افزایش عمق را باعث می‌شود.

۳. هر گاه کاهش عرض به گونه‌ای باشد که منحنی E-y با مشخصه q_2 در سمت راست خط قائم به معادله $E_1 = E_2$ قرار گیرد، به عبارت دیگر ($E_1 < (E_{\min})_2$) باشد در این صورت هیچ نقطه‌ای از منحنی فوق جواب مساله نخواهد بود. در صورتیکه جریان قبل از فشردگی زیر بحرانی باشد، وضعیت انسداد پیش آمده و انرژی مخصوص در

ابتدای تنگنا به اندازه‌ای افزایش پیدا خواهد کرد که عبور جریان از مقطع ۲ بـا حـداقل انرژی مخصوص $(E_{\min})_{۲}$ انجام گردد و این کار بـا افـزایش عمـق در مقطـع ۱ انجـام می‌پذیرد. در این حالت عمق $(y_c)_{۲}$ در مقطع ۲ تثبیت خواهد شد.



شکل ۷-۱۳ منحنی‌های $E-y$ در عبور جریان از یک تنگ شدگی موضعی

نکته: در بررسی پروفیل سطح آب در اثر تغییرات در کف یا عرض کانـال حتمـاً از منحنی‌های E-y استفاده شود و اصلاً سعی نشود چیزی حفظ گردد.

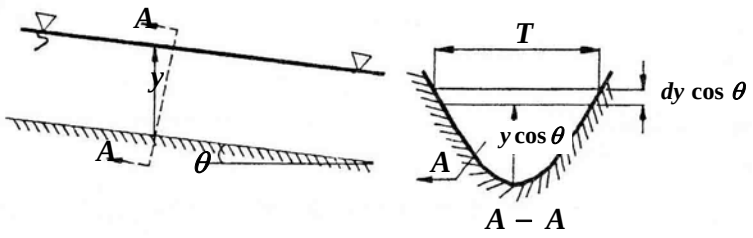
نکته: در یک نتیجه کلی می‌توان گفت که جریان زیر بحرانی همواره بر خـلاف تصور تجربیات ذهنی رفتار می‌کند مثلاً در حالت گشاد شدگی عرض کانال توقع داریم سطح آب افت کند، در حالی که در جریان زیر بحرانی سطح آب بالا می‌آید. اما جریان فوق بحرانی با تصورات ذهنی ما سازگاری بیشتری دارد.

۷-۱۵منحنی E-y در حالت کلی و برای هر مقطع دلخواه

در قسمت‌های قبل مفاهیم انـرژی مخصـوص توضـیح داده شـدند و کاربردهـای ایـن مفاهیم در مقطع مستطیلی شکل به تفصیل مـورد بررسـی قـرار گرفتنـد. بـرای معرفـی منحنی E-y و مشخصات آن در مورد مقاطع با هـر شـکل دلخـواه و در حالـت $a \neq ۱$، شکل ۷-۱۴ را که سطح مقطع جریان در صفحه‌ای عمود بر جهت عمومی حرکـت آب

را در یک کانال منشوری نشان می‌دهد درنظر می‌گیریم. انرژی مخصوص در هر مقطع از جریان برابر است با:

$$E = y\cos^{۲}\theta + \alpha\frac{V^{۲}}{۲g} = y\cos^{۲}\theta + \alpha\frac{Q^{۲}}{۲gA^{۲}}$$



شکل ۷-۱۴

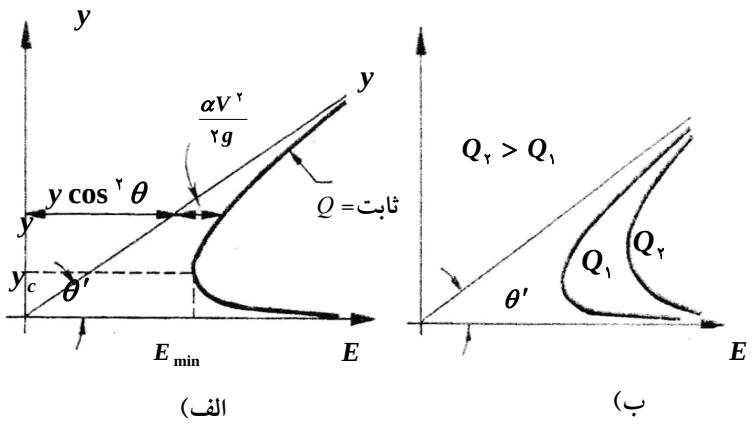
منحنی E-y به ازاء یک دبی ثابت به‌صورت شکل ۷-۱۵الف ترسیم گردیده است. این منحنی دارای یک مجانب افقی به معادله $y=0$ و یک مجانب مایل به معادله $E = y\cos^{۲}\theta$ می‌باشد که در نتیجه زاویه θ' در شکل۷-۱۵ الف برابر $\tan^{-۱}\frac{۱}{\cos^{۲}\theta}$ خواهد بود. جهت به‌دست آوردن مشخصات نقطهٔ بحرانی این منحنی ازE نسبت به y مشتق‌گیری می‌شود (در مشتق‌گیری تغییرات α در نظر گرفته نشده است):

$$\frac{dE}{dy} = \cos^{۲}\theta + \frac{\alpha Q^{۲}}{۲g}\left[\frac{-۲A\frac{dA}{dy}}{A^{۴}}\right] = \cos^{۲}\theta - \frac{\alpha Q^{۲}\frac{dA}{dA}}{gA^{۳}} \qquad (۴۱-۷)$$

با دقت در شکل ۷-۱۴ ملاحظه می‌شود که به ازاء تغییر dy در عمق میزان تغییر در مساحت مقطع جریان برابر خواهد شد با:

$$dA = Tdy\cos\theta$$

که در نتیجه $\frac{dA}{dy} = T\cos\theta$ و رابطه ۷-۴۱ به شکل زیر نوشته می‌شود:



شکل ۷-۱۵

$$\frac{dE}{dy} = \cos^{۲}\theta - \frac{aQ^{۲}T\cos\theta}{gA^{۳}}$$

و با قرار دادن $\frac{dE}{dy} = ۰$، مشخصات نقطهٔ بحرانی به‌دست خواهد آمد:

$$\frac{dE}{dy} = ۰ \Rightarrow \frac{\alpha Q^{۲}T\cos\theta}{gA^{۳}\cos\theta} = ۱ \qquad (۴۲-۷)$$

رابطهٔ ۷-۴۲ مشخصات نقطهٔ بحرانی را به‌دست می‌دهد. با توجه به اینکه T و A به y بستگی دارند، رابطهٔ ۷-۴۲ برحسب y فایل بیان بوده و با حل این رابطه مقدار عمق بحرانی به‌دست می‌آید. با قرار دادن $V^{۲}$ به جای $\frac{Q^{۲}}{A^{۲}}$ در رابطهٔ فوق‌الذکر خواهیم داشت:

$$\frac{\alpha Q^{۲}T}{gA^{۳}\cos\theta} = ۱ \Rightarrow \frac{\alpha V^{۲}T}{gA\cos\theta} = ۱ \qquad (۴۳-۷)$$

و چون مقدار $\frac{A}{T}$ عمق هیدرولیکی می‌باشد لذا:

$$\frac{\alpha V^{۲}}{gD\cos\theta} = ۱$$

$$\frac{\alpha V^{۲}}{gD\cos\theta} = ۱ \Rightarrow \frac{V\sqrt{\alpha}}{\sqrt{gD\cos\theta}} = ۱ \qquad (۴۴-۷)$$

رابطه ۷-۴۵ شکل عدد فرود جریان در این گونه مقاطع را نشان می‌دهد:

$$Fr = \frac{V\sqrt{\alpha}}{\sqrt{gD\cos\theta}} \qquad (۴۵-۷)$$

که براساس رابطه ۷-۴۵ مقدار عدد فرود جریان در نقطهٔ بحرانی برابرواحد به‌دست می‌آید ومقدارانرژی مخصوص مینیمم دراین حالت برابراست با:

$$E_{\min} = y_c \cos^{۲}\theta + \frac{\alpha V_c^{۲}}{۲g} = y_c \cos^{۲}\theta + \frac{\alpha V_c^{۲} D_c \cos\theta}{۲gD_c \cos\theta}$$

$$E_{\min} = y_c \cos^{۲}\theta + \frac{۱}{۲} D_c \cos\theta \qquad (۴۸-۷)$$

در صورتی که منحنی‌های E-y برای دو مقدار $Q_۱, Q_۲$ ترسیم شود و $Q_۲ > Q_۱$ باشد، این منحنی‌ها مطابق شکل ۷-۱۵ ب نمایش داده خواهند شد، یعنی اگر $Q_۲ > Q_۱$ باشد، به ازاء یک عمق ثابت مقدار انرژی معادل سرعت مربوط به دبی $Q_۲$ بیشتر خواهد بود و منحنی‌ها با افزایش Q به سمت راست متمایل خواهند شد.

قابل ذکر است که نقاط مینیمم این منحنی‌ها برروی خط $y = \frac{۲}{۳}E$ قرار نخواهند گرفت بلکه این نقاط از رابطه ۷-۴۸ تبعیت خواهند نمود.

۷-۱۶ جریان‌های زیر بحرانی، بحرانی و فوق بحرانی در کانال باز

جریان‌های زیر بحرانی،بحرانی وفوق بحرانی توسط عدد بدون بعد فرود طبقه‌بندی می‌شوند. فرم کلی عدد فرود به‌صورت زیر است:

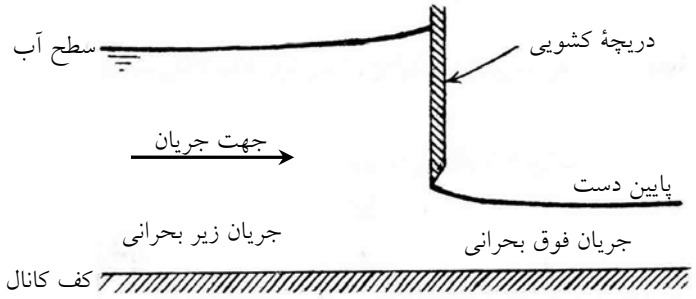
$$Fr^{۲} = \frac{\alpha Q^{۲} T}{gA^{۳}\cos\theta}$$

ولی با فرض $\alpha = ۱$، $D = \frac{A}{T}\cos\theta = ۱$ (عمق هیدرولیکی) و $V = \frac{Q}{A}$ رابطه فوق به‌صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$Fr^{۲} = \frac{V^{۲}}{gD} \qquad \text{یا} \qquad Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}$$

رابطه فوق در اصل بیان‌کننده نسبت سرعت جریان به سرعت انتقال موج می‌باشد. به ازای $Fr < ۱$ جریان زیر بحرانی، $Fr=1$ جریان بحرانی و $Fr > ۱$ جریان

فوق بحرانی است. در جریان‌های زیر بحرانی تغییر اعمال شده در یک مقطع جریان، به پایین دست و بالا دست آن مقطع منتقل می‌شود. به‌عنوان مثال اگر یک دریچه کشویی در مسیر یک جریان زیر بحرانی قرار گرفته باشد وجود این دریچه دربالا دست تأثیر خواهدگذاشت. یعنی جریان‌های زیر بحرانی از پایین دست کنترل می‌شوند ولی در جریان‌های فوق بحرانی تغییرات پایین دست در بالا دست تاثیر نمی‌گذارد. به عبارت دیگر این جریان‌ها از بالا دست کنترل می‌شوند. به عبارت ساده تر بالا دست یک دریچه که جریان زیر بحرانی است، توسط پایین دست خود و جریان بعد ازدریچه که فوق بحرانی است. به‌وسیله بالادست یعنی دریچه کنترل می‌شود (شکل۷-۱۶)



شکل۷-۱۶ ایجاد جریان فوق بحرانی وزیر بحرانی با یک دریچه کشویی

۷-۱۷خصوصیات عمق بحرانی

به‌طور کلی برای یک مقطع بحرانی می‌توان خصوصیات زیر را بیان نمود:

۱. عدد فرود جریان بحرانی برابر یک است.

۲. به ازای یک دبی ثابت، انرژی مخصوص حداقل است.

۳. به ازای یک انرژی مخصوص ثابت، دبی عبوری حداکثر است.

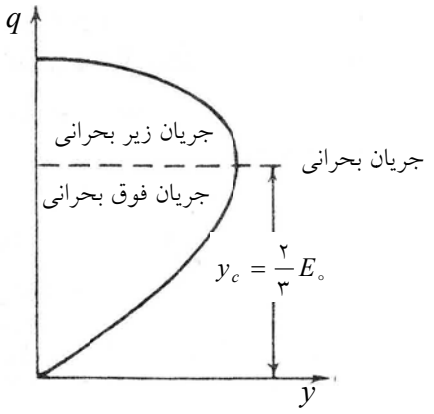
۴. به ازای یک نیروی مخصوص ثابت، دبی عبوری حداکثر است.

۵. به ازای یک دبی ثابت، نیروی مخصوص حداقل است.

بندهای ۱ و ۲ بیانگر آن است که رابطه مشخصی بین عمق و دبی جریان در یک مقطع بحرانی وجود دارد. بنابراین مقطع بحرانی به‌عنوان یک مقطع کنترل شناخته می‌شود. به ازاء یک انرژی مخصوص ثابت معادله انرژی مخصوص برای یک کانال مستطیلی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy} \qquad \text{یا} \qquad q^2 = 2gy^2(E - y) \qquad (۴۹-۷)$$

با توجه به معادله فوق منحنی تغییرات q-y را می‌توان رسم کرد (شکل۷-۱۷).



شکل ۷-۱۷

در معادلهٔ ۷-۴۹ به ازای $y=0$ و $y = E_0$ مقدار q صفر می‌شود و با مشتق‌گیری از این معادله و به‌دست آوردن روابط q ماکزیمم، مشخص می‌شود که q ماکزیمم در عمق بحرانی اتفاق می‌افتد. روابط فوق را می‌توان برای تمام کانال‌ها تعمیم داد.

۷-۱۷محاسبات عمق بحرانی

منظوراز محاسبات عمق بحرانی در یک کانال با هندسه مشخص، تعیین عمق بحرانی به ازای یک دبی خاص می‌باشد. لذا رابطهٔ $\frac{aQ^2T_c}{gA_c^3\cos\theta} = 1$ باید برحسب y بیان شود وبه ازاء دبی خاص عمق بحرانی محاسبه گردد. با قرار دادن عمق بحرانی در رابطهٔ $E_{\min} = y_c\cos^2\theta + \frac{1}{2}D_c\cos\theta$ می‌توان انرژی مخصوص متناسب با این عمق را نیز محاسبه نمود.

رابطه $Fr^2 = \frac{\alpha Q^2 T}{gA^3\cos\theta}$ برای عمق بحرانی به‌صورت زیر است:

$$\frac{\alpha Q^2 T_c}{gA_c^3\cos\theta} = 1 \qquad (۵۰-۷)$$

با توجه به رابطهٔ فوق رابطهٔ بین عمق ودبی بحرانی برای مقاطع مختلف هندسی به‌دست می‌آید. دراین مقاطع فرض بر این است که شیب کانال بسیار کم، یعنی $\cos\theta = ۱$ و همچنین $\alpha = ۱$ می‌باشد. بنابراین رابطه ۷-۵۰ به شکل زیردرمی آید:

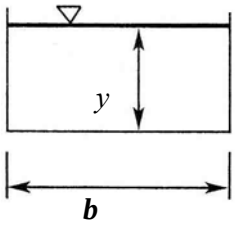
$$\frac{Q^۲}{g} = \frac{A_c^۳}{T_c} \qquad (۵۱-۷)$$

۷-۱۷-۱ مقطع مستطیلی

کانال مستطیلی دارای عرض کف (b) و عمق جریان (y) مطابق شکل (۷-۱۸) را در نظر بگیرید.

با استفاده از شکل ۷-۱۸ و همچنین رابطه ۷-۵۱ می‌توان نوشت:

$$\frac{Q^۲}{g} = \frac{A_c^۲}{T} \Rightarrow \frac{Q^۲}{g} = \frac{b^۳ y_c^۳}{b}$$



شکل ۷-۱۸

$$y_c = \sqrt[۳]{\frac{Q^۲}{b^۲ g}} \qquad (۵۱-۷)$$

$$y_c = \sqrt[۳]{\frac{q^۲}{g}} \qquad (۵۲-۷)$$

در نتیجه انرژی مخصوص مینیمم برابر خواهد بود با:

$$E_{\min} = y_c + \frac{۱}{۲} D_c = y_c + \frac{۱}{۲} y_c = \frac{۳}{۲} y_c \qquad (۵۳-۷)$$

و عدد فرود برابر خواهد بود با:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad , \quad D = \frac{A}{T} = \frac{by}{b} = y \Rightarrow Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \tag{۵۴-۷}$$

$$Fr^۲ = \frac{V^۲}{gy} , V = \frac{q}{y} \Rightarrow Fr^۲ = \frac{q^۲}{gy^۳} \tag{۵۴-۷}$$

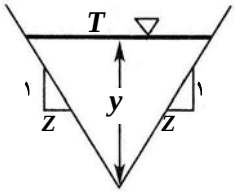
با استفاده از رابطه ۷-۵۲ و ۷-۵۴ می‌توان نوشت:

$$Fr^۲ = \frac{y^۳_c}{y^۳} \tag{۵۵-۷}$$

۷-۱۷-۲ مقطع مثلثی

در یک مقطع مثلثی با شیب کنارهٔ z وبا توجه به شکل۷-۱۹ پارامترهای هندسی مساحت مقطع،عرض سطح آزاد وعمق هیدرولیکی به‌صورت زیربیان می‌گردند:

$$T = ۲zy \quad , \quad A = zy^۲ \quad , \quad D = \frac{A}{T} = \frac{y}{۲}$$



شکل ۷-۱۹.

$$\frac{Q^۲}{g} = \frac{A_c^A}{T} \Rightarrow \frac{Q^۲}{g} = \frac{z^۳ y^۶ c}{۲zy_c} \Rightarrow y_c = \sqrt[۵]{\frac{۲Q^۲}{gz^۲}} \tag{۵۶-۷}$$

در این صورت انرژی مخصوص مینیمم در این مقطع برابرخواهدبود با:

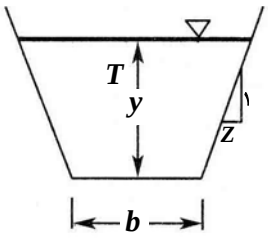
$$E_{\min} = y_c + \frac{۱}{۲} D_c = y_c + \frac{۱}{۲}\left(\frac{y_c}{۲}\right) = \frac{۵}{۴} y_c \tag{۵۷-۷}$$

عدد فرود برابر خواهد بود با:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g}} = \frac{V}{\sqrt{g\frac{y}{۲}}} = \frac{\sqrt{۲} \times V}{\sqrt{gy}} \tag{۵۸-۷}$$

۷-۱۷-۳ مقطع ذوزنقه‌ای

در مقطع ذوزنقه‌ای با شیب کنارهٔ z وعرض کف b (مانند شکل۷-۲۰) می‌توان نوشت:



شکل۷-۲۰

با توجه به مشخصات هندسی از این مقطع رابطهٔ $\frac{Q^2}{g}=\frac{A_c^3}{T_c}$ را به‌صورت صریح نمی‌توان حل کرد و باید از روش‌های دیگر مانند روش عددی آزمون و خطا و روش ترسیمی استفاده نمود.

در روش ترسیمی از پارامتر هندسی به نام فاکتور سطح (Z) بر حسب سایر مشخصات هندسی استفاده شده و از نمودارهای ارائه شده مسائل حل می‌گردد.

$$Z = A\sqrt{\frac{A}{T}} = A\sqrt{D} \qquad (۵۹-۷)$$

$$\frac{Q^2}{g}=\frac{A_c^3}{T_c}\Rightarrow\frac{Q^2}{g}=A_c^2D\Rightarrow\frac{Q}{\sqrt{g}}=A\sqrt{D}\Rightarrow Z_c=\frac{Q}{\sqrt{g}}$$

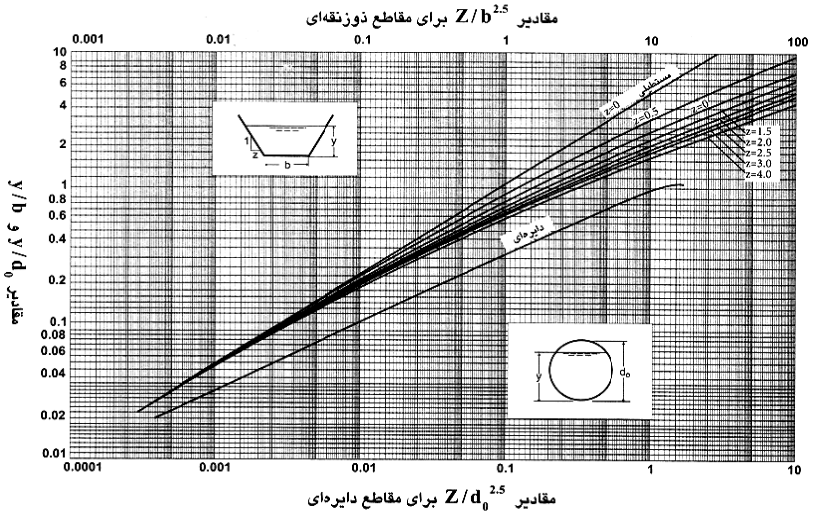
$$\frac{Q}{\sqrt{g}b^{2/5}}=\frac{Z_c}{b^{2/5}} \qquad (۶۰-۷)$$

در تعیین عمق بحرانی می‌توان مقدار $\frac{Z_c}{b^{2/5}}$ به ازاء دبی خاص را از معادلهٔ به‌دست آورد و سپس با استفاده از شکل نمودار (۷-۲۱) به ازاء z مشخص مقدار $\frac{y_c}{b}$ و یا به عبارت دیگر عمق بحرانی را تعیین نمود.

با داشتن y_c می‌توان مقدار D_c وبا توجه به روابط ذیل می‌توان مقدار $E_{\min}$ وعدد فرود درهر عمق از جریان را به‌دست آورد.

$$E_{\min} = y_c\cos^2\theta+\frac{1}{2}D_c\cos\theta$$

$$Fr = \frac{V\sqrt{\alpha}}{\sqrt{gD\cos\theta}}$$



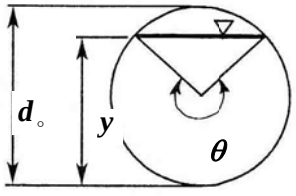
شکل ۷-۲۱ نمودار محاسبهٔ عمق بحرانی در کانال‌های ذوذنقه‌ای ودایره ای

۷-۱۷-۴ مقطع دایره‌ای

با توجه به شکل ۷-۲۲ برای این مقطع می‌توان نوشت:

$$\theta = ۲\cos^{-۱}\left(۱ - \frac{۲y}{d_۰}\right) = f\left(\frac{y}{d_۰}\right) \qquad (۶۱-۷)$$

این مقطع مانند مقطع ذوزنقه‌ای به کمک یکی از دو روش آزمون و خطا و یا روش ترسیمی حل می‌شود.



شکل ۷-۲۲

$$\frac{Q^2}{g}=\frac{A_c^3}{T_c}\Rightarrow\frac{Q^2}{g}=A_c^2D_c\Rightarrow\frac{Q}{\sqrt{g}}=A\sqrt{D_c}\Rightarrow Z_c=\frac{Q}{\sqrt{g}}$$

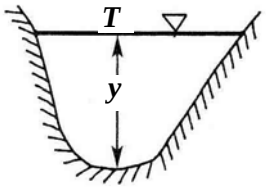
$$\frac{Q}{\sqrt{g}d_\circ^{2/5}}=\frac{Z_c}{d_\circ^{2/5}} \qquad (۶۲-۷)$$

لذا به ازای هر دبی خاص، پارامتر $\frac{Z_c}{d_\circ^{2/5}}$ محاسبه می‌شود واز روی نمودار(۷-۲۱)عمق بحرانی مربوطه به‌دست خواهد آمد.

۷-۱۷-۵ مقطع نامنظم

در کانال‌هایی که شکل هندسی مشخصی ندارند (شکل ۷-۲۳) برای تعیین عمق بحرانی می‌توان از روش ترسیمی ذیل استفاده نمود:

مقادیر دلخواهی برای y انتخاب نموده، سپس با توجه به شکل مقطع، مقدار Z مشخص می‌شود ولذا می‌توان منحنی شکل (۷-۲۳) را برای این مقطع خاص ترسیم کرد.

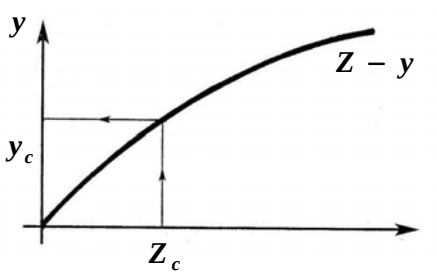


شکل ۷-۲۳

در شرایط بحرانی رابطهٔ زیر را داریم:

$$\frac{Q^2}{g}=\frac{A_c^3}{T_c}\Rightarrow\frac{Q^2}{g}=A_c^2D_c\Rightarrow\frac{Q}{\sqrt{g}}=A\sqrt{D_c}\Rightarrow Z_c=\frac{Q}{\sqrt{g}} \qquad (۶۴-۷)$$

که با داشتن Q مقدار Z_c به‌دست خواهد آمد و می‌توان با استفاده از منحنی شکل۲-۲۴، عمق بحرانی را تعیین نمود.با تعیین y_c، D_c و در نتیجه $E_{\min}$ متناسب با وضعیت بحرانی به‌دست می‌آید.



شکل ۷-۲۴

روشن است که این روش یک روش ترسیمی در حل معادلهٔ $\frac{\alpha Q^2 T \cos\theta}{gA^3} = 1$ می‌باشد و می‌توان آن را در مورد مقاطع با اشکال منظم هندسی نیز به‌کار برد.

مثال ۲-۵: در یک کانال مستطیلی با دبی در واحد عرض $1/5 m^2/s$ عمق، سرعت و انرژی بحرانی را به‌دست آورید؟

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1/5^2}{9/81}} = 0/612\, m$$

$$V_c = \sqrt{g y_c} = \sqrt{9/81 \times 0/612} = 2/45 m/s$$

$$E_c = \frac{3}{2} y_c = \frac{3}{2}(0/612) = 0/92 m$$

مثال ۲-۶: عمق جریان در یک کانال مستطیلی 0/4 متر بوده و در این کانال جریان فوق بحرانی با عدد فرود برابر 1/5 برقرار می‌باشد. عمق بحرانی در این کانال را به‌دست آورید؟

حل:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \Rightarrow 1/5 = \frac{V}{\sqrt{9/81 \times 0/4}} \Rightarrow V = 2/971\ m/s$$

$$q = Vy \Rightarrow q = 2/971 \times 0/4 = 1/189\ \left(m^3/s\right)/m$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{1/189^2}{9/81}\right)^{1/3} = 0/524\ m$$

مثال ۲-۷: در یک کانال مستطیلی حداقل انرژی مخصوص ۳/۵ متر می‌باشد. در

صورتی‌که عرض این کانال ۲ متر باشد، با صرفنظر کردن از افت انـرژی، حـداکثر دبـی عبوری از کانال را به‌دست آورید؟

حل:

$$E_{\min} = \frac{۳}{۲} y_c \Rightarrow y_c = \frac{۲}{۳} \times ۳/۵ = ۲/۳۳m$$

$$y_c = \sqrt[۳]{\frac{q^۲}{g}} \Rightarrow q^۲ = g y_c^۳ \Rightarrow q^۲ = ۹/۸۱ \times ۲/۳۳^۳ = ۱۲۴/۱$$

$$q = ۱۱/۱۴ \left(m^۳/s\right)/m$$

$$Q = qb = ۱۱/۱۴ \times ۲ = ۲۲/۲۸ m^۳/s$$

مثال ۲-۸: در یک کانال مستطیلی، اعماق متناوب برابر با ۱/۵ و ۳ متر می‌باشند. در صورتی‌که عرض این کانال ۲ متر باشد، مقدار دبی کانال را به‌دست آورید؟

حل: دوعمقی که دارای انرژی مخصوص برابـر هسـتند، اعمـاق متنـاوب نامیـده می‌شوند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$E_۱ = E_۲$$

$$y_۱ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = y_۲ + \frac{V_۲^۲}{۲g}$$

$$y_۱ + \frac{Q^۲}{۲gA_۱^۲} = y_۲ + \frac{Q^۲}{۲gA_۲^۲}$$

$$۱/۵ + \frac{Q^۲}{۲ \times ۹/۸۱ \times (۱/۵ \times ۲)^۲} = ۳ + \frac{Q^۲}{۲ \times ۹/۸۱ \times (۳ \times ۲)^۲}$$

$$Q = ۱۸/۷۹ m^۳/s$$

در نتیجه جریان در کانال زیر بحرانی است.

مثال۲-۱۶: در یک کانال مستطیلی به عرض2/5m جریان $۴/۸ m^۳/s$را با سرعت $۱/۲ m/s$ از خود عبور می‌دهد. اگر بخواهیم کانال را در یک نقطه طوری تنگ کنیم کـه جریان آن بحرانی شود، ماکزیمم عرض کانال در قسمت تنگ شده چند متـر مـی‌توانـد باشد؟

حل:

$$Q = V\ A_1 \Rightarrow y_1 = \frac{Q}{b_1 V_1} = \frac{۴/۸}{(۲/۵ \times ۱/۲)} = ۱/۶m$$

$$E = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = ۱/۶ + \frac{۱/۲^2}{(۲ \times ۹/۸۱)} = ۱/۶۷۳m$$

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}} = \frac{۱/۲}{\sqrt{۹/۸۱ \times ۱/۶}} = ۰/۳۰۳ \leq ۱$$

با توجه به اینکه $Fr_1 < ۱$، در نتیجه جریان زیر بحرانی است. لذا ماکزیمم عرض تنگ‌شدگی باید به اندازه‌ای باشد که در کانال وضعیت انسداد به‌وجود نیاید. بـا فـرض اینکه افت انرژی موضعی وجود ندارد، خواهیم داشت:

$$E_{\min 2} = E_1 = ۱/۶۷۳\ m$$

$$y_{c2} = \frac{2}{3} E_{\min_2} = \frac{2}{3} \times ۱/۶۷۳ = ۱/۱۱۵\, m$$

$$y_{c2} = \sqrt[3]{\frac{q_2^2}{g}} \Rightarrow ۱/۱۱۵ = \sqrt[3]{\frac{q_2^2}{۹/۸۱}} \Rightarrow q_2 = ۳/۶۸۸ \left(m^3/s\right)/m$$

$$Q = q_2 b_2 \Rightarrow b_2 = \frac{Q}{q^2} = \frac{۴/۸}{۳/۶۸۸} = ۱/۳۰۲\ m$$

مثال ۲-۱۷: در یک کانال مستطیلی به عرض ۳/۵ متر، عمق ۱/۴ متر، عمـق ۱/۴ متر و سرعت 0/6 متر بر ثانیه است. در صورتی‌که ارتفاع بالاآمـدگی در مسـیر 0/3 متـر باشد، عمق جریان بر روی مانع را به‌دست آورید؟

حل: ابتدا انرژی مخصوص در بالا دست بالاآمدگی را محاسبه می‌شود.

$$q = V_1 y = ۰/۶ \times ۱/۴ = ۰/۸۴ \left(m^۳ / s \right) / m$$

$$E_۱ = y_۱ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = ۱/۴ + \frac{(۰/۶)^۲}{(۲ \times ۹/۸۱)} = ۱/۴۲\ m$$

$$E_۱ = E_۲ + \Delta Z \Rightarrow E_۲ = E_۱ + \Delta Z$$

$$E_۲ = ۱/۴۲ - ۰/۳ = ۱/۱۲\ m$$

$$E_۲ = y_۲ + \frac{q^۲}{۲g y_۲^۲}$$

$$E_۲ = y_۲ + \frac{(۰/۸۴)^۲}{(۲ \times ۹/۸۱) y_۲^۲}$$

$$۱/۱۲ = y_۲ + ۰/۰۳۶ \frac{۱}{y_۲^۲}$$

مثال ۲-۱۸: کانال مستطیلی با عرض ۱/۵ متر جریان $۲/۷ m^۳ / s$ را با عمق ۱/۲ متر از خود عبور می‌دهد. اگر بخواهیم در کف کانال مانعی قرار دهیم، حداقل ارتفاع مانع برای اینکه جریان در روی آن بحرانی شود، چقدر است؟

حل:

$$E_۱ = y_۱ + \frac{Q^۲}{۲g A_۱^۲}$$

$$E_۱ = ۱/۲ + \frac{(۲/۷)^۲}{۲ \times ۹/۸۱ \times (۱/۵ \times ۱/۲)^۲} = ۱/۳۱۵ m$$

$$y_c = \sqrt[۳]{\frac{(Q/b)^۲}{g}} = \sqrt[۳]{\frac{(۲/۷/۱/۵)^۲}{۹/۸۱}} = ۰/۶۹۱ m$$

$$E_۲ = E_{\min} = \frac{۳}{۲} y_c = \frac{۳}{۲} \times ۰/۶۹۱ = ۱/۰۳۷ m$$

$$E_۱ = E_۲ + \Delta Z \Rightarrow \Delta Z = E_۱ - E_۲ = ۱/۳۱۵ - ۱/۰۳۷ = ۰/۲۷۸ m$$

در نتیجه حداقل ارتفاع مانع باید ۲۷/۸ سانتی متر باشد تا جریان روی آن بحرانی شود.

مثال: یک کانال مستطیلی شکل به عرض ۴ متر و عمق ۳ متر جریان ۱۵ متر

مکعب بر ثانیه را از خود عبور می‌دهد. در انتهای کانال تبدیلی وجود دارد که قرار است حداقل عرض ممکن را داشته باشد. مقدار عرض حداقل چند متر است (مشروط بر اینکه شرایط بالادست تغییر نکند)؟

حل:

حداقل عرض ممکن مشروط بر اینکه جریان در بالادست تغییری نکند زمانی است که جریان در تبدیل بحرانی شود، بدون اینکه پدیده انسداد پیش آید. در این حالت انرژی مخصوص قبل از تنگ شدگی برابر با انرژی مخصوص حداقل درتنگ شدگی است بنابراین:

$$E_1 = E_{\min 2} \Rightarrow y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} \Rightarrow$$

$$3 + \frac{15^2}{2\times 9/81\times (4\times 3)^2} = \frac{3}{2}\times\sqrt[3]{\frac{15^2}{9/81\times b^2}} \Rightarrow b = 1/63\ m$$

۷-۱۸اندازه حرکت (مومنتم) در کانال‌های باز

حل برخی از مسائل هیدرولیکی در کانال‌های روباز به کمک معادلات پیوستگی و انرژی امکان‌پذیر نیست و استفاده از معادله تغییر اندازه حرکت لازم می‌گردد. اصل اندازه حرکت هنگامی مورد استفاده قرار می‌گیرد که نیروهای خارجی مؤثر بر حجم کنترل انتخابی از جریان مشخص یا قابل صرفنظر کردن باشند.استفاده از معادله اندازه حرکت منجر به پیدایش نیروی مخصوص می‌گردد که تحلیل بعضی پدیده‌های موضعی نظیر پرش هیدرولیکی در کانال‌های روباز را آسان می‌کند. همچنین در این فصل با استفاده از رابطه ممنتوم به مسئله پرش هیدرولیکی خواهیم پرداخت.

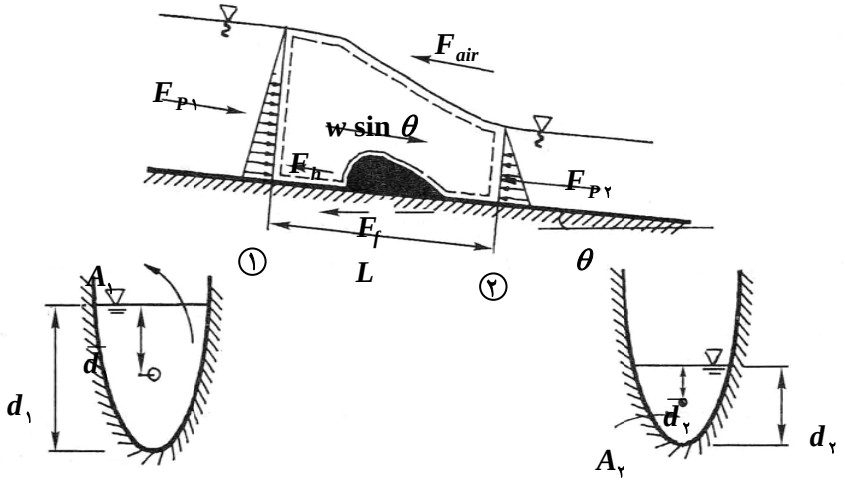
معادلهٔ اندازه حرکت بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum \overline{F} = \rho Q\left(\overline{V_2} - \overline{V_1}\right) \qquad (۶۵-۷)$$

معادله فوق، معادله تغییرات اندازه حرکت نامیده می‌شود که یک معادله‌ای برداری است. از آنجایی که ممکن است در مقاطع عرضی مختلف از یک کانال توزیع سرعت متفاوت باشد، ضریب تصحیح اندازه حرکت در معادله ۷-۶۵ اعمال می‌شود در نتیجه:

$$\sum \overline{F} = \rho Q\left(\beta_2 \overline{V}_2 - \beta_1 \overline{V}_1\right) \qquad (۶۶-۷)$$

معادله تغییرات اندازه حرکت برای تعیین نیروهای خارجی مؤثر بر حجم کنترل انتخابی از یک سیستم مشخص مورد استفاده قرار می‌گیرد. یک حجم کنترل مشخص بین مقاطع ۱ و۲ (شکل ۷-۲۵) برای بررسی معادله تغییرات اندازه حرکت در نظر گرفته می‌شود. معادله ۷-۶۶ برای حجم کنترل انتخابی به شکل خط چین به‌صورت زیر نوشته می‌شود:



شکل ۷-۲۵ جریان در قسمتی از مسیر کانال باز

$$\sum \overline{F} = \rho Q\left(\beta_2 \overline{V}_2 - \beta_1 \overline{V}_1\right)$$
$$\Rightarrow F_{P_1} - F_{P_2} - F_h - F_f - F_{air} + W\sin\theta = \rho Q\left(\beta \overline{V}_2 - \beta \overline{V}\right) \qquad (۶۷-۷)$$

که در رابطهٔ فوق:

F_{P_2}, F_{P_1}: نیروهای فشاری در مقاطع ۱ و۲

F_h: در صورت وجود مانعی در کف کانال (اگر طول کانال کوتاه باشد $F_f = ۰$

F_{air}: نیروی ناشی از مقاومت هوا بر روی جریان که معمولاً صفر درنظر گرفته می‌شود.

برآیند مقادیر F_h و F_f و $w\sin\theta$ بدون درنظر گرفتن جهت اعمال آنها،

به‌صورت نیروهای خارجی نشان داده می‌شوند:

$$F_{P_1} - F_{P_2} - F_{ext} = \rho Q\left(\beta V_2 - \beta V_1\right) \qquad (۶۸-۷)$$

در جریان‌های یکنواخت و متغیر تدریجی می‌توان از قانون توزیع هیدرواستاتیکی فشار استفاده کرد در این صورت:

$$F_{P_1} = \gamma \bar{y}_1 A_1 \cos\theta$$

$$F_{P_2} = \gamma \bar{y}_2 A_2 \cos\theta$$

$\bar{y}_2, \bar{y}_1$ فاصله مرکز سطح مقاطع A_2, A_1 تا سطح آزاد آب می‌باشند.

در نتیجه با توجه به توضیحات فوق و اعمال روابط گفته شده در رابطه ۶۷-۷ رابطه زیربه‌دست می‌آید:

$$\gamma \bar{d}_1 A_1 \cos\theta - \gamma \bar{d}_2 A_2 \cos\theta + F_{ext} = \rho Q\left(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1\right) \qquad (۶۹-۷)$$

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \left(\frac{\beta_2 Q^2}{g A_2} + \bar{d}_2 A_2 \cos\theta\right) - \left(\frac{\beta_1 Q^2}{g A_1} + \bar{d}_1 A_1 \cos\theta\right) \qquad (۷۰-۷)$$

F_{ext} نیروی خارجی وارد بر سطح کنترل موردنظر می‌باشد.

۷-۱۹کاربرد معادله اندازه حرکت در کانال‌های باز

۷-۱۹-۱ نیروی مخصوص

رابطه ۶۷-۷ شکل عمومی معادله اندازه حرکت را نشان می‌دهد که رابطه ۷۰-۷ با فرض هیدرواستاتیکی بودن فشار، از آن نتیجه شده است.

با فرض یکنواخت بودن سرعت در مقاطع ۱ و۲ یعنی $\beta_1 = \beta_2 = 1$ و $\cos\theta = 1$ وکم بودن شیب ($\theta < 6^\circ$)رابطه ۷۰-۷ به‌صورت زیر تبدیل خواهد شد:

$$d = h = y \quad \Rightarrow \bar{d} = \bar{h} = \bar{y}$$

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \left(\frac{Q^2}{g A_2} + \bar{y}_2 A_2\right) - \left(\frac{Q^2}{g A_1} + \bar{y}_1 A_1\right) \qquad (۷۱-۷)$$

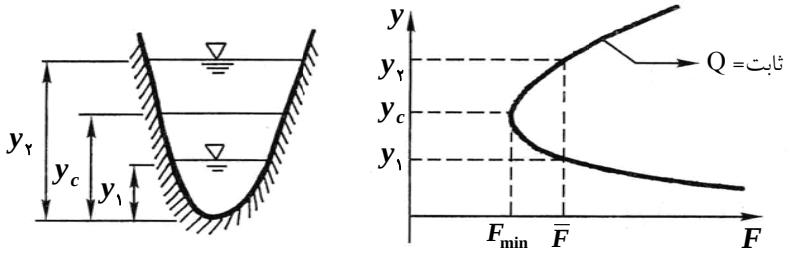
رابطهٔ فوق نشان می‌دهد که نسبت نیروهای خارجی به وزن مخصوص آب، برابر تفاضل دو عبارت مشابه در دو مقطع است. این عبارت بنابر تعریف، نیروی مخصوص آن مقطع نامیده می‌شود. یعنی:

$$F = \frac{Q^2}{gA} + \bar{y}A \qquad (۷۲-۷)$$

بنابراین با توجه به تعریف نیروی مخصوص نسبت نیروهای خارجی به وزن مخصوص آب به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F = \frac{F_{ext}}{\gamma} = \gamma \frac{w\sin\theta - F_F - F_h}{\gamma} = F_2 - F_1 \qquad (۷۳-۷)$$

در معادله (۷-۷۲) سطح مقطع (A) ولنگر اول سطح مقطع نسبت به سطح آزاد ($\bar{y}A$) تابعی از y می‌باشند. بنابراین به ازای یک دبی مشخص تابعی از می‌باشد ومی توان منحنی را رسم نمود. این منحنی فقط دارای مجانب افقی است.(شکل ۷-۲۶).



شکل ۷-۲۶ منحنی نیروی مخصوص

از منحنی F-y نکات زیر نتیجه‌گیری می‌شوند:

۱. مقدار حداقل نیروی مخصوص ($F_{\min}$) در عمق بحرانی حاصل می‌شود.

۲. به ازای هر نیروی ثابت (F) دو عمق جریان وجود جریان وجود دارد. این دو عمق که یکی از آنها وضعیت فوق بحرانی و دیگری وضعیت زیر بحرانی جریان را نشان می‌دهد، اعماق مزدوج (ConJugute Depths) نامیده می‌شوند.

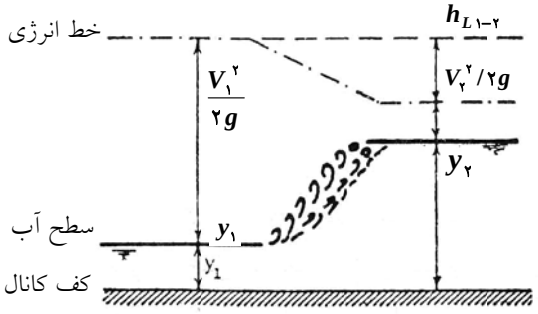
۳. چون حداکثر دبی عبوری در جریان بحرانی است، بنابراین با توجه به نکته ۱ به ازای نیروی مخصوص حداقل، دبی عبوری حداکثر خواهد بود.

مقدار $F_{\min}$ در یک کانال مستطیلی برابر خواهد بود با:

$$F_{\min} = \frac{Q^2}{gby_c} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{bq^2}{gy_c} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{3}{2}by_c^2$$

۷-۱۹-۲ پرش هیدرولیکی

پرش یا جهش هیدرولیکی یک جریان متغیر سریع است و عبارتست از تغییرحالت جریان از فوق بحرانی به زیر بحرانی که این تغییر حالت در مسیر نسبتاً کوتاهی بوده و همراه با آشفتگی و افت انرژی بسیار زیاد می‌باشد (شکل ۷-۲۷)



شکل ۷-۲۷ تبدیل جریان فوق بحرانی به زیر بحرانی توسط پرش هیدرولیکی

با توجه به اینکه پرش در فاصله کوتاهی ازکانال صورت می‌گیرد لذا می‌توان حجم کنترل مشخصی بین مقطع ۱ و ۲ (قبل وبعد از پرش) انتخاب کرد (شکل۷-۲۱). سپس با استفاده از معادله اندازه حرکت می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = F_2 - F_1 \quad , \quad F_{ext} = 0 \Rightarrow F_2 = F_1$$

یا

$$\frac{Q^2}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2 = \frac{Q^2}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1 \qquad (۷۴-۷)$$

به عبارت دیگر نیروی مخصوص در قبل و بعد از پرش هیدرولیکی ثابت باقی می‌ماند و اعماق y_2, y_1، اعماق مزدوج متعلق به یک نیروی مخصوص ثابت می‌باشند. با مشخص بودن y_2, y_1 مقدار $(y_2 - y_1)$ که ارتفاع پرش نامیده می‌شود به‌دست می‌آید. پس از تعیین اعماق مزدوج، مقدار افت انرژی درپرش ΔE_j توان از دست رفته در طول پرش (P_j) وراندمان پرش (η) با استفاده از رابطه انرژی تعیین می‌شوند.

رابطه انرژی:

$$E_1 - \Delta E_j = E_2 \qquad (۷۵-۷)$$

$$\Delta E_j = E_1 - E_2 = \left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g}\right) - \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g}\right) \qquad (۷۶-۷)$$

$$P_j = \gamma Q \Delta E_j \qquad (۷۷-۷)$$

$$\eta = \frac{E_2}{E_1} \times 100 \qquad (۷۸-۷)$$

حل: رابطه ۷-۷۴ با استفاده از تکنیک آزمون و خطا، یا روش‌های عددی دیگر و یا با استفاده از نمودارها و جداول ارائه شده می‌باشد.

۷-۲۰ مقایسه بین منحنی انرژی مخصوص ونیروی مخصوص

۱. در نمودار E-y دو عمق با یک انرژی مخصوص را اعماق متناوب گویند.

۲. در نمودار F-y دو عمق با یک نیروی مخصوص را اعماق مزدوج گویند در صورتیکه این دو عمق متعلق به یک پرش هیدرولیکی باشند y_1، عمق اولیه و y_2 عمق ثانویه پرش هیدرولیکی است.

رابطهٔ بین اعماق مزدوج بدین صورت است:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1\right) \qquad (۷۹-۷)$$

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1\right) \qquad (۸۰-۷)$$

ومیزان افت در طول پرش هیدرولیکی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2} \qquad (۸۱-۷)$$

۳. منحنی E-y دارای دو مجانب است ولی منحنی F-y فقط دارای یک مجانب است.

۴. در منحنی E-y مقدار $q_{\min}$ در عمق بحرانی رخ می‌دهد و در منحنی F-y مقدار $F_{\min}$ در همین عمق (عمق بحرانی) رخ می‌دهد.

۷-۲۱ مشخصات جریان یکنواخت

جریان یکنواخت (*Uniform Flow*) به جریانی اطلاق می‌شود که درآن نیروهای عامل

(نیروی وزن سیال) و بازدارندهٔ حرکت (تنش‌های برشی ناشی از جدار کانال در مقابل حرکت سیال) به تعادل رسیده باشند. در این حالت در جهت جریان شتابی وجود نخواهد داشت و مشخصات جریان به ازای دبی ثابت در تمام مقاطع ثابت است یعنی:

$$\frac{dQ}{dx}=۰\ ,\frac{dV}{dx}=۰\ ,\frac{dy}{dx}=۰$$

در این جریان شیب طولی کانال ($S_۰$)، شیب سطح آب (S_w) وشیب خط انرژی (S_f) با یکدیگر مساوی خواهند شد یعنی:

$$S=S_۰=S_W=S_f$$

با توجه به شرایط فوق جریان یکنواخت دائمی (*steady Uniform Flow*) تعریف می‌شود و به دلیل آنکه جریان یکنواخت غیردائمی (*Unsteady Uniform Flow*) عملاً وجود ندارد، جریان فوق به اختصار جریان یکنواخت (جریان نرمال) نامیده می‌شود. عمق جریان در این حالت به عمق نرمال ($y_۰$ یا y_n) موسوم است. اگر y_n عمق نرمال y_c عمق بحرانی در یک کانال باشد، یکی از سه حالت زیر اتفاق می‌افتد:

۱. اگر $y_n>y_c$ باشد، در چنین حالتی جریان زیر بحرانی (subcritical Flow) است.

۲. اگر $y_n=y_c$ باشد، در چنین حالتی جریان بحرانی (Critical Flow)است.

۳. اگر $y_n<y_c$ باشد،درچنین حالتی جریان فوق بحرانی (super Critical Fliw) است.

۷-۲۲ تنش برشی متوسط جدار کانال

در کانال‌های روباز برای جریان یکنواخت تنش برشی در سطح آزاد آب تقریباً صفر و در کف کانال حداکثر و در راستای عمق جریان از سطح آب تا کف کانال به‌طور یکنواخت افزایش می‌یابد. به علاوه به علت تنوع شکل مقطع جریان در کانال‌های روباز، هرشکل مقطع توزیع تنش برشی مربوط به خود را دارد. با وجود این تفاوت‌ها و کافی نبودن اطلاعات در مورد توزیع تنش برشی در مقاطع با شکلهای مختلف، از تنش برشی متوسط در کانال‌های استفاده می‌شود.

تنش برشی متوسط برروی کف کانال از طریق رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\tau_۰=\gamma RS \qquad (۸۲-۷)$$

در رابطهٔ فوق τ_0: تنش برشی متوسط بر روی کف کانال؛ R شعاع هیدرولیکی و γ زون مخصوص آب می‌باشد. لازم به یادآوری است که در جریان‌های یکنواخت به علت تساوی شیب کف کانال و شیب خط انرژی S می‌تواند شیب کف کانال انتخاب شود. اما در جریان‌های غیریکنواخت و غیردائمی S شیب خط انرژی خواهد بود.

۷-۲۳ سرعت متوسط در جریان یکنواخت

سرعت متوسط در جریان یکنواخت از دو فرمول شزی و مانینگ استفاده می‌شود.

۷-۲۳-۱ فرمول شزی (Chezy)

در سال ۱۷۶۸ میلادی طراحی کانال آبرسانی شهر پاریس به عهده آنتوان شزی مهندس فرانسوی واگذار شد.اوبا فرض تناسب تنش برشی متوسط جدارر کانال (τ_0) با مربع سرعت متوسط (V^2) فرمول سادهٔ زیر را برای جریانهای یکنواخت به‌دست آورد:

$$\tau_0 = K\rho V^2 \qquad (۸۳-۷)$$

که در اینجا K ضریبی بدون بعد است و مقدار آن به زبری جدار و شکل مقطع کانال بستگی دارد. با برابر قرار دادن دو رابطه ۷-۸۲ و ۷-۸۳ می‌توان سرعت متوسط جریان را محاسبه کرد:

$$K\rho V^2 = \gamma RS \Rightarrow V = \sqrt{\frac{g}{K}}\sqrt{RS} \qquad (۸۴-۷)$$

اگر به جای $\sqrt{\frac{g}{K}}$ ضریب C به‌کار گرفته شود رابطه ۷-۸۴ به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$V = C\sqrt{RS} \qquad (۸۵-۷)$$

فرمول فوق به فرمول شزی و ضریب C به ضریب شزی معروف است. برای تعیین ضریب شزی، این ضریب با ضریب اصطکاک fدر فرمول دارسی ویسباخ در لوله‌ها تحت‌های تحت فشار مقایسه می‌شود:

$$h_f = f\frac{LV^2}{D2g} \qquad (۸۶-۷)$$

اگر در لوله‌های با مقطع دایره‌ای به جای D، 4R قرار داده شود و $\frac{h_f}{L}$ برابر با S_f قرارداده شود. نظر به اینکه درجریانهای یکنواخت کلیه شیبها با یکدیگر مساویند رابطه ۷-۸۶ به‌صورت زیر در خواهد آمد:

$$\frac{h_f}{L}=S_f=\frac{fV^2}{4R2g}\Rightarrow V=\sqrt{\frac{8g}{f}}\ \sqrt{RS} \qquad (۸۷-۷)$$

با مقایسه دو رابطه ۷-۸۵ و۷-۸۷، مقدار ضریب شزی برحسب f برابر خواهد شد با:

$$C=\sqrt{\frac{8g}{f}} \qquad (۸۸-۷)$$

۲-۲۳-۲۷ فرمول مانینگ

رابطهٔ مانینگ یکی از متداولترین روابط مورد استفاده در جریان یکنواخت می‌باشد که در سال ۱۸۸۹ توسط یک مهندس ایرلندی ارائه شده است.

مانینگ نشان داد که $C\propto R^{\frac{1}{6}}$ می‌بوده و ضریب این تناسب $\frac{1}{n}$ می‌باشد یعنی:

$$C=\frac{1}{n}R^{\frac{1}{6}} \qquad (۸۹-۷)$$

که n همان ضریب بستر کانال است. با جایگذاری ضریب C به‌دست آمده از رابطه ۷-۸۹، رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$V=\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}} \qquad (۹۰-۷)$$

$$Q=\frac{1}{n}AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}} \qquad (۹۱-۷)$$

رابطه‌های فوق در سیستم متریک بوده و در سیستم انگلیسی عدد ۱/۴۸۶ در روابط فوق ضرب می‌شود یعنی:

$$V=\frac{1/486}{n}R^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}} \qquad (۹۲-۷)$$

ضریب n عمدتاً از جداول و تصاویر کمکی ارائه شده (که در اکثر کتب هیدرولیکی موجود می‌باشد) تعیین می‌گردد. اما روش‌های تجربی دیگری نیز برای تعیین n مورد استفاده قرار می‌گیرند که فرمول استریکلر (*Strickler*) یکی از این روابط

است.

$$n = \frac{d_{50}^{\frac{1}{6}}}{21/1} \qquad (۹۳-۷)$$

در رابطه فوق d_{50} اندازهٔ متوسط دانه‌ها (شماره الکی که ۵۰٪ وزنی ذرات از آن عبور کند) می‌باشد که برحسب متر بیان می‌شود. این رابطه در مورد کانال‌های طبیعی کاربرد دارد.

۲۴-۷ محاسبات جریان یکنواخت

منظور از محاسبات جریان یکنواخت، شناخت معلومات در یک مساله هیدرولیکی و پیداکردن پارامترهای مجهول بر اساس روابط جریان یکنواخت می‌باشد. با توجه به رابطه مانینگ یا شزی و ترکیب با رابطه پیوستگی دو پارامتر قرار دادی وجود دارند که عبارتند از:

$$Q = \frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \qquad (۹۴-۷)$$

$$Q = CA\sqrt{R}\sqrt{S} \qquad (۹۵-۷)$$

که در فرمول‌های فوق بر حسب قرارداد، $CA\sqrt{R}$ یا $\frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}}$ را ضریب انتقال و در فرمول مانینگ $AR^{\frac{2}{3}}$ را فاکتور سطح گویند.

به‌طور کلی انواع مسائلی که در مطالعات جریان یکنواخت پیش می‌آید در ۵ گروه زیر طبقه‌بندی می‌شوند:

۱. S,n,y و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و Q,V مجهول می‌باشند.

۲. n,y,Q و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و S مجهول می‌باشند.

۳. S, y,Q و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و n مجهول می‌باشد.

۴. S,n,Q و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و y_0 مجهول می‌باشد.

۵. S,n,Q و هندسه عمومی کانال معلوم ولی مشخصات هندسی مقطع جریان باید محاسبه گردد. درصورتی که مسائل از نوع ۱ و ۲ و ۳ باشند، مجهولات به طریق صریح به‌دست می‌آیند و اگر مسائل از نوع ۴ و ۵ باشند باید از تکنیک عددی آزمون و خطا استفاده کرد.

۷-۲۵ زبری معادل

برای استفاده از فرمول مانینگ در کانال‌های با جنس جدار متفاوت در نقاط مختلف باید n (زبری) معادلی برای این نوع کانال‌ها تعیین گردد. در اینجا روشهای مختلفی برای محاسبه زبری معادل مورد بررسی قرار می‌گیرند، که روش هورتن ـ انشتین یکی از آنها است.

رابطه هورتن ـ انشتین: در این رابطه فرض بر این است که سرعت متوسط در هر یک از مساحت‌های مساوی و برابر سرعت متوسط کل جریان بر مبنای زبری معادل می‌باشد.

$$n_e = \left(\frac{\sum n_i^{\frac{3}{2}} P_i}{P^{\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{2}{3}} \qquad (۷-۹۶)$$

۷-۲۶ بهترین مقطع هیدرولیکی

هدف در طراحی کانال‌ها در تعیین شکل واندازهٔ سطح مقطع کانال برای انتقال دبی طرح بین دو نقطه با اختلاف ارتفاع معین به گونه‌ای مطمئن و اقتصادی باشد. با توجه به رابطه مانینگ (۷-۹۱) می‌توان نوشت:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \qquad (۷-۹۷)$$

روش اول: فرمول مانینگ را می‌توانیم به‌صورت زیر بیان نماییم:

$$Q = \frac{1}{n} A S^{\frac{1}{2}} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} = \frac{A^{\frac{5}{3}} S^{\frac{1}{2}}}{n P^{\frac{2}{3}}} \qquad (۷-۹۸)$$

به ازای S, n و A ثابت، دبی انتقالی کانال هنگامی حداکثر است که محیط خیس شده حداقل باشد.چنین مقطعی را می‌توان بهترین مقطع هیدرولیکی نامید. در بین کلیهٔ مقاطع کانال‌های باز، مقطع نیم دایره بهترین مقطع می‌باشد زیرا به ازای مساحت ثابت دارای کمترین محیط خیس شده است.

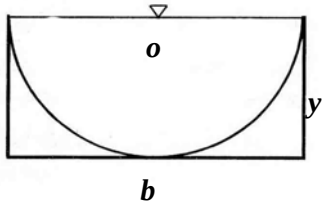
روش دوم:رابطهٔ (۷-۹۸) می‌تواند به‌صورت رابطهٔ (۷-۹۹) مرتب شود:

$$A=\frac{Q^{۳/۵}n^{۳/۵}}{S^{۳/۱۰}}P^{۲/۵}=K_۱P^{۲/۵} \qquad (۹۹-۷)$$

در رابطهٔ() ماکزیمم کردن $K_۱$ (ماکزیمم نمودن Q) بـه ازای A ثابـت معـادل بـا مینیمم کردن A به ازای یک $K_۱$ ثابت می‌باشد که هر دو تعریف بـه P حـداقل منجـر خواهند شد. لذا مترادف با تعریف قبلی می‌توان گفـت کـه بهتـرین مقطـع هیـدرولیکی مقطعی است کـه بـه ازای S,n,Q مشـخص دارای مسـاحت (خـاکبرداری)وپیرامـون مرطوب (پوشش) حداقل باشد.

۷-۲۶-۱ بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی

مقطع مستطیلی با ابعاد b و y در شکل (۷-۲۸) نشان داده شده است. بـه‌طـور کلـی از لحاظ ریاضی برای اینکه مقدار محیط خیس شده حداقل باشد، لازم است که مشـتق آن نسبت به متغیروابسته(در اینجا y) وابسته برابر صفر شود.



شکل ۷-۲۸ بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی

بنابراین با یک سطح مقطع مشخص وشیب وزبری معلوم،محیط خیس شـده (P) وقتی حداقل است که:

$$A=by \quad \Rightarrow b=\frac{A}{y}$$

$$P=b+۲y \Rightarrow P=\frac{A}{y}+۲y$$

به ازاء A ثابت داریم:

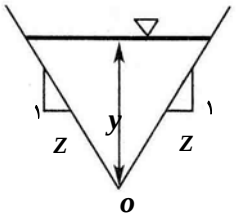
$$\frac{dP}{dy}=۰ \Rightarrow -\frac{A}{y^۲}+۲=۰$$

$$A=۲y^۲ \quad \Rightarrow by=۲y^۲ \Rightarrow b=۲y \qquad (۱۰۰-۷)$$

پس در بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی عرض کف دو برابر عمق جریان انتخاب می‌شود و در نتیجه می‌توان نیم دایره‌ای مطابق شکل (۷-۲۸) در این مقطع محاط کرد.

۷-۲۶-۲ بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی

از لحاظ ریاضی برای اینکه مقدار محیط خیس شده حداقل باشد،لازم است که مشتق آن نسبت به متغیروابسته(در اینجا شیب کناره (z) می‌باشد) برابر صفر شود.



شکل ۷-۲۹ بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی

بنابراین:

$$A = zy^{۲}$$

$$P = ۲\sqrt{۱ + z^{۲}}\, y$$

$$P^{۲} = ۴(۱ + z^{۲})y^{۲} = ۴(۱ + z^{۲})\frac{A}{z}$$

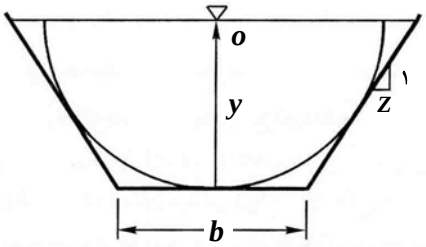
$$\frac{dP^{۲}}{dz} = ۰ \quad \Rightarrow \quad \left(۱ - \frac{۱}{z^{۲}}\right) = ۰ \quad \Rightarrow z = +۱$$

لذا بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی زاویهٔ راس ۹۰° خواهد داشت.

۷-۲۶-۳ بهترین مقطع هیدرولیکی ذوذنقه‌ای

از لحاظ ریاضی برای اینکه مقدار محیط خیس شده حداقل باشد، لازم است که مشتق آن نسبت به متغیروابسته برابر صفر شود.در کانال ذوذنقه‌ای شکل با شیب جانبی z (افقی) در مقابل ۱ (عمودی) P به مقادیر y و z وابسته است؛ لذا برای به حداقل

رساندن P باید $\frac{\partial P}{\partial y} = ۰$ و $\frac{\partial P}{\partial z} = ۰$ باشند.



شکل ۷-۳۰ بهترین مقطع هیدرولیکی ذوذنقه‌ای

بهترین مقطع هیدرولیکی با استفاده از روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$A = (b + zy)y$$

$$P = b + ۲\sqrt{۱ + z^۲}\, y = \frac{A}{y} - zy + ۲y\sqrt{۱ + z^۲}$$

$$\frac{dP}{dy} = ۰ \Rightarrow -\frac{A}{y^۲} + ۲\sqrt{۱ + z^۲} - z = ۰$$

$$\frac{-(b + zy)}{y} + ۲\sqrt{۱ + z^۲} - z = ۰$$

$$b = ۲y\left(\sqrt{۱ + z^۲} - z\right) \rightarrow b + ۲zy = ۲y\sqrt{۱ + z^۲} \qquad (۱۰۱-۷)$$

رابطهٔ ( ) مشخصات بهترین مقطع به ازاء z ثابت را نشان می‌دهد. درصورتی که هم به‌عنوان متغیر در نظر گرفته شود علاوه بر $\frac{\partial P}{\partial y}$ باید $\frac{\partial P}{\partial z}$ را هم برابرصفر قرار داد که در این حالت معادلهٔ جدید مقدار z را برابر $\sqrt{۳}/۳$ به‌دست می‌دهد وشکل مقطع نصف یک شش ظلعی منتظم، با شیب کنارهٔ ۶۰° نسبت به افق خواهد بود.

تست‌های فصل هفتم:جریان در کانال‌های باز

۱. جریان متغیر تدریجی عبارت است از:

۱)دائمی یکنواخت ۲)دائمی غیر یکنواخت

۳)غیر دائمی یکنواخت ۴)غیر دائمی غیر یکنواخت

۲. در یک جریان دائمی S.V.F، در یک مجرای باز منشوری شکل.....

۱)دبی بر اساس زمان تغییر می‌کند.
۲)عمق در امتداد طول جریان تغییر نمی کند.
۳)عمق بتدریج بر اساس زمان تغییر می‌کند.
۴)دبی جریان در طول مجرا تغییر می‌کند.

۳. کدام جریان قابل شناسایی نیست (اتفاق نمی‌افتد)؟
۱) دائمی یکنواخت ۲) غیردائمی یکنواخت
۳) دائمی غیر یکنواخت ۴) غیردائمی متغیر

۴. جریان موج حاصله از سیلاب رودخانه چه نوع جریانی است؟
۱) جریان دائمی متغیر تدریجی ۲) جریان غیر دائمی متغیرتدریجی
۳) جریان دائمی متغیر سریع ۴) جریان غیر دائمی متغیر سریع

۵. در یک سد مخزنی که ارتفاع آب در بالاست آن h می‌باشد، در اثر وقوع زلزله شکسته وآب به طرف پایین دست جریان می‌یابد.
جریان آب ایجاد شده درودخانه.....
۱) یکنواخت و غیر دائمی است. ۲) یکنواخت و دائمی است
۳) غیریکنواخت و دائمی است. ۴) غیر یکنواخت و غیر دائمی است.

۶. دریک جریان صفحه‌ای آب باعمق 0/01 مترو سرعت 0/01 متر بر ثانیه چه رژیمی از جریان حاکم است؟(لزجت سینماتیکی آب برابر ۱×۱۰^{-۶}مترمربع بر ثانیه است)
۱) زیر بحرانی ـ آرام ۲) زیر بحرانی ـ متلاطم
۳) فوق بحرانی ـ متلاطم ۴) فوق بحرانی ـ آرام

۷. ضریب تصحیح انرژی جنبشی (Kinetic Energy Correction Factor) یا ضریب کریولیس (α)
۱) برابر است با $a=\frac{۱}{A}\int_A\left(\frac{v}{V}\right)^۲dA$ ۲) برابر است با $a=\frac{۱}{A}\int_A\left(\frac{v}{V}\right)^۳dA$
۳) برابر است با $a=\frac{۱}{A}\int_A\left(\frac{v}{V}\right)dA$ ۴) دارای معادله ابعادی سرعت است.

۸. ضریب تصحیح انرژی جنبشی جریان (*Kinetic Energy Corretion Factor*) یا ضریب کریولیس (α)
۱) بیشتر از ۳ است.

۲) بیشتر از ۲ است و باید در نظر گرفته شود.
۳) کمتر از ۱ است.
۴) در کارهای مهندسی و عملی برابر با ۱در نظر گرفته می‌شود.

۹. در رابطه با ضریب تصحیح انرژی جنبشی(ضریب α) کدام عبارت صحیح می‌باشد؟
۱)در جریان آرام مقدارضریب αکمتر از جریان متلاطم می‌باشد.
۲)در جریان آرام مقدار ضریب αتقریبا برابر۱ می‌باشد.
۳)در جریان متلاطم مقدار ضریب α به مراتب بزرگتر از ۱ است.
۴)در جریان متلاطم این ضریب معادل یک بوده، لذا در معادلات جریان متلاطم نیازی به در نظر گرفتن آن نمی باشد.

۱۰. توزیع سرعت در یک کانال مستطیلی به عرض ۲ متر و ارتفاع ۱ متر به‌صورت $v = ۲y$ می‌باشد. مقادیر ضریب تصحیح انرژی جنبشی (α) و ضریب تصحیح مومنتم (β) عبارتند از:

۱) $\alpha = ۱/۵$, $\beta = ۱/۲$
۲) $\alpha = ۲$, $\beta = ۱/۳$
۳) $\alpha = ۱/۲$, $\beta = ۱/۵$
۴) $\alpha = ۱/۸$, $\beta = ۱/۷$

۱۱. در یک کانال مستطیل شکل به عمق ۲ متر با پرتاب یک تکه سنگ موجی ایجاد می‌شود که در مدت ۱۰ ثانیه مسافت ۵۰ متر را طی می‌کند، سرعت واقعی آب در کانال چند متر بر ثانیه است؟

۱) 0/57
۲) 2/5
۳) 4/4
۴) 5

۱۲. دریک کانال مستطیل شکل به عمق 0/6 متر با پرتاب سنگی موجی ایجاد می‌شود که در مدت زمان ۱۰ ثانیه مسافت ۶۰ متر را طی می‌کند. سرعت واقعی آب در کانال چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳
۲) 3/57
۳) ۶
۴) 2/57

۱۳. در یک کانال مستطیلی به عرض ۱۰ متر، آب با دبی $۲٫\frac{m^۳}{s}$ در جریان است. در صورتی که عمق جریان در مقطعی از آن 0/6m باشد، وضعیت جریان در این مقطع و مقدار حداقل انرژی مخصوص در این مقطع به ترتیب عبارتند از:

۱) جریان فوق بحرانی و 0/49 متر ۲) جریان زیر بحرانی و 1/11 متر
۳) جریان بحرانی و 1/11 متر ۴) جریان فوق بحرانی و 1/11 متر

۱۴. در یک مجرای مستطیل شکل، عمق آب ۲ متر و شعاع تقعر کف ۱۰ متر می‌باشد اگر دبی در واحد عرض برابر (m^3/s) ۲۰ باشد، مقدار انرژی ویژه چند متر است؟ $g = ۱۰\, m/s^2$

۱) ۵ ۲) ۶
۳) ۷ ۴) ۹

۱۵. در یک کانال با مقطع مستطیل، اگر حداقل انرژی مخصوص $E_{\min} = ۱/۵m$ باشد عمق جریان در شرایط بحرانی (y_c) چند متر است؟

۱) 0/5 ۲) ۱
۳) 1/5 ۴) 2/25

۱۶. در یک کانال مستطیلی اگر عمق جریان قبل و بعد از دریچه به ترتیب 60cm,2/5m باشد، شدت جریان در واحد عرض برابر با چند $\frac{m^3}{s.m}$ است؟

۱) 3/27 ۲) 3/77
۳) 7/37 ۴) 14/22

۱۷. درقسمتی ازیک کانال مستطیلی به عرض ۳ متر، عمقهای متناوب به ترتیب 3/86 و ۱ متر می‌باشند. دبی عبوری در این کانال چند متر مکعب در ثانیه است؟

۱) 7/29 ۲) 11/58
۳) 23/28 ۴) 32/38

۱۸. در یک کانال مستطیل شکل، عمقهای متناوب برابر۱ متر و۲ متر می‌باشند. انرژی مخصوص چند متر است؟

۱) 2/33 ۲) 2/6
۳) 3/5 ۴) 12

۱۹. درانتهای سرریزی جریان آب از قوس مقعری به شعاع ۱۰ متر عبورعبور می‌کند. اگر دبی در واحد عرض ۲۰ متر مکعب در ثانیه درمتر و عمق آب ۲ متر باشد، مقدار انرژی مخصوص در محل قوس چند متر است؟

۱) 4/04 ۲) 5/06

۳) 9/14 ۴) 10

۲۰. در یک کانال مستطیلی عمق بحرانی 1/65 متر می‌باشد. بار انرژی مخصوص حداقل چند متر است؟

۱) 0/82 ۲) ۱

۳) 1/65 ۴) 2/475

۲۱. دو عمق متناوب(Alternates) در یک کانال مستطیل شکل به عرض ۳ متر به ترتیب 3/5 و 0/6 متر می‌باشند، دبی جریان بر حسب m^3/s در کانال چقدر است؟

۱) 1/05 ۲) 13/8

۳) 16/7 ۴) 19/5

۲۲. جریان با شدت $q = ۱/۰ m^2/s$ در یک کانال مستطیلی درحرکت است. حداقل انرژی مخصوص این جریان E_{min} برابر است با: (شتاب ثقل $۱۰ m/s^2$)

۱) 0/5 متر ۲) 0/7 متر

۳) 1/00 متر ۴) 0/3 متر

۲۳. عمقهای متناظر انرژی مخصوص معینی (مانندE) در یک کانال با مقطع مستطیلی بسیار عریض به ترتیب $h_1 = ۱$, $h_2 = ۲$ متر می‌باشند. با فرض $g = ۱۰ \left(m/s^2\right)$، مقدار دبی در واحد عرض کانال (q) برابر است با:

۱) 0/19m/s ۲) ۵/۱۶ m^2/s

۳) ۸/۹۴ m^2/s ۴) ۶/۳۲ m^2/s

۲۴. دریک کانال با مقطع مستطیلی حداقل انرژی مخصوص جریان $E_{min} = ۴m$ است. اگر عرض این کانال 2/5 متر باشد دبی جریان عبارت است از:

۱) $Q = ۳۴ m^3/s$ ۲) $Q = ۴/۳ m^3/s$

۳) $Q = ۴۳ m^3/s$ ۴) $Q = ۳/۴ m^3/s$

۲۵. هر گاه جریان در یک کانال مستطیلی شکل بحرانی باشد، دبی بر واحد عرض این کانال چند متر مکعب بر ثانیه بر متر خواهد بود اگر انرژی مخصوص برابر ۳ متر باشد؟

۱) 1/0 ۲) 3/13

۳) 5/176 ۴) 8/86

۲۶. آب با دبی $۴/۵m^۳/s$ و عمق $۱/۴m$، در یک کانال مستطیلی با عرض کف 2m جریان دارد. حداکثر ارتفاع یک مانع موضعی در کف کانال چند سانتیمتر می‌تواند باشد تا در بالا دست مانع انسداد (پنگاب) backwater ایجاد نشود؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۶

۳) ۳۳ ۴) ۷۴

۲۷. کانال مستطیلی با عرض 1/5 متر،جریان 2/7 متر مکعب در ثانیه را با عمق $\frac{۱}{۲}$ متر حمل می‌کند.اگر بخواهیم در کف کانال مانعی قرار دهیم، حداقل ارتفاع مانع برای اینکه جریان از روی آن بحرانی شود، چقدر است.$\left(g = ۱۰\, m/s^۲\right)$

۱) ۲۸ سانتیمتر ۲) ۵۲ سانتیمتر

۳) ۶۸ سانتیمتر ۴) 1/03 متر

۲۸. مقطع کنترل.....

۱) محل نصب دریچه است.

۲) محلی است که در آن جریان بحرانی شود.

۳) محل کنترل n مانینگ است.

۴) محل اندازه گیری سرعت جریان است.

۲۹. یک کانال مستطیلی به عرض ۲ متر، جریان ۳ متر مکعب بر ثانیه را با عمق 1/5 متر حمل می‌کند. اگر بخواهیم در یک نقطه مانعی در کف قرار دهیم، به‌طوریکه جریان روی مانع بحرانی شود، مینیمم ارتفاع مانع چندسانتی متربایـد باشد؟ $\left(g = ۹/۸m/s^۲\right)$

۱) ۳۰ ۲) ۵۵

۳) ۶۳ ۴) ۹۱

۳۰. جریان درکانالی با مقطع مستطیلی به‌صورت زیر بحرانی است. اگر در طول کوتاهی از مسیر در کف کانال فرو رفتگی ایجاد شود، عمق آب در محل فرورفتگی نسبت به عمق آب در بالا دست.....

۱) کمتر است. ۲) تغییر نمی کند.

۳) زیادتر است. ۴) برابر عمق بحرانی می‌شود

۳۱. مقطع کنترل در جریانهای با سطح آزاد مقطعی است که در آن:

۱) دبی ماکزیمم است.
۲) سطح مقطع ماکزیمم است.
۳) شدت جریان به حداقل می‌رسد.
۴) رابطه معینی بین دبی و عمق جریان وجود دارد.

۳۲. در یک کانال مستطیلی عمق جریان در بالای یک سرریز پهن $y = ۰/۵m$ است. اگر عرض کانال ۳ متر باشد دبی جریان (Q) چند متر مکعب بر ثانیه است؟

۱) 0/32 ۲) 2/93
۳) 3/03 ۴) 3/3

۳۳. مقطع یک کانال با جریان زیر بحرانی به‌طور موضعی تنگ می‌شود. رژیم جریان در مقطع تنگ شده کانال کدام است؟

۱)جرین بحرانی یا فوق بحرانی بوده وسطح آب بالا می‌رود.
۲)جریان زیر بحرانی یا فوق بحرانی بوده وسطح آب ثابت می‌ماند.
۳) جریان زیر بحرانی یا بحرانی بوده وسطح آب پایین می‌افتد.
۴) در مقطع تنگ شده جهش هیدرولیکی ایجاد می‌شود.

۳۴. یک کانال مستطیل شکل به عرض ۴ متر و عمق ۳ متر جریان ۱۵ متر مکعب بر ثانیه را از خود عبور می‌دهد. در انتهای کانال تبدیلی وجود دارد که قرار است حداقل عرض ممکن را داشته باشد. مقدار عرض حداقل چند متر است (مشروط بر اینکه شرایط بالا دست تغییر نکند)؟

۱) 1/38 ۲) 1/5
۳) 1/63 ۴) 2/5

۳۵. در یک کانال مستطیل شکل عدد فرود برای عمق 0/6 متر برابر ۳ می‌باشد مقدار دبی بحرانی چند متر است؟

۱) 3/12 ۲) 1/8
۳) 1/8 ۴) 1/25

۳۶. جریان از مخزن سدی وارد کانال مستطیلی می‌شود. اگر رقوم سطح آب مخزن نسبت به رقوم کف کانال در محل آبگیر ۹ متر باشد، حداکثر دبی عبوری در واحد عرض کانال بر حسب متر مکعب در ثانیه در متر چقدر است؟

۱) ۷۶ ۲) 66/49
۳) ۴۶ ۴) ۴۴

۳۷. کانال ذوزنقه‌ای با عرض کف ۲ متر و شیب دیوارهٔ ۱:۱، جریان 5/53 متر مکعب در ثانیه را حمل می‌کند، عمق بحرانی برای این کانال چند سانتیمتر است؟

۱) ۸۰ ۲) ۹۲
۳) ۱۲۰ ۴) ۱۳۰

۳۸. در مورد محل کنترل جریانهای فوق بحرانی و زیر بحرانی در کانال‌ها کدام حالت صحیح است؟

۱) جریان فوق بحرانی از بالا دست وجریان زیر بحرانی از پایین دست کنترل می‌شوند.

۲) جریان فوق بحرانی ازپایین دست وجریان زیر بحرانی از بالا دست کنترل می‌شوند.

۳) جریان‌های فوق بحرانی و زیر بحرانی از بالا دست کنترل می‌شوند.

۴) جریان‌های فوق بحرانی و زیر بحرانی از پایین دست کنترل می‌شوند.

۳۹. در یک کانال مستطیلی جریان فوق بحرانی با عدد فرود ۲ و عمق جریان 0/63 متر برقرار است. عمق بحرانی این کانال چند متر است؟

۱) 0/5 ۲) 0/85
۳) ۱ ۴) 1/5

۴۰. در یک کانال ذوزنقه‌ای بتنی، آب با سرعت بحرانی جریان دارد. چنانچه سطح مقطع کانال ۸ متر مربع و عرض فوقانی سطح آب در کانال ۶ متر باشد سرعت آب در کانال چقدر است؟ (عمق آب ۲ متر و z=1).

۱) $۳/۴۳\frac{m}{s}$ ۲) $۳/۶۳\frac{m}{s}$
۳) $۳/۹۳\frac{m}{s}$ ۴) $۵/۴۳\frac{m}{s}$

۴۱. آب از دریاچه‌ای وارد کانال یا مقطع مثلث قائم الزاویه‌ای متساوی الساقین که بر روی شیب تند احداث شده می‌گردد، در صورتیکه اختلاف ارتفاع سطح آب در دریاچه تا ابتدای کف ورودی کانال برابر 2/5 متر باشد، میزان دبی چند متر مکعب بر ثانیه است؟

۱) 1/6 ۲) 12/5
۳) 18/4 ۴) 32

۴۲. عرض کف یک آبراهه مستطیلی که بتواند دبی CMS را در شرایط بحرانی وبا عمق 1/2m از خود عبور دهد چند متر است؟

۱)کمتر از ۳ ۲) ۳/۶۴
۳) بیشتر از ۴ ۴) ۴/۱۲

۴۳. منحنی نیروی ویژه به ما نشان می‌دهد که برای یک qثابت، اگر عمق اولیه(y_1) کم شود، عمق ثانویه (y_2).....

۱)ثابت می‌ماند وتغییری نمی کند.
۲)به همان نسبت نیز کم می‌گردد ولذا ارتفاع پرش ثابت می‌ماند.
۳)به نسبت بیشتر کم می‌گردد ولذا افت انرژی در پرش زیاد می‌شود.
۴)زیاد می‌شود، یعنی ارتفاع پرش هیدرولیکی زیاد می‌گردد.

۴۴. در یک کانال افقی با مقطع مستطیلی اعماق جریان قبل و بعد از پرش هیدرولیکی به ترتیب و می‌باشد.عمق بحرانی چند متر است؟

۱) ۰/۲۹۸ ۲) ۰/۸۷۲
۳) ۰/۹۴۴ ۴) ۱/۷۱۰

۴۵. در یک کانال مستطیلی با شیب کم به عرض ۱۰ متر، آب با عمق ۱ متر و با عدد فرود ۵ جریان دارد. در این مقطع پرش هیدرولیکی ایجاد شده است. مقدارتوان تلف شده ناشی از تشکیل این پدیده چند مگاوات خواهد شد؟ (وزن مخصوص آب $\gamma = ۱۰^{۴} \frac{N}{m^۳}$ و g برابر $۱۰ \frac{m}{s^۲}$ می‌باشند؟

۱) 15/5 ۲) 20/5
۳) 6/6 ۴) 10/5

۴۶. در جهش هیدرولیکی اگر مانعی بین دو مقطع بالادست و پایین دست پرش وجود داشته باشد، آنگاه عمق جریان در پایین دست پرش در مقایسه با حالت بدون مانع....

۱) بیشتر می‌شود ۲) کمتر می‌شود
۳) تغییر نمی‌کند ۴) پرش رخ نمی‌دهد

۴۷. اگر عدد فرود جریان زیر بحرانی بعد ازیک پرش هیدرولیکی 0/2 باشد عدد فـرود جریان فوق بحرانی پرش هیدرولیکی چقدر است؟ $\left(\frac{y_1}{y_2}=\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{1+8Fr_2^2}\right)\right)$

۱) 5/05 ۲) 8/00

۳) 9/84 ۴) 17/63

۴۸. در یک کانال افقی با مقطع مستطیلی اعماق جریان قبل و بعد از پرش هیـدرولیکی به ترتیب 0/5m و 1/6m می‌باشد.عمق بحرانی چند متر است؟

۱) 0/298 ۲) 0/872

۳) 0/944 ۴) 1/710

۴۹. در پرش هیدرولیکی اعماق مزدوج برابر 0/4 و2/5متر اندازه گیری شده اند انـرژی تلف شده در پرش چند متر است؟

۱) ۲ ۲) 2/32

۳) 2/5 ۴) 3/21

۵۰. در رابطه با عمق مزدوج (conjagate) وعمق متناوب (Alternate) کدامیک درست است؟

۱) عمق مزدوج نوع جریان را مشخص می‌کند.

۲) عمق متناوب در محاسبات جهش هیدرولیکی کاربرد دارد.

۳) عمق مزدوج از رابطه انرژی و عمق متناوب از رابطه مومنتم محاسبه می‌شود.

۴) عمق مزدوج از رابطه مومنتم و عمق متناوب از رابطه انرژی محاسبه می‌شود.

۵۱. بهترین مقطع هیدرولیکی مقطعی است که:

۱) با یک شعاع هیدرولیکی ثابت، دبی آن ماکزیمم باشد.

۲) با یک مساحت مقطع ثابت A پیرامون‌تر شده (P) آن ماکزیمم باشد.

۳) با یک شعاع هیدرولیکی ثابت، مساحت مقطع A ماکزیمم باشد.

۴) با یک مساحت مقطع ثابت، شعاع هیدرولیکی آن ماکزیمم باشد.

۵۲. شیب بحرانی برای کانال مستطیلی با عرض کف 1/5 متر، دبی 1/5 متـر مکعـب در ثانیه و n=0/014 برابر است با:

۱) $\frac{1}{2}$ درصد ۲) اطلاعات کافی نیست

۳) 4/7 در هزار ۴) 9/8 در هزار

۵۳. بهترین سطح مقطع هیدرولیکی، A در یک مقطع ذوزنقه‌ای که درآن عمق آب y می‌باشد برابرخواهد بود با:

۱) $A = \sqrt{۳y^۲}$ ۲) $A = ۲\sqrt{۳y}$

۳) $A = \frac{۴}{۳}\sqrt{۳y^۲}$ ۴) $A = ۲\sqrt{۳y^۲}$

پیوستها

پیوست ۱:جدول الف) خواص فیزیکی آب در سیستم SI

دما °C	جرم مخصوص kg/m^3	لزجت $N\text{-}s/m^2$	کشش سطحی N/m	فشار بخار kPa	مدول حجمی kPa
۰	۹۹۹,۹	$۱,۷۹۲\times۱۰^{-۳}$	$۷,۶۲\times۱۰^{-۲}$	۰,۵۸۸	۲۰۴×۱۰^{۱}
۵	۱۰۰۰,۰	$۱,۵۱۹\times۱۰^{-۳}$	$۷,۵۴\times۱۰^{-۲}$	۰,۸۸۲	۲۰۶×۱۰^{۱}
۱۰	۹۹۹,۷	$۱,۳۰۸\times۱۰^{-۳}$	$۷,۴۸\times۱۰^{-۲}$	۱,۱۷۶	۲۱۱×۱۰^{۱}
۱۵	۹۹۹,۱	$۱,۱۴۰\times۱۰^{-۳}$	$۷,۴۱\times۱۰^{-۲}$	۱,۶۶۶	۲۱۴×۱۰^{۱}
۲۰	۹۹۸,۲	$۱,۰۰۵\times۱۰^{-۳}$	$۷,۳۶\times۱۰^{-۲}$	۲,۴۴۷	۲۲۰×۱۰^{۱}
۳۰	۹۹۵,۷	$۰,۸۰۱\times۱۰^{-۳}$	$۷,۱۸\times۱۰^{-۲}$	۴,۲۹۷	۲۲۳×۱۰^{۱}
۴۰	۹۹۲,۲	$۰,۶۵۶\times۱۰^{-۳}$	$۷,۰۱\times۱۰^{-۲}$	۷,۴۰۰	۲۲۷×۱۰^{۱}
۵۰	۹۸۸,۱	$۰,۵۴۹\times۱۰^{-۳}$	$۶,۸۲\times۱۰^{-۲}$	۱۲,۲۲۰	۲۳۰×۱۰^{۱}
۶۰	۹۸۳,۲	$۰,۴۶۹\times۱۰^{-۳}$	$۶,۶۸\times۱۰^{-۲}$	۱۹,۶۰۰	۲۲۸×۱۰^{۱}
۷۰	۹۷۷,۸	$۰,۴۰۶\times۱۰^{-۳}$	$۶,۵۰\times۱۰^{-۲}$	۳۰,۷۰۰	۲۲۵×۱۰^{۱}
۸۰	۹۷۱,۸	$۰,۳۵۷\times۱۰^{-۳}$	$۶,۳۰\times۱۰^{-۲}$	۴۶,۴۰۰	۲۲۱×۱۰^{۱}
۹۰	۹۶۵,۳	$۰,۳۱۷\times۱۰^{-۳}$	$۶,۱۲\times۱۰^{-۲}$	۶۸,۲۰۰	۲۱۶×۱۰^{۱}
۱۰۰	۹۵۸,۴	$۰,۲۸۴\times۱۰^{-۳}$	$۵,۹۴\times۱۰^{-۲}$	۹۷,۵۰۰	۲۰۷×۱۰^{۱}

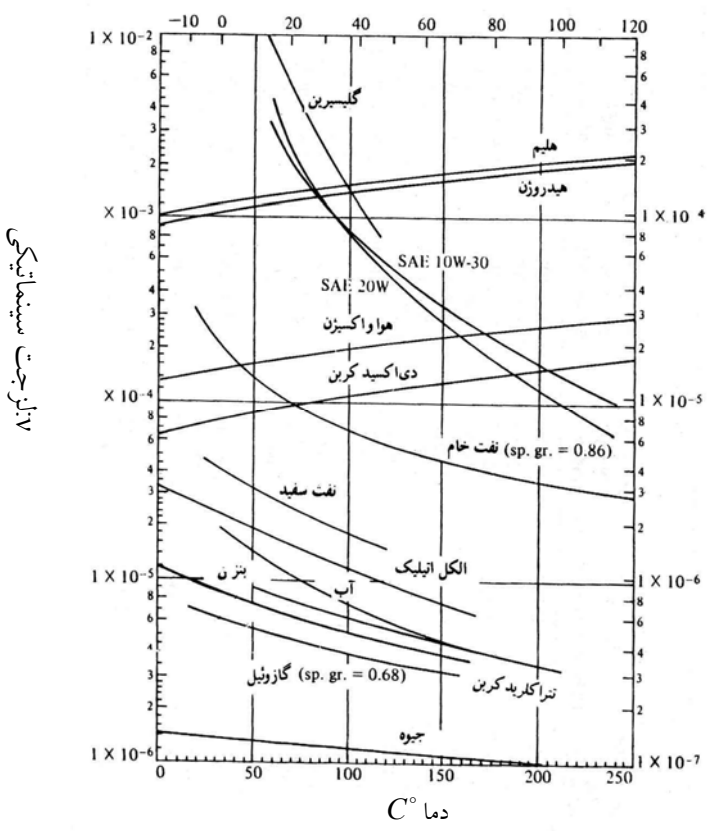
جدول ب) خواص فیزیکی آب در سیستم انگلیسی

دما °F	جرم مخصوص $slug/ft^3$	لزجت $lb\text{-}s/ft^2$	کشش سطحی lb-s/ft	فشار بخار psi	مدول حجمی psi
۳۲	۱,۹۴	$۳,۷۵\times۱۰^{-۵}$	$۰,۵۱۸\times۱۰^{-۳}$	۰,۰۸۹	۲۹۳×۱۰^{۱}
۴۰	۱,۹۴	$۳,۲۳\times۱۰^{-۵}$	$۰,۵۱۴\times۱۰^{-۳}$	۰,۱۲۲	۲۹۴×۱۰^{۱}
۵۰	۱,۹۴	$۲,۷۴\times۱۰^{-۵}$	$۰,۵۰۹\times۱۰^{-۳}$	۰,۱۷۸	۳۰۵×۱۰^{۱}
۶۰	۱,۹۴	$۲,۳۶\times۱۰^{-۵}$	$۰,۵۰۴\times۱۰^{-۳}$	۰,۲۵۶	۳۱۱×۱۰^{۱}
۷۰	۱,۹۴	$۲,۰۵\times۱۰^{-۵}$	$۰,۵۰۰\times۱۰^{-۳}$	۰,۳۴۰	۳۲۰×۱۰^{۱}
۸۰	۱,۹۳	$۱,۸۰\times۱۰^{-۵}$	$۰,۴۹۲\times۱۰^{-۳}$	۰,۵۰۷	۳۲۲×۱۰^{۱}
۹۰	۱,۹۳	$۱,۶۰\times۱۰^{-۵}$	$۰,۴۸۶\times۱۰^{-۳}$	۰,۶۹۸	۳۲۳×۱۰^{۱}
۱۰۰	۱,۹۳	$۱,۴۲\times۱۰^{-۵}$	$۰,۴۸۰\times۱۰^{-۳}$	۰,۹۴۹	۳۲۷×۱۰^{۱}
۱۲۰	۱,۹۲	$۱,۱۷\times۱۰^{-۵}$	$۰,۴۶۵\times۱۰^{-۳}$	۱,۶۹	۳۳۳×۱۰^{۱}
۱۴۰	۱,۹۱	$۰,۹۸\times۱۰^{-۵}$	$۰,۴۵۴\times۱۰^{-۳}$	۲,۸۹	۳۳۰×۱۰^{۱}
۱۶۰	۱,۹۰	$۰,۸۴\times۱۰^{-۵}$	$۰,۴۴۱\times۱۰^{-۳}$	۴,۷۴	۳۲۶×۱۰^{۱}
۱۸۰	۱,۸۸	$۰,۷۳\times۱۰^{-۵}$	$۰,۴۲۶\times۱۰^{-۳}$	۷,۵۱	۳۱۸×۱۰^{۱}
۲۰۰	۱,۸۷	$۰,۶۴\times۱۰^{-۵}$	$۰,۴۱۲\times۱۰^{-۳}$	۱۱,۵۳	۳۰۸×۱۰^{۱}
۲۱۲	۱,۸۶	$۰,۵۹\times۱۰^{-۵}$	$۰,۴۰۴\times۱۰^{-۳}$	۱۴,۷	۳۰۰×۱۰^{۱}

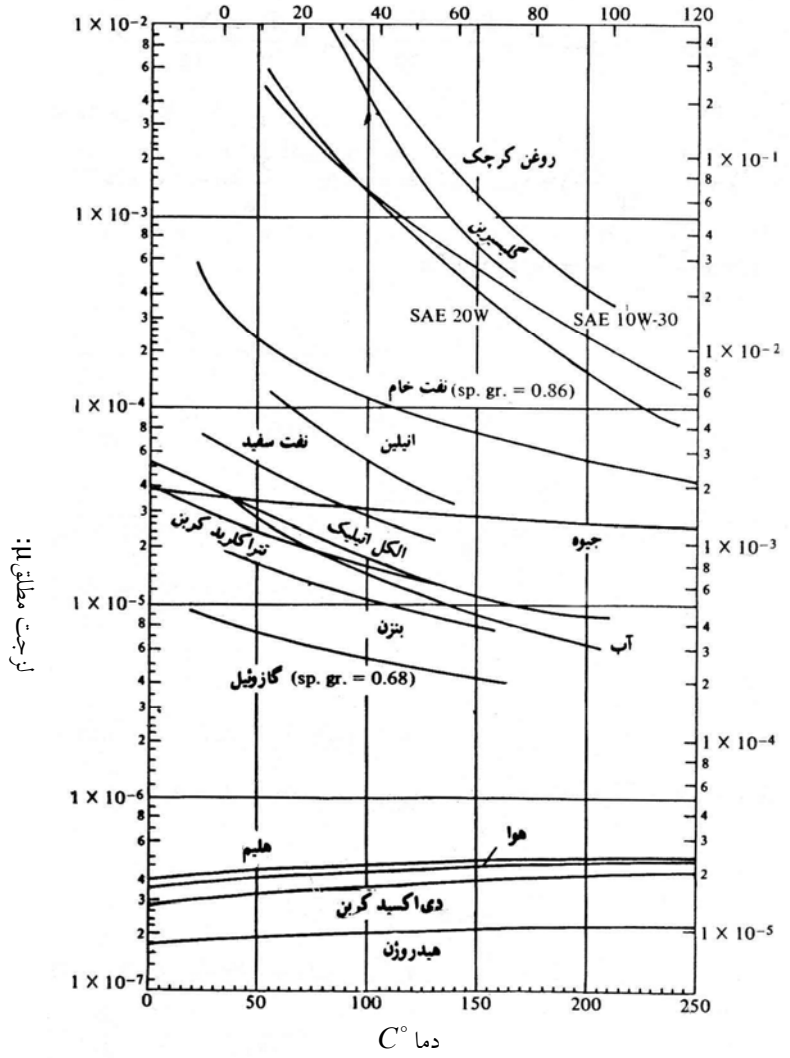
پیوست ب) علائم اختصاری، نشانه‌ها وآحاد

	نشانه	واحد SI	واحد انگلیسی
شتاب	a	m/s^2	ft/s^2
سرعت	V	m/s	ft/s
مساحت	A	m^2	ft^2
گرمای ویژه در فشار ثابت	c_p	$j/kg.^\circ K$	$ft.lb/slug.^\circ R$
گرمای ویژه در حجم ثابت	c_v	$j/kg.^\circ K$	$ft.lb/slug.^\circ R$
ضریب انقباض	c_c	-	-
ضریب دبی	c_d	-	-
ضریب دراگ	c_D	-	-
سرعت صوت یا سرعت موج	C	m/s	ft/s
انرژی	E	J	ft.lb
نیروی شناوری	FB	N	lb
عدد فرود	Fr	-	-
شتاب ثقل	g	m/s^2	ft/s^2
هد انرژی وفاصلهٔ قائم	h	m	ft
افت هد انرژی از اصطکاک	hf	m	ft
هد انرژی	H	m	ft
خط تراز هیدرولیکی	HGL	m	ft
گشتاور ماند	I	m^4	ft^4
ضریب افت	k	-	-
طول	L	m	ft
لگاریتم طبیعی	ln	-	-
جرم	m	Kg	Slug
عدد ماخ	Ma	-	-
ضریب زبری مانینگ	n	-	-
دبی در واحد عرض	q	$m^2/s/m$	$ft^2/s/ft$
دبی	Q	m^3/s	ft^3/s
شعاع	r	m	ft
شعاع	R	m	ft
ثابت عمومی گازها	R	$j/kg.^\circ K$	$ft.lb/slug.^\circ R$
عدد رینولدز	Re	-	-
چگالی	Sg	-	-
زمان	t	s	s
دما	t	$^\circ C$	$^\circ F$
گشتاور	T	N.m	lb.ft
سرعت	VیاU	m/s	ft/s
سرعت برشی	u_*	m/s	ft/s
وزن	w	N	lb
فاصله تا مرکز فشار	x_p	m	ft
فاصله یا عمق	y	m	ft
فاصله قائم(ارتفاع)	z	m	ft
ضریب تصحیح انرژی	α	-	-
زاویه	θ	-	-

ضریب تصحیح اندازی حرکت	β	-	-
وزن مخصوص	γ	m	ft
ضخامت لایه مرزی	δ	m	ft
ضخامت زیر لایه مرزی	δ_1	m	ft
لزجت گردابه‌ای سینماتیکی	ε	m^2 /s	ft^2 /s
ارتفاع زبری	ε	m	ft
لزجت گردابه‌ای	η	$N.s/m^2$	$Lb.s/ft^2$
ضریب لزجت دینامیکی	μ	$N.s/m^2$	lb.s/ft
ضریب لزجت سینماتیکی	ν	m^2 /s	ft^2 /s
پتانسیل سرعت	ϕ	m^2 /s	ft^2 /s
جرم مخصوص	ρ	Kg/m^3	lb/ft^3
کشش سطحی	σ	N/s	lb/ft
شاخص کاویتاسیون	σ	-	-
تابع جریان	Ψ	m/s	ft/s
سرعت زاویه‌ای	ω	Rad/s	Rad/s



شکل: لزجت سینماتیک برخی از مایعات وگازها در فشار اتمسفر



شکل: لزجت مطلق برخی از مایعات وگازها

منابع:

۱. افضلی مهر،حسین ؛ (زمستان ۱۳۸۶).آموزش مکانیک سیالات. چاپ سوم، اصفهان،انتشارات ارکان
۲. افضلی مهر،حسین،۱۳۳۸حیدر پور،منوچهر-۱۳۸۰،مبانی هیدرودینامیک کانال‌های باز،اصفهان،انشارات ارکان
۳. امیر افشاری ساسان؛۱۳۸۹.مکانیک سیالات،تهران،انتشارات سیمای دانش
۴. ایرونیگ، اچ شیمز ؛ مکانیک سیالات،ترجمه علیرضا انتظاری(۱۳۸۰). تهران،انتشارات نورپردازان
۵. جارویس،پترج؛۱۳۸۷..مکانیک سیالات مهندسی.تالیف محمد مقیمان، محمد خاوری، مشهد، جهاد دانشگاهی مشهد
۶. حسینی،محمود،ابریشمی،جلیل،۱۳۳۹.هیدرولیک کانال‌ها باز.مشهد،انتشارات دانشگاه امام رضا(ع)
۷. رابرت ال،استریت؛گری زد،واترز؛جان کی ورنارد،مبانی مکانیک سیالات.(پاییز ۱۳۸۶)ترجمهٔ محسن شیرزاد، ویراستار،ابراهیم ابوکاظمی،تهران،انتشارات نوپردازان
۸. سمیع‌پور، محمد، پاییز۱۳۸۲.مکانیک سیالات،تهران،پوران پژوهش،۱۳۸۵
۹. شمسایی، ابوالفضل؛ پاییز۱۳۸۳،سیستم‌های انتقال آب، چاپ دوم،انتشارات صنعتی امیر کبیر
۱۰. فرانک، ام وایت؛ مکانیک سیالات،ترجمه کریم موسوی نسب، (۱۳۸۵). تهران،مرکز نشر صدا
۱۱. فرداد، عباسعلی؛(۱۳۸۲).مکانیک سیالات.تهران،انتشارات دانشگاه علم وصنعت ایران
۱۲. فضلی، بابک؛ رنجبر رنجور جاده؛ ۱۳۵۸؛ هیدرولیک مجاری باز، مازندران، انشارات ساری: شلفین ۱۳۸۸
۱۳. قمشی، مهدی؛ امام قلی، مهدی؛ ۱۳۸۲. مکانیک سیالات و هیدرولیک به زبان ساده، انتشارات دانشگاه شهید چمران اهواز
۱۴. کله‌چی، کوروش؛ ۱۳۸۴، مجموعه سوالات طبقه‌بندی شده آزمون کارشناسی ارشد مکانیک سیالات، تهران، جهاد دانشگاهی دانشگاه صنعتی امیرکبیر
۱۵. مدنی، حسن؛ (زمستان) ۱۳۸۵. مکانیک سیالات و هیدرولیک. انتشارات دانشگاهی واحد علامه طباطبایی
۱۶. معیری، محمد صادق؛ مکانیک سیالات،انتشارات دانشگاه صنعتی شریف
۱۷. ناکایاما، یاسوکی؛ مقدمه‌ای بر مکانیک سیالات. ترجمه محمد حسن شجاعی فرد،فاطمه بویاغچی، علیرضا نورپور هشترودی، تهران، انتشارات دانشگاه علم وصنعت
۱۸. نبهانی،نادر؛ (۱۳۸۴).مکانیک سیالات.چاپ دوم، انتشارات دانشگاه صنعتی شریف
۱۹. ویکتور، استریتر؛ بنجامین، وایلی؛ مکانیک سیالات، ترجمه علیرضا انتظاری، (۱۳۷۸). تهران، انتشارات نور پردازان

20. ASHRAE Handbook of Fundamentals, ASHRAE, Atlanta, 1981.
21. Cengel, Y.A., Cimbala J.M., Fluid Mechanics, McGraw-Hill; 1st ed., 2004
22. Colebrook,C.F.,"Turbulent Flow in Pipes with Particular Reference to
23.theTransition Between the Smooth and Rough Pipe Laws," Journal of the
24.Institute of Civil Engineers London, Vol. 11, 1939.
25. Eck, B.,Technische Stromungslehre, Springer-Verlag, Berlin, Germany , 1957.
26. Eck, B., Technische Stromungslehre, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1957.
27. F.Young, Theodore H. Okiishi, Wiley India, New Delhi, 2009 Edition.

28. Fluid Mechanics of Internal Flow, Sovran, G., ed., Elsevier, Amsterdam
29.Fox, R.W., McDonald, A.T., Pritchard, P.J., Introduction to Fluid Mechanics, Wiley; 6th ed., 2003
30. Fundamentals of Fluid Mechanics' – Bruce R. Munson, Donald
31. Giles, R.V., Liu, C., Evett, J.B., Evett, J., Schaum's 17.Outline of 25.Fluid Mechanics and Hydraulics, McGraw-Hill; 3rd ed., 1994
32. Glyn James, Advanced Modern Engineering Mathematics, Pearson Education (2007).
33. Hinze, J. O., Turbulence, 2nd Ed., McGraw-Hill, New York, 1975.
34. Introduction To Fluid Mechanics' – Edward j. Shaughnessy,jr; Ira 29.m. Katz:; James p Schaffer, Oxford University Press, New Delhi, 2005 Edition.
35. Moody, L. F., "Friction Factors for Pipe Flow," Transactions of the ASME,Vol.66,1944.
36.Munson,B.R.,Young, D.F.,Okiishi,T. H., 11.Fundamentals of Fluid Mechanics,Wiley;5thed.,2005
37.Munson, B.R.,Young, D.F., Okiishi, T. H., A Brief 15.Introduction to Fluid Mechanics, Wiley; 3th ed., 2004
38. Nikuradse,J.,"Stomungsgesetz in Rauhen Rohren,"VDI- Forschungsch, No. 361, 1933; or see NACA Tech Memo 1922.
39.Shames, I., Mechanics of Fluids, McGraw-Hill; 4th ed., 2002
40. Shames,I.H.(1993)Mechanics of fluid Mc Graw-Hill Book Company
41. Streeter,VictorL.(1993).Fluids Mechanics ,Mac Graw-Hill Inc.
ook Of Fluid Mechanics& Hydralic Machines'- R.K.Bansal, Laxmi Publications, New Delhi, dition
43. Vedarajan, T.,Engineering Mathematics(For First Year),Tata McGraw-Hill Pub. Pvt Ltd., New Delhi (2006).
44. Venard,J.K(1991) Elementary Fluid Mechanics john Wily and Sony,Inc.
45. White, F.M., Fluid Mechanics, McGraw-Hill; 5th ed., 2002

hadisiasar@yahoo.com
hadisiasar@gmail.com